

## 一类参数不确定脉冲系统的保成本控制研究

黄 剑, 关治洪, 王仲东

(华中科技大学 控制科学与工程系, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 根据脉冲系统的稳定性结果, 得到了线性时变脉冲系统一致渐近稳定的充分条件. 在此基础上研究了一类参数不确定系统的保成本状态反馈控制问题, 根据稳定性理论与鲁棒控制原理得到了此类控制器的一个存在性条件. 进一步通过有关参数不确定性的结论证明了该条件等价于一组线性矩阵不等式的可解性问题. 最后给出了一个具体示例.

**关键词:** 脉冲系统; 保成本控制; 参数不确定; 稳定性; 线性矩阵不等式

**中图分类号:** TP13      **文献标识码:** A

## Guaranteed-cost-control of a class of impulsive systems with parametric uncertainties

HUANG Jian, GUAN Zhi-hong, WANG Zhong-dong

(Department of Control Science & Engineering, Huazhong University of Science & Technology, Wuhan Hubei 430074, China)

**Abstract:** A sufficient condition for the uniformly asymptotically stability of linear time-varying impulsive systems is obtained based on the recent stability results of impulsive systems. Moreover, the guaranteed-cost-control problem via state feedback controller is studied for a class of impulsive systems with parametric uncertainties. A sufficient condition for the existence of this guaranteed-cost state feedback controller is then presented in terms of the Lyapunov stability theory and robust control principles. Furthermore, it is shown that this condition is equivalent to the solvability problem of a system of linear matrix inequalities according to some existing conclusions on the norm-bounded time-varying parameter uncertainty. Finally, a numerical example is given to support the main results of this paper.

**Key words:** impulsive systems; guaranteed cost control; parametric uncertain; stability; linear matrix inequalities (LMI)

### 1 引言(Introduction)

近代科学技术如神经网络、机器人、通讯网络、经济、控制, 特别是生物、生态、物理等众多领域中普遍存在着脉冲与瞬动现象. 因此, 建立不确定性脉冲系统的控制理论和方法具有重要的理论意义和很强的实际背景. 脉冲系统的稳定性问题已有很多研究<sup>[1,2]</sup>. Ye在文献[3]中提出了脉冲系统一致渐近稳定的较不保守的充分条件. 文献[4]基于代数Riccati方程研究了脉冲系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制, 注意到文中对脉冲系统的状态瞬变要求有较强的限制, 因此适用的范围并不广. 迄今为止, 关于脉冲系统保成本控制的研究尚不多见. 不确定系统的保成本控制问题最早由Chang和Peng提出<sup>[5]</sup>. 保成本控制能考虑对象的不确定性而保证系统渐稳, 并使系统的线性二次型指标小于一定的上界<sup>[6]</sup>. 近几年, 随着不确定系统鲁棒控制研究的进展以及LMI等工具在鲁棒

控制中的广泛应用<sup>[7]</sup>, 不确定系统的保成本控制问题又得到了很多新的结果, 如俞立<sup>[8]</sup>应用线性矩阵不等式研究了线性不确定系统的最优保成本控制问题.

本文针对一类参数不确定脉冲系统, 利用LMI等工具研究了其保成本控制问题. 系统的状态瞬变只需满足有界性条件即可, 则其描述能力显然优于文献[4].

### 2 问题的描述及预备知识(Problem formulation and preliminaries)

通常非线性脉冲系统可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, t), & t \neq \tau_k, \\ \Delta x = I_k(x), & t = \tau_k. \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x \in \mathbb{R}^n$  表示系统状态,  $f \in C[\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}, \mathbb{R}^n]$  且对于  $x$  满足Lipschitz条件(这里  $C[U, W]$  表示从  $U$  到

$W$ 的连续函数集合),  $I_k: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ 表示系统状态在时刻 $\tau_k$ 处的增量函数,  $E = \{\tau_1, \tau_2, \dots: \tau_1 < \tau_2 < \dots\} \subset \mathbb{R}^+ = [0, +\infty)$ 为无界的离散闭集, 表示状态发生瞬变的时刻. 设 $\varphi: [t_0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}^n$ 满足

1)  $\varphi(t)$ 在 $t \in [t_0, \infty)$ ,  $t_0 \geq 0$ 上处处左连续;

2)  $\varphi(t)$ 在 $t \in (t_0, \infty)$ 上除了闭集 $E$ 外的所有点上可微且有 $(d\varphi/dt)(t) = f(\varphi(t), t)$ 成立;

3)  $\forall t = \tau_k \in E, \varphi(t^+) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} \varphi(t + \Delta t) = \varphi(t) + I_k(\varphi(t))$ 成立;

则称 $\varphi(t)$ 为脉冲系统(1)的解. 这里使用符号 $g(t^+)$ 表示函数 $g$ 在时刻 $t$ 处的右极限, 亦即 $g(t^+) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0^+} g(t + \Delta t)$ , 其他地方不再赘述.

