

文章编号: 1000-8152(2007)01-0039-07

全局最优联邦滤波器信息分配原则

邱 恺^{1,2}, 吴训忠¹, 张宗麟¹, 魏瑞轩¹

(1. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038; 2. 北京航空工程技术研究中心, 北京 100076)

摘要: 考虑到故障隔离后故障信息的影响一般需要一段时间才能够消除, 研究了子系统发生传感器故障条件下的联邦滤波器信息分配问题。基于使故障量对无故障子系统的影响最小化考虑, 提出了一种 ε 信息分配准则, 并给出了按给定的故障衰减系数进行调整的信息分配策略。根据本文方法可使其他无故障子滤波器具有较强的抗干扰能力, 从而使重构的联邦滤波器快速输出不含故障信息的融合结果。理论分析和仿真说明该方法是可行的。

关键词: ε 信息分配原则; 联邦滤波; 故障衰减系数; 快速重构能力

中图分类号: TP249.32 文献标识码: A

Information-sharing scheme for federated filter with optimality

QIU Kai^{1,2}, WU Xun-zhong¹, ZHANG Zong-lin¹, WEI Rui-xuan¹

(1. Institute of Engineering, Air Force Engineering University, Xi'an Shannxi 710038, China;
2. Beijing Aeronautical Technology Research Center, Beijing 100076, China)

Abstract: Because the fault information's influence on the federated filter reconstructed with the HLFs (healthy local filters) can not be removed immediately after the fault isolation, the problem of information-sharing of the federated filter with sensor failures in some local filters is investigated. For improving the ability of reconstruction of the federated filter, an information-sharing criterion under ε -restraint condition is theoretically proposed by minimizing the contamination on the HLFs from the faulty local filters, along with as an adaptive adjustment scheme against sensor failures for information division under a given fault attenuation coefficient ε . Theoretical analysis and simulation show that, by this method, the HLFs will achieve strong resistance to the contamination before the failures are detected, enabling the reconstructed federated filter to promptly yield a globally optimal solution not containing the fault information.

Key words: information-sharing scheme under ε -restraint condition; federated filter; fault attenuation coefficient; ability of fast reconstruction

1 引言(Introduction)

Carlson提出的联邦滤波器^[1,2], 因在计算量、精度和容错性等方面的优势, 在容错组合导航系统的设计中起着关键作用, 受到当代导航界普遍重视^[3~15]。为改善联邦滤波器的自适应能力和容错性, 许多文献^[4~15]从不同方面进行了研究。其中, 文献[5]提出了一种基于不同局部模型的滤波算法, 文献[6]将神经网络引入联邦滤波器的故障检测和全局融合估计的修正。针对联邦滤波器要求系统噪声统计特性等先验信息已知的局限性, 文献[7]提出了一种基于最小二乘的联邦滤波算法, 扩展了Carlson的联邦滤波算法。

在联邦滤波器中, “信息分配”是一个关键问题, 也是它与其他分散化滤波方法相区别的主要特征^[1,2]。许多文献对此进行了深入研究^[6,8~15], 并提

出了一些信息分配的动态调整方法。其中, 文献[6, 8~12]等分别提出了根据子滤波器估计误差方差阵进行调整的动态信息分配方法, 可以改善滤波精度较低的子系统精度。文献[12]提出了基于模糊评判技术的信息分配调整方法, 具有一定的自适应能力。最近, 文献[13,14]提出了一种基于局部估计最优性的动态信息分配方法, 但可能使主滤波器方差阵失去正定性, 且物理意义不明确^[15]。

当前关于联邦滤波器信息分配问题的研究, 基本上只考虑了系统没有发生故障时的情形^[4,7~15], 而当系统发生故障时, 怎样进行信息分配系数的调整问题却很少涉及。这必然给联邦滤波器的实际应用带来一些不利影响。本文研究了子系统发生传感器故障时的一类联邦滤波器信息分配问题, 提出了使故障对无故障子系统影响极小化的 ε 信息分配准则,

根据该原则可有效提高无故障子系统的抗污染能力,改善故障隔离后的滤波器重构能力。理论分析和仿真结果说明了本文思想的有效性。

2 联邦滤波算法原理(The federated filtering algorithm)

联邦滤波器^[1]为一种两级数据融合结构。子滤波器和主滤波器并行工作,分别根据各自的卡尔曼滤波方程得到局部估计 $\hat{X}_i(k)$ 和方差 $P_i(k)$,再由全局滤波器融合所有的子滤波器和主滤波器输出,得到全局最优估计 $\hat{X}_g(k)$ 和方差 $P_g(k)$ 。然后根据信息分配原则,利用全局估计和方差重置各个子滤波器和主滤波器。由N个子系统组成的联邦滤波器如图1所示。