对于系统(1), 若进一步假设 $f(0, t) = 0, \forall t \in \mathbb{R}^+$ 和 $I_k(0) = 0, \forall k \in N = \{0, 1, 2, \dots\}$ 成立(注意这里设 $\tau_0 := t_0, I_0 := 0$ ), 则显然 $x = 0$ 为平衡点, 关于此平衡点有以下引理.

**引理 1**<sup>[3]</sup> 对于符合上述假设的系统(1), 如果 $h \in C[\mathbb{R}^+, \mathbb{R}^+]$ 满足 $h(0) = 0$ , 同时有函数 $V: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+, \varphi_1, \varphi_2 \in K$ ( $K$ 表示所有 $K$ 类函数集合), 对任意的 $(x, t) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^+$ 满足

$$\varphi_1(\|x\|) \leq V(x, t) \leq \varphi_2(\|x\|). \quad (2)$$

1) 若对于系统(1)定义在 $[t_0, \infty)$ 上的解 $x(t)$ ,  $V(x(t), t)$ 在 $[t_0, \infty)$ 上左连续, 在 $(t_0, \infty)$ 上除了闭集 $E$ 外的所有点上可微, 并且对于 $k = 0, 1, 2, \dots$ , 序列 $V(x(\tau_k^+), \tau_k^+)$ 单调非增, 进一步 $\forall t \in (\tau_k, \tau_{k+1}]$ ,  $k \in N$ 有

$$V(x(t), t) \leq h(V(x(\tau_k^+), \tau_k^+)), \quad (3)$$

那么系统(1)的平衡点 $x = 0$ 一致稳定.

2) 假若在满足条件1)的同时, 存在 $\varphi_3 \in K$ 使得 $\forall k \in N$ 有

$$DV(x(\tau_k^+), \tau_k^+) \leq -\varphi_3(\|x(\tau_k^+)\|) \quad (4)$$

成立, 其中

$$DV(x(\tau_k^+), \tau_k^+) := \frac{V(x(\tau_{k+1}^+), \tau_{k+1}^+) - V(x(\tau_k^+), \tau_k^+)}{\tau_{k+1}^+ - \tau_k^+}, \quad (5)$$

那么系统(1)的平衡点 $x = 0$ 一致渐近稳定.

**引理 2**<sup>[9]</sup> 设 $A, B \in S^{n \times n}$ , 则有

$$A \leq B \Rightarrow \lambda_i(A) \leq \lambda_i(B),$$

$$A < B \Rightarrow \lambda_i(A) \leq \lambda_i(B).$$

成立. 其中 $S^{n \times n}$ 表示所有对称实矩阵集合,  $\lambda_i(A)$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ 为矩阵 $A$ 的所有特征值并且满足 $\lambda_1(A) \leq \lambda_2(A) \leq \dots \leq \lambda_n(A)$ .

考虑如下类参数不确定脉冲系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + \Delta A)x(t) + (B + \Delta B)u(t), & t \neq \tau_k, \\ \Delta x = c_k \cdot x(\tau_k), & t = \tau_k, \\ x(0) = x_0, & t_0 = 0. \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $k \in N$ ,  $x \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态,  $u \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入,  $A$ 和 $B$ 是合适维数的已知常数矩阵,  $\Delta A$ 和 $\Delta B$ 是反映系统不确定性的合适维数的矩阵函数, 满足

$$[\Delta A \quad \Delta B] = DF(t) [E_1 \quad E_2] \quad (7)$$

其中 $D, E_1$ 和 $E_2$ 是合适维数的已知常数矩阵, 时变矩阵 $F(t)$ 满足

$$F^T(t)F(t) \leq I. \quad (8)$$

设系统状态的相邻瞬变时间间隔满足

$$0 < \tilde{l} < \tau_{k+1} - \tau_k < \tilde{h}, \quad k \in N. \quad (9)$$

其中:  $\tilde{l}$ 和 $\tilde{h}$ 为给定常数,  $c_k(k \in N)$ 是绝对值有界的常数, 定义

$$\beta = \max 1, \sup_{k \in N} \{ |1 + c_k| \}, \quad (10)$$

则显然有 $\|x(\tau_k^+)\| < \beta^2 \|x(\tau_k)\|, k \in N$ , 本文中 $\|\cdot\|$ 表示向量的欧氏范数或其诱导的矩阵范数.

对于系统(6)定义二次型性能指标

$$J = \int_0^\infty [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt. \quad (11)$$

其中 $Q$ 和 $R$ 是给定的正定对称加权矩阵.

**定义 1** 给定一个正数 $J^*$ , 对不确定脉冲系统(6)以及性能指标(11), 若存在一个控制律 $u^*(t)$ , 使得对所有允许的不确定性, 闭环系统是渐近稳定的, 且闭环性能指标满足 $J \leq J^*$ , 则称 $J^*$ 为系统(6)的一个性能上界,  $u^*(t)$ 为系统(6)的一个保成本控制律.

### 3 主要结果(Main results)

考虑如下线性时变脉冲系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A(t)x(t), & t \neq \tau_k, \\ \Delta x = c_k \cdot x(\tau_k), & t = \tau_k, \\ x(0) = x_0, & t_0 = 0. \end{cases} \quad (12)$$

其中 $A(t)$ 是合适维数的时变矩阵, 其他系统参数与系统(6)一致. 系统(6)和(12)均是系统(1)的特例.

**定理 1** 若存在正定对称矩阵 $P$ 使得

$$[A(t) + \gamma \cdot I]^T P + P[A(t) + \gamma \cdot I] < 0, \quad (13)$$

$\forall t \in \mathbb{R}^+$ 成立, 则线性时变脉冲系统(12)的平衡点一致渐近稳定. 其中标量 $\gamma$ 满足

$$\gamma > \frac{\ln \beta}{\tilde{l}} + \varepsilon > 0, \quad (14)$$

$\varepsilon$ 为任意给定的很小的正数.

**证** 取Lyapunov函数 $V(x) = x^T P x$ , 则

1) 当  $t \in (\tau_k, \tau_{k+1}]$ ,  $k \in N$  时, 沿着系统(12)的解轨道, 由式(13)有

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= x^T(A^T(t)P + PA(t))x \leq \\ &-2\gamma \cdot x^T P x \leq -2\gamma \cdot V(x).\end{aligned}$$

取  $h(V(x(\tau_k^+))) = V(x(\tau_k^+))$ , 由比较原理有

$$\begin{aligned}V(x(t)) &\leq \\ V(x(\tau_k^+)) \cdot \exp(-2\gamma(t - \tau_k^+)) &\leq \\ V(x(\tau_k^+)) &= h(V(x(\tau_k^+))).\end{aligned}\quad (15)$$

另外由式(9)(14)可得

$$\begin{aligned}V(x(\tau_{k+1}^+)) &= \\ (1 + c_{k+1})^2 x^T(\tau_{k+1})P x(\tau_{k+1}) &\leq \\ \beta^2 V(x(\tau_{k+1})) &\leq \\ \beta^2 \exp(-2 \ln \beta) \cdot \exp(-2\varepsilon \cdot \tilde{l}) V(x(\tau_k^+)) &= \\ \exp(-2\varepsilon \cdot \tilde{l}) V(x(\tau_k^+)) &\leq V(x(\tau_k^+)).\end{aligned}\quad (16)$$

则对于  $k = 0, 1, 2, \dots$ , 序列  $V(x(\tau_k^+))$  单调非增, 结合式(15)可知  $V(x)$  满足引理1的条件1).

2) 根据式(5)、式(16)有

$$\begin{aligned}DV(x(\tau_k^+)) &\leq \\ (\exp(-2\varepsilon \cdot \tilde{l}) - 1) V(x(\tau_k^+)) / \tilde{h} &= \\ (\exp(-2\varepsilon \cdot \tilde{l}) - 1) x^T(\tau_k^+) P x(\tau_k^+) / \tilde{h} &\leq \\ -\frac{\lambda_{\min}(P)(1 - \exp(-2\varepsilon \cdot \tilde{l}))}{\tilde{h}} \|x(\tau_k^+)\|^2.\end{aligned}$$

这里  $\lambda_{\min}(P)$  表示正定矩阵  $P$  的最小特征值.

$$\text{取 } \varphi_3(x) = \frac{\lambda_{\min}(P)(1 - \exp(-2\varepsilon \cdot \tilde{l}))}{\tilde{h}} \|x\|^2,$$

显然  $\varphi(x) \in K$ , 则  $V(x)$  也能满足引理1的条件2).