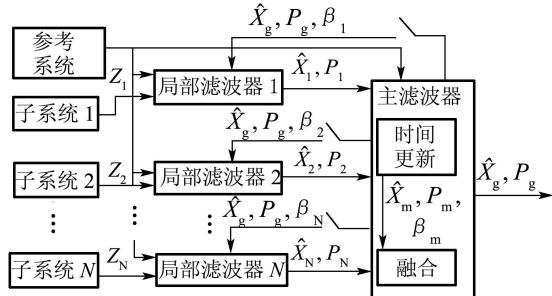


图1 联邦滤波器的一般结构

Fig. 1 Federated filter structure

设系统的状态方程和第*i*个子系统的量测方程分别为:

$$X(k) = \Phi(k, k-1)X(k-1) + W(k-1),$$

$$Z_i(k) = H_i(k)X(k) + V_i(k), \quad i = 1, \dots, N.$$

其中: $X(k) \in \mathbb{R}^n$, $\Phi(k, k-1) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $Z_i(k) \in \mathbb{R}^{m_i}$, $H_i(k) \in \mathbb{R}^{m_i \times n}$, $W(k) \sim N(0, Q(k))$, $V_i(k) \sim N(0, R_i(k))$ 。则联邦滤波器^[1]可由下列方程描述:

$$\hat{X}_i(k, k-1) = \Phi(k, k-1)\hat{X}_i(k-1), \quad (1)$$

$$P_i(k, k-1) = \Phi(k, k-1)P_i(k-1)\Phi^T(k, k-1) + Q_i(k-1), \quad (2)$$

$$P_i^{-1}(k) = P_i^{-1}(k, k-1) + H_i^T(k)R_i^{-1}(k)H_i(k), \quad (3)$$

$$P_i^{-1}(k)\hat{X}_i(k) = P_i^{-1}(k, k-1)\hat{X}_i(k, k-1) + H_i^T(k)R_i^{-1}(k)Z_i(k), \quad (4)$$

$$\hat{X}_g(k) = P_g(k)[\sum_{i=1}^N P_i^{-1}(k)\hat{X}_i(k) + P_m^{-1}(k)\hat{X}_m(k)], \quad (5)$$

$$P_g^{-1}(k) = \sum_{i=1}^N P_i^{-1}(k) + P_m^{-1}(k), \quad (6)$$

$$P_i^{-1}(k) = \beta_i P_g^{-1}(k), \quad Q_i^{-1}(k) = \beta_i Q^{-1}(k), \quad (7)$$

其中信息分配系数 $\beta_i (i = 1, \dots, N, m)$ 满足信息守恒原理,即具有关系 $\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_N + \beta_m = 1$ 。下标*m*和*g*分别表示主滤波器和全局融合结果。

3 ε 信息分配准则(Information-sharing criterion under ε restraint condition)

3.1 问题提出(Problem statement)

在联邦滤波器中,如果故障发生时,能立刻被检测和隔离,那么只需以无故障子系统进行滤波器重构,则新的状态估计将不受故障传感器的影响。但实际中故障往往需积累到一定程度才能够检测到,尤其对于渐变的传感器“软故障”。显然,此时系统的状态估计已受到故障信息的污染,并且由于反馈重置而使其他无故障子系统也受到污染。故障隔离后,利用已受污染的子系统重构滤波器,故障信息的影响必然会持续一段时间。

可以证明,信息分配系数不改变全局的最优化以及故障对全局的污染程度^[1,13]。但在实际中,我们希望在故障发生而未被检测出之前,尽量减少故障对其他无故障子系统的污染程度,提高无故障子系统的抗污染能力。这对提高联邦滤波器的快速重构和恢复能力具有重要意义。那么从信息分配的角度,是否存在某种信息分配原则,在保持全局最优情况下仍然可以使系统具有以下性质:

当某个子传感器系统发生故障时,联邦滤波器的其他无故障子系统对故障不敏感,具有较强的抗污染能力。

为说明以上问题,不失一般性,作以下假设:

假设1 设联邦滤波器工作在全局反馈重置结构^[1],由两个子滤波器组成,分别记为A和B。设*k*时刻,子滤波器A和B的信息分配系数分别为 $\beta_a(k)$ 和 $\beta_b(k)$,且 $\beta_a(k) + \beta_b(k) = 1$, $\beta_m(k) = 0$,即主滤波器仅起融合作用(令 $\beta_m(k) = 0$,仅是为了后面分析问题方便)。

假设2 子滤波器A在*k*时刻发生传感器故障,而子滤波器B正常。且设A的传感器量测可表示为 $Z_a(k) = Z_{ar}(k) + f$,其中, $Z_{ar}(k)$ 为传感器的真实量测值, f 为故障量。

记B的*k+1*步估计受传感器A的故障*f*污染后的估计值为 $\hat{X}_b(k+1)$,则 $\hat{X}_b(k+1)$ 可由下式表示:

$$\hat{X}_b(k+1) = \hat{X}_{br}(k+1) + \hat{X}_{bf}(k+1). \quad (8)$$

其中: $\hat{X}_{br}(k+1)$ 表示*k+1*步子滤波器B没有受故障污染时的状态估计; $\hat{X}_{bf}(k+1)$ 表示*k+1*步子滤波器B受子滤波器A的故障*f*污染后的故障偏差量。

现在上述问题为,寻求一种信息分配原则,根据

其确定的分配系数 $\beta_a(k)$ 和 $\beta_b(k)$, 在假设(1)和(2)的条件下, 可以使故障偏差量 $\hat{X}_{bf}(k+1)$ 达到极小, 即

$$\begin{aligned} \min \quad & \|\hat{X}_{bf}(k+1)\|_F \\ \text{s.t.} \quad & \beta_a(k) + \beta_b(k) = 1, \beta_a(k) \geq 0, \beta_b(k) \geq 0. \end{aligned}$$

其中 $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的Frobenius范数, 即

$$\|\hat{X}_{bf}(k+1)\|_F = \sqrt{\text{tr}[\hat{X}_{bf}(k+1)\hat{X}_{bf}^T(k+1)]},$$

tr表示矩阵求迹运算.

注 1 需要指出的是, 当具有多个局部滤波器以及主滤波器的信息分配系数不为零时, 上述提法仍然正确. 此时, $\beta_a(k)$ 表示发生故障的所有子滤波器和主滤波器的信息分配系数之和, 而 $\beta_b(k)$ 表示没有发生故障的所有子滤波器信息分配系数之和, 这一点可由联邦滤波的合成原理获得. 同时, A 表示的是由所有故障子滤波器和主滤波器融合后的一个等效子系统, 而 B 则表示由所有无故障子滤波器融合后的一个等效子系统.

3.2 故障量与信息分配系数的关系(Relations between information-sharing coefficients and fault influence)

从式(2)和(7)可得

$$\begin{aligned} P_i(k+1, k) = & \\ \Phi(k+1, k)P_i(k)\Phi^T(k+1, k) + Q_i(k) = & \\ \beta_i^{-1}(k)[\Phi(k+1, k)P_g(k)\Phi^T(k+1, k) + Q(k)] = & \\ \beta_i^{-1}(k)P_g(k+1, k), i = a, b, & \end{aligned} \quad (9)$$

由式(4), k 时刻子滤波器A的状态估计为

$$\begin{aligned} \hat{X}_a(k) = & \\ P_a(k)\{P_a^{-1}(k, k-1)\hat{X}_a(k, k-1) + & \\ H_a^T(k)R_a^{-1}(k)Z_a(k)\} = & \\ P_a(k)\{P_a^{-1}(k, k-1)\hat{X}_a(k, k-1) + & \\ H_a^T(k)R_a^{-1}(k)[Z_{ar}(k) + f]\} = & \\ P_a(k)[P_a^{-1}(k, k-1)\hat{X}_a(k, k-1) + & \\ H_a^T(k)R_a^{-1}(k)Z_{ar}(k) + H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f] = & \\ \hat{X}_{ar}(k) + P_a(k)H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f. & \end{aligned} \quad (10)$$

其中 $\hat{X}_{ar}(k) = P_a(k)[P_a^{-1}(k, k-1) + H_a^T(k)R_a^{-1}(k)Z_{ar}(k)]$ 表示无故障时的估计值.

子滤波器B的状态估计为

$$\begin{aligned} \hat{X}_b(k) = & P_b(k)[P_b^{-1}(k, k-1)\hat{X}_b(k, k-1) + \\ H_b^T(k)R_b^{-1}(k)Z_b(k)], & \end{aligned} \quad (11)$$

由式(6)可得, k 时刻的融合估计误差方差为

$$P_g^{-1}(k) = P_a^{-1}(k) + P_b^{-1}(k). \quad (12)$$

将式(10)代入式(5)可得, k 时刻的融合估计为

$$\begin{aligned} \hat{X}_g(k) = & \\ P_g(k)[P_a^{-1}(k)\hat{X}_a(k) + P_b^{-1}(k)\hat{X}_b(k)] = & \\ P_g(k)[P_a^{-1}(k)\hat{X}_{ar}(k) + P_b^{-1}(k)\hat{X}_b(k) + & \\ H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f] = & \\ P_g(k)[P_a^{-1}(k)\hat{X}_{ar}(k) + P_b^{-1}(k)\hat{X}_b(k)] + & \\ P_g(k)H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f = & \\ \hat{X}_{gr}(k) + P_g(k)H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f, & \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $\hat{X}_{gr}(k) = P_g(k)[P_a^{-1}(k)\hat{X}_{ar}(k) + P_b^{-1}(k)\hat{X}_b(k)]$ 表示无故障时的融合估计.

将式(7)代入式(11), 并注意到 $\hat{X}_b(k+1, k) = \Phi(k+1, k)\hat{X}_g(k)$, 则可得 $k+1$ 时刻子滤波器B的状态估计为

$$\begin{aligned} \hat{X}_b(k+1) = & \\ P_b(k+1)\{\beta_b(k)P_g^{-1}(k+1, k)\hat{X}_b(k+1, k) + & \\ H_b^T(k+1)R_b^{-1}(k+1)Z_b(k+1)\} = & \\ \beta_b(k)P_b(k+1)P_g^{-1}(k+1, k)\Phi(k+1, k)\hat{X}_g(k) + & \\ P_b(k+1)H_b^T(k+1)R_b^{-1}(k+1)Z_b(k+1). & \end{aligned} \quad (14)$$

将式(13)代入式(14)得

$$\begin{aligned} \hat{X}_b(k+1) = & \\ \beta_b(k)P_b(k+1)P_g^{-1}(k+1, k)\Phi(k+1, k)[\hat{X}_{gr}(k) + & \\ P_g(k)H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f] + & \\ P_b(k+1)H_b^T(k+1)R_b^{-1}(k+1)Z_b(k+1) = & \\ \beta_b(k)P_b(k+1)P_g^{-1}(k+1, k)\Phi(k+1, k)\hat{X}_{gr}(k) + & \\ P_b(k+1)H_b^T(k+1)R_b^{-1}(k+1)Z_b(k+1) + & \\ \beta_b(k)P_b(k+1)P_g^{-1}(k+1, k)\Phi(k+1, k) \cdot & \\ P_g(k)H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f. & \end{aligned} \quad (15)$$