综合上面1)和2)的论述, 根据引理1线性时变脉冲系统(12)一致渐近稳定. 证毕.

下面给出系统(6)的保成本状态反馈控制律的存在条件.

**定理 2** 给定正数  $J^*$ , 对参数不确定脉冲系统(6)以及性能指标(11), 若存在正定对称矩阵  $P$  和矩阵  $K$ , 使得对所有允许的不确定性有不等式组

$$\begin{aligned}Q + K^T R K + \\ P[A + BK + DF(E_1 + E_2 K) + \gamma \cdot I] + \\ [A + BK + DF(E_1 + E_2 K) + \gamma \cdot I]^T P < 0, \quad (17) \\ 0 < P < [J^* / (\bar{c} \cdot \|x_0\|^2)] \cdot I\end{aligned}\quad (18)$$

成立, 则  $u^*(t) = Kx(t)$  是系统(6)的一个保成本控制律, 相应的系统性能上界为  $J^*$ . 其中常数

$$\bar{c} = (1 + \frac{(\beta^2 - 1) \exp(-2\varepsilon \cdot \tilde{l})}{1 - \exp(-2\varepsilon \cdot \tilde{l})}). \quad (19)$$

标量  $\gamma, \varepsilon, \tilde{l}$  的描述见式(9)和(14).

证 首先写出系统(6)的闭环系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A + BK + DF(E_1 + E_2 K))x(t), & t \neq \tau_k, \\ \Delta x = c_k \cdot x(\tau_k), & t = \tau_k, \\ x(0) = x_0, & t_0 = 0. \end{cases} \quad (20)$$

注意到闭环系统(20)是系统(12)的特例. 由式(17)以及  $Q, R$  的正定性显然有

$$\begin{aligned}P[A + BK + DF(E_1 + E_2 K) + \gamma \cdot I] + \\ [A + BK + DF(E_1 + E_2 K) + \gamma \cdot I]^T P < 0\end{aligned}$$

成立, 则根据定理1系统(20)一致渐近稳定.

选取Lyapunov函数  $V(x) = x^T P x$ , 当  $t \in (\tau_k, \tau_{k+1}]$ ,  $k \in N$  时, 沿着系统(20)的解轨道  $V(x)$  关于时间  $t$  的导数为

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &= \\ x^T \{P[A + BK + DF(E_1 + E_2 K)] + \\ [A + BK + DF(E_1 + E_2 K)]^T P\} x.\end{aligned}$$

据式(17)以及  $\gamma, P, Q$  和  $R$  的正定性有

$$\begin{aligned}\dot{V}(x) &\leq \\ -x^T (Q + K^T R K + 2\gamma \cdot P) x &\leq \\ -x^T (Q + K^T R K) x,\end{aligned}$$

因而

$$\begin{aligned}J &= \int_0^\infty [x^T(t)Q x(t) + u(t)^T R u(t)] dt \leq \\ &= -\int_0^\infty \dot{V}(x(t)) dt.\end{aligned}$$

注意到

$$\begin{aligned}-\int_0^\infty \dot{V}(x(t)) dt &= \\ -(\int_0^{\tau_1} \dot{V}(x(t)) dt + \int_{\tau_1^+}^{\tau_2} \dot{V}(x(t)) dt + \dots + \\ \int_{\tau_k^+}^{\tau_{k+1}} \dot{V}(x(t)) dt + \dots) &= \\ V(0) + \sum_{k=1}^\infty [V(\tau_k^+) - V(\tau_k)] &\leq \\ V(0) + (\beta^2 - 1) \cdot \sum_{k=1}^\infty V(\tau_k).\end{aligned}\quad (21)$$

又根据式(15),  $\forall k \in N$  有

$$V(x(\tau_{k+1})) \leq \beta^2 \exp(-2\gamma \cdot \tilde{l}) \cdot V(x(\tau_k)),$$