注意到式(8)的表示形式及各项的意义, 与上式比较对应项, 不难得出

$$\begin{aligned} \hat{X}_{br}(k+1) = & \\ \beta_b(k)P_b(k+1)P_g^{-1}(k+1, k)\Phi(k+1, k)\hat{X}_{gr}(k) + & \\ P_b(k+1)H_b^T(k+1)R_b^{-1}(k+1)Z_b(k+1), & \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \hat{X}_{bf}(k+1) = & \\ \beta_b(k)P_b(k+1)P_g^{-1}(k+1, k)\Phi(k+1, k) \cdot & \\ P_g(k)H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f. & \end{aligned} \quad (17)$$

式(17)反映了故障项 $\hat{X}_{bf}(k+1)$ 与信息分配系数及系统故障之间的关系. 将式(9)代入式(3)得

$$P_b(k+1) = [\beta_b(k)P_g^{-1}(k+1, k) + H_b^T(k+1)R_b^{-1}(k+1)H_b(k+1)]^{-1}. \quad (18)$$

然后将上式代入式(17)得

$$\begin{aligned} \hat{X}_{bf}(k+1) &= \\ &\beta_b(k)[\beta_b(k)P_g^{-1}(k+1, k) + H_b^T(k+1)R_b^{-1}(k+1) \\ &H_b(k+1)]^{-1}P_g^{-1}(k+1, k)\Phi(k+1, k) \cdot \\ &P_g(k)H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f = \\ &\beta_b(k)\{P_g^{-1}(k+1, k)[\beta_b(k)I + \\ &P_g(k+1, k)H_b^T(k+1)R_b^{-1}(k+1)H_b(k+1)]\}^{-1} \cdot \\ &P_g^{-1}(k+1, k)\Phi(k+1, k)P_g(k)H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f = \\ &\beta_b(k)[\beta_b(k)I + P_g(k+1, k)H_b^T(k+1) \cdot \\ &R_b^{-1}(k+1)H_b(k+1)]^{-1} \cdot \\ &P_g(k+1, k)P_g^{-1}(k+1, k)\Phi(k+1, k) \cdot \\ &P_g(k)H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f = \\ &\beta_b(k)[\beta_b(k)I + P_g(k+1, k)H_b^T(k+1) \cdot \\ &R_b^{-1}(k+1)H_b(k+1)]^{-1} \cdot \\ &\Phi(k+1, k)P_g(k)H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f = \\ &S_{af}(k+1)M_f. \end{aligned} \quad (19)$$

式中:

$$M_f = \Phi(k+1, k)P_g(k)H_a^T(k)R_a^{-1}(k)f, \quad (20)$$

$$\begin{aligned} S_{af}(k+1) &= \beta_b(k)[\beta_b(k)I + P_g(k+1, k)H_b^T(k+1) \cdot \\ &R_b^{-1}(k+1)H_b(k+1)]^{-1} = \\ &\beta_b(k)[\beta_b(k)I + L]^{-1} = \\ &[I + \beta_b^{-1}(k)L]^{-1}. \end{aligned} \quad (21)$$

式中 $I \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为单位阵,

$$L = P_g(k+1, k)H_b^T(k+1)R_b^{-1}(k+1)H_b(k+1).$$

且有 $L \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

因此, $\hat{X}_{bf}(k+1)$ 是故障量 M_f 的线性函数。可看出, 在式(19)中仅 $S_{af}(k+1)$ 与信息分配系数 $\beta_b(k)$ 有关, 而 M_f 反映了 A 出现故障 f 后, 故障子滤波器 A 对 B 输入的故障量。从系统的输入输出观点看, $S_{af}(k+1)$ 即为故障量 M_f 的放大倍数, 反映了子滤波器 B 受子滤波器 A 的故障的影响程度。

3.3 ε 信息分配律(Information-sharing algorithm subject to ε)

由式(19)得

$$\begin{aligned} \|\hat{X}_{bf}(k+1)\|_F &= \|S_{af}(k+1)M_f\|_F \leqslant \\ &\|S_{af}(k+1)\|_F \cdot \|M_f\|_F. \end{aligned} \quad (22)$$

显然, $\|S_{af}(k+1)\|_F$ 反映了无故障子系统 B 受 A 故障输入影响的灵敏度, $\|S_{af}(k+1)\|_F$ 越小, 无故障子系统 B 对故障输入 M_f 的敏感度越低。若记 $J_f = \|S_{af}(k+1)\|_F^2$, 则我们的问题转化为求 $\beta_b(k)$, 使 J_f 极小, 即

$$\min \{J_f\} \quad \text{s.t.} \quad 0 \leqslant \beta_b(k) \leqslant 1. \quad (23)$$

根据上面性能指标, 我们提出下面的 ε 信息分配定义:

定义 1 对于任意给定的一个容许量 ε ($0 \leqslant \varepsilon < 1$) (称为故障衰减系数), 如果根据这种信息分配方法确定的 $\beta_a(k)$ 和 $\beta_b(k)$ 使得

$$\|S_{af}(k+1)\|_F < \varepsilon. \quad (24)$$

则称该信息分配是 ε 约束条件下的信息分配, 简称 ε 分配律。

注 2 显然, ε 信息分配的目的即指在故障发生后而没有被检测出的过程中, 使 S_{af} 尽可能的小。这里 ε 表示了对故障量的衰减程度, 其表明, 通过信息分配的调整将故障量 M_f 衰减至原幅度的 ε 倍后, 无故障子系统对故障将不太敏感, 即此时故障对无故障子系统的影响是可以接受的。

由式(21)得

$$\begin{aligned} J_f &= \text{tr}\{[S_{af}(k+1)[S_{af}(k+1)]^T\} = \\ &\text{tr}\{(I + \beta_b^{-1}(k)L)^{-1}[(I + \beta_b^{-1}(k)L)^{-1}]^T\} = \\ &\text{tr}\{(I + \beta_b^{-1}(k)L)^{-1}[(I + \beta_b^{-1}(k)L)^T]^{-1}\} = \\ &\text{tr}\{[(I + \beta_b^{-1}(k)L)^T(I + \beta_b^{-1}(k)L)]^{-1}\} = \\ &\text{tr}\{[I + \beta_b^{-1}(k)(L^T + L) + \beta_b^{-2}(k)L^T L]^{-1}\} = \\ &\text{tr}\{G^{-1}\}. \end{aligned} \quad (25)$$

式中 $G = I + \beta_b^{-1}(k)(L^T + L) + \beta_b^{-2}(k)L^T L$.

从一般意义上讲, 对于可逆矩阵 Y , 使性能指标 $\text{tr}\{Y\}$ 极小等价于使 $\text{tr}\{Y^{-1}\}$ 极大^[13]。由式(25)容易看出, G 为正定对称阵。因此, 极小化 J_f 等价于使性能指标 $\text{tr}\{G\}$ 极大化, 即

$$\min\{J_f\} = \min\{\text{tr}\{G^{-1}\}\} \Leftrightarrow \max\{\text{tr}\{G\}\}.$$

记 $L_m = \text{tr}\{G\}$, 令 $\gamma_b = \beta_b^{-1}(k)$, 则有 $1 \leqslant \gamma_b < \infty$ 。将 γ_b 代入 G 再代入 L_m 得

$$\begin{aligned} L_m &= \text{tr}\{G\} = \\ &\text{tr}\{I + \beta_b^{-1}(k)(L^T + L) + \beta_b^{-2}(k)L^T L\} = \\ &n + 2\gamma_b \cdot \text{tr}\{L\} + \gamma_b^2 \cdot \text{tr}\{L^T L\}. \end{aligned} \quad (26)$$

对上式求 γ_b 的导数得

$$\frac{\partial L_m}{\partial \gamma_b} = 2\text{tr}\{L\} + 2\text{tr}\{L^T L\} \cdot \gamma_b.$$

显然, $\text{tr}\{L^T L\} > 0$, 注意到实际中矩阵 L 各项对应的物理意义, 一般有 $\text{tr}\{L\} > 0$. 因此, 对于 $\gamma_b \in [1, \infty)$, $\frac{\partial L_m}{\partial \gamma_b} > 0$, 即 L_m 是关于 γ_b 的递增函数. 显然, 当 $\gamma_b = \infty$ 时, L_m 达到最大, 此时 J_f 最小, 从而求得对应的 $\beta_b(k) = 0$. 因此, 我们有下面的结论:

结论 1 当子滤波器 A 发生故障时, 若要使子滤波器 B 不受故障的影响, 应采取的信息分配原则为 $\beta_b(k) = 0, \beta_a(k) = 1$.

注 3 当子滤波器的信息分配系数为零时, 表示该子滤波器不再利用系统的信息, 退化为最小二乘估计, 从而不再受其他子滤波器的影响.

记 $\lambda_i (i = 1, \dots, n)$ 为 G^{-1} 的 n 个特征值, 且设 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$. 注意到 G^{-1} 为正定对称阵, 则有 $\lambda_n > 0$, 并且 $\lambda_i^{-1} (i = 1, \dots, n)$ 为 G 的特征值. 由特征值和矩阵迹的关系可得

$$\begin{cases} J_f = \text{tr}\{G^{-1}\} = \sum_{i=1}^n \lambda_i \leq n\lambda_1, \\ L_m = \text{tr}\{G\} = \sum_{i=1}^n \lambda_i^{-1} \geq n\lambda_1^{-1}. \end{cases} \quad (27)$$

令 $J_f = \text{tr}\{G^{-1}\} \leq n\lambda_1 < \varepsilon^2$, 则有 $\lambda_1 < \varepsilon^2/n$, 即 $\lambda_1^{-1} > \varepsilon^2/n$, 从而

$$L_m = \text{tr}\{G\} = \sum_{i=1}^n \lambda_i^{-1} \geq n\lambda_1^{-1} > n^2/\varepsilon^2. \quad (28)$$

显然, 从使 L_m 极大的角度, 若(24)成立, 则上式必然成立, 即

$$L_m = n + 2\gamma_b \cdot \text{tr}\{L\} + \gamma_b^2 \cdot \text{tr}\{L^T L\} > n^2/\varepsilon^2. \quad (29)$$

解得

$$\gamma_b > \frac{1}{\text{tr}\{L^T L\}} \{ [\text{tr}^2\{L\} - n \cdot \text{tr}\{L^T L\} + \text{tr}\{L^T L\} \cdot n^2/\varepsilon^2]^{1/2} - \text{tr}\{L\} \}. \quad (30)$$

从而

$$\beta_b(k) < \text{tr}\{L^T L\} / \{ [\text{tr}^2\{L\} - n \cdot \text{tr}\{L^T L\} + \text{tr}\{L^T L\} \cdot n^2/\varepsilon^2]^{1/2} - \text{tr}\{L\} \}. \quad (31)$$

因此, 我们有下面的信息分配律:

结论 2 在一个可接受的 ε 条件下, 若要使信息分配满足 ε 分配律, 则无故障子系统的信息分配系数 $\beta_b(k)$ 应当满足式(31), 且 $\beta_a(k) + \beta_b(k) = 1$.