则式(21)中的数项级数

$$\sum_{k=1}^{\infty} V(\tau_k) \leq$$

$$V(0) \cdot \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \exp(-2\varepsilon \cdot \tilde{l}) \right]^k =$$

$$V(0) \cdot \frac{\exp(-2\varepsilon \cdot \tilde{l})}{1 - \exp(-2\varepsilon \cdot \tilde{l})}.$$

将上式代入式(21)有

$$J \leq \bar{c} \cdot V(0) \leq \bar{c} \cdot \lambda_{\max}(P) \cdot \|x_0\|^2. \quad (22)$$

又根据引理2和式(18)可以得到

$$\lambda_{\max}(P) < J^*/(\bar{c} \cdot \|x_0\|^2). \quad (23)$$

综合式(22)(23)可得  $J \leq J^*$ . 证毕.

**注** 在实际情况中很难准确得到系统的初态  $x_0$ , 通常假定  $x_0$  是满足  $E\{x_0 x_0^T\} = I$  的零均值随机变量, 则可以得出以下推论.

**推论 1** 给定正数  $J^*$ , 对参数不确定脉冲系统(6)以及性能指标(11), 若存在正定对称矩阵  $P$  和矩阵  $K$ , 使得对所有允许的不确定性有不等式(17)成立, 且矩阵  $P$  满足

$$\begin{bmatrix} AX + BW + (AX + BW)^T + \alpha DD^T + 2\gamma X & (E_1 X + E_2 W)^T & X & W^T \\ E_1 X + E_2 W & -\alpha \cdot I & 0 & 0 \\ X & 0 & -Q^{-1} & 0 \\ W & 0 & 0 & -R^{-1} \end{bmatrix} < 0, \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} M & I \\ I & X \end{bmatrix} > 0 \quad (26)$$

以及不等式

$$\text{tr } M < J^*/\bar{c} \quad (27)$$

成立, 则  $u^*(t) = WX^{-1}x(t)$  是参数不确定脉冲系统(6)的一个保成本控制律, 相应的系统性能  $\bar{J} = E(J) \leq J^*$ . 其中标量  $\gamma$  的描述见式(14).

**证** 选取 Lyapunov 函数  $V(x) = x^T P x$  并令  $P = X^{-1}$ .

1) 类似于文献[8]的定理2, 易得不等式(17)等价于式(25)所示的 LMI.

2) 根据 Schur 补定理, 式(26)等价于

$$M > X^{-1} = P > 0. \quad (28)$$

另外由矩阵迹的性质有

$$\text{tr } M = \sum_i \lambda_i(M), \text{tr } P = \sum_i \lambda_i(P). \quad (29)$$

根据引理2, 以及式(27)~(29)可知

$$\text{tr } P < \text{tr } M < J^*/\bar{c},$$

即推论1中的式(24)也得到满足. 证毕.

**注** 式(27)很容易使用 MATLAB 的 LMI 工具箱解

$$\text{tr } P < J^*/\bar{c}, \quad (24)$$

则  $u^*(t) = Kx(t)$  是系统(6)的一个保成本控制律, 相应的系统性能  $\bar{J} = E(J) \leq J^*$ . 其中  $\text{tr}(\cdot)$  和  $E(\cdot)$  分别表示矩阵的迹和期望运算.

**证** 由定理2的证明可知, 在满足式(17)约束的情况下, 系统(6)的性能指标  $J$  有

$$J \leq \bar{c} \cdot V(0) = \bar{c} \cdot x_0^T P x_0$$

成立. 考虑到  $x_0$  是满足  $E\{x_0 x_0^T\} = I$  的零均值随机变量, 对上式两端求期望并可得

$$\bar{J} = E(J) \leq \bar{c} \cdot E(x_0^T P x_0) = \bar{c} \cdot \text{tr } P.$$

将式(24)代入上式则得证.

注意到矩阵不等式(17)包含不确定矩阵  $F$ , 因此求解是困难的, 下面的定理则给出了一个便于求解控制器的方法.

**定理 3** 给定正数  $J^*$ , 对参数不确定脉冲系统(6)以及性能指标(11), 若存在标量  $\alpha > 0$ 、矩阵  $W$  和正定对称阵  $M, X$ , 使得 LMI

决, 则定理3可以使用 feasp 工具箱求解.