为说明结论2的意义, 不妨设 $\varepsilon = 0.1, n = 3$, $H_b(k+1) = 1, R_b^{-1}(k+1) = 1, P_g(k+1, k) = I_{3 \times 3}$, 则 $L = I_{3 \times 3}$, 代入式(31)计算得, $\beta_b(k) \approx 0.06$. 这说明, 若要使 k 时刻 A 发生的故障对子系统 B 的影响程度在 ε 意义下降低至 0.1, 则 k 时刻 B 的分配系数

应满足 $\beta_b(k) < 0.06$. 事实上, 将 $\beta_b(k) \approx 0.06$ 代入式(31), 算得 $J_f \approx 0.0032$, 即 $\|S_{af}(k+1)\|_F \approx 0.057 \ll 0.1$, 这表明根据 ε 确定的 $\beta_b(k)$ 可使实际效果更好.

从结论1和2, 不难得出:

结论 3 在假设1和2条件下, 当取 $\beta_b(k) \ll \beta_a(k)$ 时, 子系统 B 对子系统 A 的故障将具有很强的抗污染能力.

注 4 需要指出的是, 以上结论以及关于信息分配系数 $\beta_b(k)$ 的计算式(31), 是在假设 A 故障条件下获得的. 显然, 由 A 和 B 的对称性, 当假设 B 故障时, 只需将结论1至结论3中关于子滤波器 A 和 B 的符号对换, 则以上结论依然成立.

事实上, 从提高系统的重构能力考虑, 结论3也反映了这样一种性质: 对于一般正常系统, 当子滤波器 i 发生故障的可能性越大时, 该子系统的信息分配系数 $\beta_i(k)$ 应越大; 反之, 当子滤波器发生故障的可能性越小时, 其分配系数 $\beta_i(k)$ 应越小.

3.4 ε 信息分配律的实现(Design of Information-sharing algorithm subject to ε)

基于上述分析, 根据设定的 ε , 采用下面的信息分配规律:

$$\begin{cases} \beta_{if}(k) = \text{tr}\{L_i^T L_i\} / \{ [\text{tr}^2\{L_i\} - n \cdot \text{tr}\{L_i^T L_i\} + \text{tr}\{L_i^T L_i\} \cdot n^2/\varepsilon^2]^{1/2} - \text{tr}\{L_i\} \}, \\ \beta_m(k) = 1 - \sum_{i=1}^2 \beta_{if}(k). \end{cases} \quad (32)$$

式中: $L_i = P_g(k+1, k) H_i^T(k+1) R_i^{-1}(k+1) H_i(k+1), i = A, B$; $\beta_m(k)$ 为主滤波器的信息分配系数.

显然, 式(32)的信息分配律是基于子滤波器 i 自身的无故障假设. 根据结论2, 在子系统发生故障而没有被检测出之前, 其信息分配系数应当满足式(31). 因此, 如果从每个子滤波器的抗污染能力出发, 我们可以认为, 子滤波器 i 没有发生故障, 而其他子滤波器均可能已经发生故障但没有检测出来, 从而每个子滤波器应当满足式(31). 这样, 将使无故障子系统具有很强的抗故障污染能力.

最后需要指出的是, 可以将式(32)的信息分配律自然地推广到多个子滤波器的一般情形.

4 算例仿真(Simulation example)

考虑如下简易的双传感器系统模型:

$$\begin{aligned} X(k) &= \Phi(k, k-1) X(k-1) + \Gamma(k) w(k-1), \\ Z_i(k) &= H_i(k) X_i(k) + v_i(k) (i = A, B). \end{aligned}$$

其中, $X(k) = [x_1(k), x_2(k), x_3(k)]^T$ 为三维向量, 分量分别为位移、速度和加速度, $Z_i(k)$ 为位移量测. 且设状态转移阵为 $\Phi(k, k-1) = [1, t/2, t^2/2; 0, 1, t; 0, 0, 1]$, $\Gamma(k) = [0, 0, 1]^T$. 设 $t = 0.05$, $Q_k =$

$\text{var}[w(k)] = 3$, $E[w(k)] = 0$, $E[v_i] = 0$, $R_A = E[v_{Ai} v_{Aj}] = 2.5\delta_{ij}$, $R_B = E[v_{Bi} v_{Bj}] = 3\delta_{ij}$, $H_A = H_B = [2, 0, 0]$, $\beta_m = 0$, 主滤波器仅作为融合器。设系统滤波时间为600步, 缓变的传感器故障量为 $\Delta Z(t) = 0.5 * (t - 300)$ 。记Carlson的平均分配方法为方法1, 记本文的方法为方法2, 文献[9]的方法为方法3。现分别设子系统A和B, 在300~400之间发生故障而后恢复正常, 3种分配方法的仿真比较结果如图2和3所示(图中只给出位移估计误差)。图(a)表示子滤波器A的位移估计, (b)表示子滤波器B的位移估计误差, 而(c)则表示融合位移估计误差。

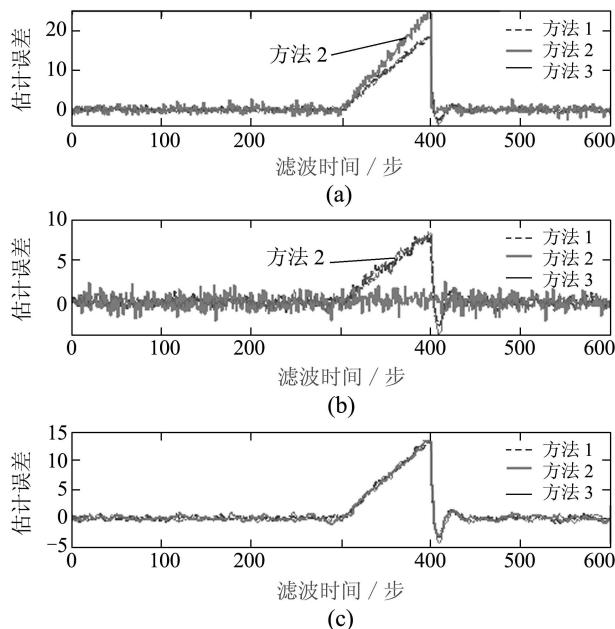


图2 A故障时的位移估计误差

Fig. 2 Position estimation errors with a failure in A

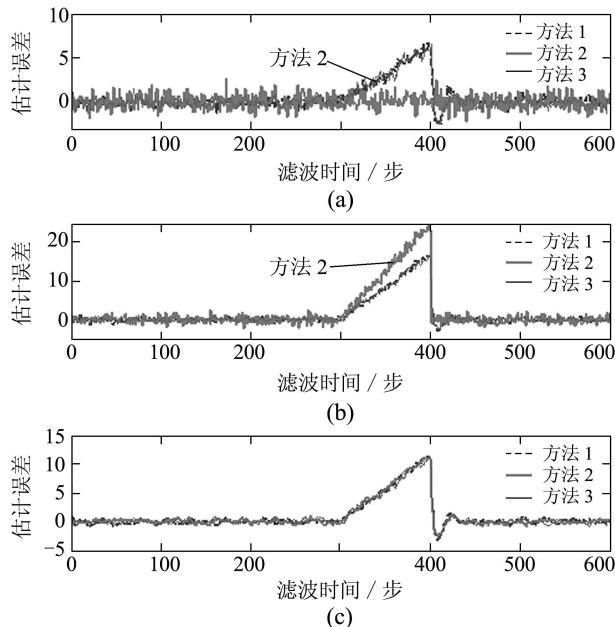


图3 B故障时的位移估计误差

Fig. 3 Position estimation errors with a failure in B

1) 从图2(b)可以看出, 根据本文方法, 当传感器A发生故障时, 无故障子滤波器B对故障具有很强的抗污染能力, 而根据其他两种方法B, 则均受到严重污染;

2) 从图3(a)可以看出, 当传感器B发生故障时, 无故障子滤波器A对故障具有很强的抗污染能力, 而根据其他两种方法A, 则均受到严重污染;

3) 以上两种情况下各种分配方法的全局融合估计如图2(c)和图3(c)所示, 可以看出各种方法不能改变故障对系统全局估计的污染程度, 这说明提高无故障子系统的抗污染能力对提高联邦滤波的重构能力具有重要意义。

5 结论(Conclusion)

本文研究了子系统发生故障条件下的联邦滤波器信息分配问题, 基于使故障量对无故障子系统的影响最小化考虑, 提出了 ε 信息分配的准则, 并给出了 ε 信息分配律的设计实现方法。该方法兼顾了无反馈结构的高容错性和反馈结构的高精度特性, 提高了无故障子系统的抗污染能力。

参考文献(References):

- [1] CARLSON N A. Federated square filter for decentralized parallel processes[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electric*, 1990, 26(3): 517 – 524.
- [2] GAO Y, KRAKIWSKY E J, MCLELLAN J F. Experience with application of federated filter design to kinematic GPS positioning[C]//*IEEE Position Location and Navigation Symposium*. Monterey: [s.n.], 1992(3): 314 – 320.
- [3] STEPHEN C, FELTER N, EVA WU. A relative navigation system for formation flight[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(3): 958 – 967.
- [4] ALI JAMSHAIID, FANG J C . SINS/ANS/GPS integration using federated Kalman filter based on optimized information-sharing coefficients[C]//*2005 AIAA Guidance, Navigation, and Control Conf and Exhibit*. San Francisco, USA: AIAA, 2005(6): 1 – 13.
- [5] YOU Wenhui , JIANG Fuxing , FENG Rupeng . A modified federal Kalman filter algorithm and its application at GPS/INS integrated navigation system[C]//*Proc of the 5# World Congress on Intelligent Control and Automation*. Hangzhou, China: [s.n.], 2004(4): 1610 – 1613.
- [6] 柴霖, 袁建平, 方群, 等. 神经网络辅助的组合导航系统信息融合方案[J]. 西北工业大学学报, 2005, 23(1): 45 – 48.
(CHAI Lin, YUAN Jianping, FANG Qun, et al. Neural-network-aided information fusion for integrated navigation application[J]. *J of Northwestern Polytechnical University*, 2005, 23(1): 45 – 48.)
- [7] 赵龙, 陈哲. 新型联邦最小二乘滤波算法及应用[J]. 自动化学报, 2004, 30(6): 897 – 904.
(ZHAO Long, CHEN Zhe. A new type of federated least square filtering algorithm and its application[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(6): 897 – 904.)
- [8] 房建成, 申功勋, 万德钧. 车载GPS/DR/地图匹配组合导航系统的自适应联合卡尔曼滤波模型[J]. 控制与决策, 1999, 14(5): 448 – 452.