#### 4 数值示例(Numerical example)

给定  $J^* = 65$ , 考虑形如系统(6)的参数不确定脉冲系统的保成本控制问题, 其中

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, E_1 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0.3 \\ 0.1 & 0.4 \end{bmatrix},$$

$$E_2 = 0, Q = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

设最小脉冲发生时间间隔  $\tilde{l} = 0.5$ , 描述状态瞬变的量  $\beta = 1.5$ , 不妨取  $\gamma = 0.1$ ,  $\varepsilon = 0.01$ , 根据定理3应用 LMI 软件包可解得

$$P = \begin{bmatrix} 0.266 & 0.096 \\ 0.096 & 4.638 \end{bmatrix}, M = \begin{bmatrix} 0.294 & 0.106 \\ 0.106 & 5.111 \end{bmatrix}.$$

保成本控制律为

$$u^*(t) = \begin{bmatrix} -0.094 & -4.549 \\ -0.261 & -0.095 \end{bmatrix} x(t).$$

## 参考文献(References):

- [1] LAKSHMIKANTHAM V, BAINOV D D, SIMENOV P S. *Theory of Impulsive Differential Systems* [M]. Singapore: World Scientific, 1989.
- [2] LIU X Z. Stability theory for impulsive differential equations in terms of two different measures[M]//*Lecture Notes in Pure and Applied Mathematics*. New York: Marcel Dekker, 1991, 127: 375 – 384.
- [3] YE H, MICHEL A N, HOU L. Stability analysis of systems with impulse effects[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(12): 1719 – 1723.
- [4] 关治洪, 廖俊峰, 廖锐全. 不确定脉冲系统的鲁棒 $H_\infty$ 控制[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(4): 623 – 626.  
(GUAN Zhihong, LIAO Junfeng, LIAO Ruiquan. Robust  $H_\infty$  control of uncertain impulsive systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(4): 623 – 626.)
- [5] CHANG S, PENG T. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1972, 17(4): 474 – 483.
- [6] PETERSON I R, MCFARLANE D C. Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear system[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(9): 1971 – 1977.
- [7] BOYD S, GHAOUIL L E, FERON E, et al. Linear matrix inequalities in system and control theory[C] //*Proc of Annual Allerton Conf*

*on Communication, Control and Computing*. Monticello: Allerton House, 1993: 237 – 246.

- [8] 俞立. 线性不确定系统的最优保性能控制——线性矩阵不等式处理方法[J]. 控制理论与应用, 2000, 17(3): 423 – 428.  
(YU L. Optimal guaranteed cost control of linear uncertain system: an LMI approach[J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(3): 423 – 428.)
- [9] 倪国熙. 常用的矩阵理论和方法[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1984: 130 – 131.  
(NI Guoxi. *General Theory and Measures of Matrix*[M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technical Publisher, 1984: 130 – 131.)

## 作者简介:

黄 剑 (1975—), 男, 讲师, 主要研究方向为管控一体化、网络控制系统的分析与建模、生物信息与控制技术, E-mail: huang\_jian531@126.com;

关治洪 (1955—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为脉冲系统、时滞系统、非线性复杂系统控制, E-mail: zhguan@mail.hust.edu.cn;

王仲东 (1944—), 男, 教授, 主要研究方向为管控一体化、智能仪器仪表研制.

## (上接第970页)

- [2] GUO Zhi. A survey of satisfying control and estimation [C]// Han-Fu CHEN. *Proc of the 14th IFAC Congress*. Beijing: Tsinghua University Press, 1999: 443 – 447.
- [3] CHILALI M, GAHINET P.  $H_\infty$  design with pole placement constraints: an LMI approach [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(3): 358 – 366.
- [4] SHIMOMURA T, FUJII T. Multi-objective control design via successive over-bounding of quadratic terms[C]//*Proc of the 39th IEEE Conf on Decision and Control*. [s.l.]: [s.n.], 2000: 2763 – 2768.
- [5] BOYD S, GHAOUIL L E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*[M]. Philadelphia, PA: SIAM, 1994.

## 作者简介:

臧文利 (1979—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为满意控制及应用、信号与信息处理, E-mail: zwl1024@sina.com;

王远钢 (1964—), 男, 副教授, 主要研究方向为控制与估计中性能指标的相容性研究;

郭 治 (1937—), 男, 教授, 博士生导师, 目前主要研究领域为满意控制与估计、火力控制;

王艳霞 (1976—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为满意控制及其应用.