- [FANG Jiancheng, SHEN Gongxun, WAN Dejun. An adaptive federated Kalman filter model for GPS/DR/Map matching integrated navigation system in land vehicle[J]. *Control and Decision*, 1999, 14(5): 448 – 452.)
- [9] 王宇飞, 黄显林, 胡恒章. 组合导航系统中一种基于特征值分解的自适应信息融合滤波算法[J]. 航空学报, 2000, 21(3): 274 – 276.
(WANG Yufei, HUANG Xianlin, HU Hengzhang. Eigenvalue-decomposition-based adaptive information fusion filter algorithm for integrated navigation systems[J]. *Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica*, 2000, 21(3): 274 – 276.)
- [10] 刘准, 陈哲. INS/GPS/TRCOM 组合制导系统中的信息融合方法研究[J]. 宇航学报, 2001, 22(3): 26 – 32.
(LIU Zhun, CHEN Zhe. Research on information fusion method in INS/GPS/TERCOM system[J]. *J of Astronautics*, 2002, 22(3): 26 – 32.)
- [11] 刘瑞华, 刘建业. 联邦滤波信息分配新方法[J]. 中国惯性技术学报, 2001, 9(2): 28 – 32.
(LIU Ruihua, LIU Jianye. A new method of information sharing in federated filter [J]. *J of Chinese Inertial Technology*, 2001, 9(2): 28 – 32.)
- [12] 万健如, 裴伟, 陈曦. 基于模糊评判的组合导航自适应信息融合方法[J]. 系统工程与电子技术, 2005, 27(2): 308 – 311.
(WAN Jianru, PEI Wei, CHEN Xi. Method for adaptive information fusion based on the fuzzy assessment theory for integrated navigation system[J]. *System Engineering and Electronics*, 2005, 27(2): 308 – 311.)
- [13] 顾启泰, 王颂. 联邦滤波器的最优性[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2003, 43(11): 1460 – 1463.
(GU Qitai, WANG Song. Optimized federated filter[J]. *J of Tsinghua University (Sci & Tech)*, 2003, 43(11): 1460 – 1463.)
- [14] 顾启泰, 王颂. 联邦滤波器信息分配系数的优选算法[J]. 中国惯性技术学报, 2003, 11(6): 1 – 6.
(GU Qitai, WANG Song. Optimized algorithm for information-sharing coefficients of federated filter[J]. *J of Chinese Inertial Technology*, 2003, 11(6): 1 – 6.)
- [15] 熊凯, 邱红专. 对“联邦滤波器信息分配系数的优选算法”一文的商榷[J]. 中国惯性技术学报, 2005, 13(2): 49 – 53.
(XIONG Kai, QIU Hongzhan. Discussion about ‘optimized algorithm for information sharing coefficients of federated filter’ [J]. *J of Chinese Inertial Technology*, 2005, 13(2): 49 – 53.)

作者简介:

- 邱 恺 (1977—), 男, 博士, 研究方向为导航系统中的信息融合技术等, E-mail: qiukai_em@163.com;
- 吴训忠 (1969—), 男, 教授, 研究方向为先进控制理论及其应用;
- 张宗麟 (1940—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为惯性导航与组合导航;
- 魏瑞轩 (1968—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性系统分析、信号处理与故障诊断.

(上接第31页)

- [16] 孙明轩, 黄宝键. 迭代学习控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.
(SUN Mingxuan, HUANG Baojian. *Iterative Learning Control*[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1999.)
- [17] 施建礼, 宋召青, 王文才. 非正则线性系统的闭环P型迭代学习控制[J]. 计算机仿真, 2003, 20(10): 71 – 73.
(SHI Jianli, SONG Zhaoqing, WANG Wencai. A Closed-loop P-type Iterative Learning Control for Irregular Linear System[J]. *Computer Simulation*, 2003, 20(10): 71 – 73.)
- [18] 王毅敏, 方勇. 任意初始状态下非正则系统的迭代学习控制设计[J]. 系统工程与电子技术, 2004, 26(3): 364 – 367.
(WANG Yimin, FANG Yong. Iterative learning control design for irregular linear system with an arbitrary initial state[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2004, 26(3): 364 – 367.)

作者简介:

- 田森平 (1961—), 1988年在华中师范大学获硕士学位, 1999年在华南理工大学获博士学位, 现为华南理工大学自动化科学与工程学院副教授, 在微分方程定性和稳定性理论、迭代学习控制算法与计算机仿真等方面发表了近20篇论文, 目前感兴趣的研究方向是非线性系统的迭代学习控制理论与算法, E-mail: ausptian@scut.edu.cn;

- 谢胜利 (1958—), 华南理工大学无线电与自动控制研究所教授, 博士生导师, IEEE高级会员, 出版学术专著(国家“九五”重点图书)一部, 发表学术论文70多篇, 4次获得省部级科技奖励, 主要研究方向为非线性系统学习控制, 机器人系统、自适应多路回波消除、盲信号处理以及图像处理等, E-mail: adshlxie@scut.edu.cn;

- 何 刚 (1985—), 硕士研究生, 研究方向为迭代学习控制算法、系统工程理论和方法.