第 24 卷第 1 期
2007 年 1 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 24 No. 1
Feb. 2007

文章编号: 1000−8152(2007)01−0075−04

极大极小系统的周期时间配置域

陶跃钢, 李坤杰, 刘国平

(中国科学院自动化研究所 复杂系统与智能科学重点实验室, 北京 100080)

摘要: 通信网络、计算机网络、工业制造等领域的许多问题可以由极大极小系统模型描述. 周期时间是极大极小系统的周期行为指标. 引入极大极小系统关于状态反馈的周期时间配置域概念. 证明周期时间配置域局部无界性等价于系统局部能达性, 并指出配置域的无界性与系统的能稳性的关联. 同时证明周期时间配置域是闭的和连通的.

关键词: 极大极小系统; 周期时间配置域; 无界性; 能达性

中图分类号: O231, N941　　**文献标识码:** A

Range of cycle time assignment of max-min systems

TAO Yue-gang, LI Kun-jie, LIU Guo-ping

(Laboratory of Complex Systems and Intelligence Science, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: A variety of problems arising in communication networks, computer networks, automated manufacturing plants, etc., can be described by max-min system models. Cycle time is the periodic behaviour of such systems. Firstly, the concept of range of cycle time assignment related to state feedback is introduced. The local unboundedness of the range is then proved to be equivalent to the local reachability of the system. The internal relationship between the unboundedness and the stabilization is also pointed out. Morever, the range is proved to be closed and connected.

Key words: max-min systems; range of cycle time assignment; unboundedness; reachability

1 引言(Introduction)

极大极小系统存在于通信网络、计算机网络、工业制造等真实系统中, 且以极大系统为特例[1~8]. 近年来, 极大极小系统的预测控制和反馈控制问题引起了人们的关注[9~14]. 周期时间是极大极小系统的周期行为指标. 周期时间配置域是极大极小系统在反馈作用下周期时间的变化范围. 本文研究极大极小系统关于状态反馈的周期时间配置域的有界性、无界性、闭性和连通性等结构性质, 及其与系统能达性、能稳性的关联.

2 基本定义与引理(Basic definitions and lemmas)

$\mathbb{R}$表示实数集, $\mathbb{R}^n$表示$\mathbb{R}$上n维列向量集. 令$\bar{\mathbb{R}} := \mathbb{R}\cup\{-\infty\}$; $\forall a,b\in\bar{\mathbb{R}}, a\vee b := \max(a,b)$, $a\wedge b := \min(a,b)$; $\mathbb{D} := (\bar{\mathbb{R}},\vee,+)$. $\mathbb{D}$称为极大代数. 假定$x_1,x_2,\cdots$是变量, $a\in\mathbb{R}$是参量. 一个极大极小式是有限个$a+x_i$ 经过有限次$\vee$或$\wedge$运算作成的式子. 仅含$\vee$的极大极小式称为单极大式. n维极大极小函数是$\mathbb{R}^n$到$\mathbb{R}^n$的函数, 其中每个分支是$\mathbb{R}^n$到$\mathbb{R}$的关于n个变量$x_1,x_2,\cdots,x_n$的极大极小式. 习惯上, 记n维极大极小函数为$F(\boldsymbol{x}) = [F_1(\boldsymbol{x})\ F_2(\boldsymbol{x})\ \cdots\ F_n(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}}$, 其中$\boldsymbol{x}=[x_1\ x_2\ \cdots\ x_n]^{\mathrm{T}}$. 如果$F_i(\boldsymbol{x}), 1\leqslant i\leqslant n$都是单极大式, 则$F(\boldsymbol{x})$称为单极大函数, 即极大函数. 由文献[4]可知, n维极大极小函数$F(\boldsymbol{x})$可以表写为矩阵形式

$$F(\boldsymbol{x}) = \bigwedge_{r\in\mathcal{I}} A_r\boldsymbol{x}, \tag{1}$$

其中: $A_r=[a_{ij}^r]\in\mathbb{D}^{n\times n}$是$F(\boldsymbol{x})$的单极大射影, $\mathcal{I}$是全部A_r的指标集合, $A_r\boldsymbol{x}$为$\mathbb{D}$上矩阵的乘积: $(A_r\boldsymbol{x})_i = \bigvee_{1\leqslant j\leqslant n} a_{ij}^r + x_j, 1\leqslant i\leqslant n$. 令$F^k(\boldsymbol{x}) = F(F^{k-1}(\boldsymbol{x}))$, 其中$F^0(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{x}$.

定义 1　设$F(\boldsymbol{x})$是一个n维极大极小函数, 则极限向量$\lim\limits_{k\to\infty} F^k(\boldsymbol{x})/k$ 称为$F(\boldsymbol{x})$的周期时间(向量), 记为$\chi(F) = [\chi_1(F)\ \chi_2(F)\ \cdots\ \chi_n(F)]^{\mathrm{T}}$.

设$A=[a_{ij}]\in\mathbb{D}^{n\times n}$. $\mathcal{G}(A)$表示A的赋权有向图: 结点集为$\{1,2,\cdots,n\}$, 点i和点j之间的有向弧

收稿日期: 2005−04−06; 收修改稿日期: 2006−04−03.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60528002, 60334020); 中国科学院自动化研究所博士后专项基金资助项目.

规定为: 当$a_{ij} \neq -\infty$时, 有j到i的弧, 且权重为a_{ij}; 当$a_{ij} = -\infty$时, 没有j到i的弧. 对于有向图$\mathcal{G}(A)$, $w(p)$表示路p的重, $l(p)$表示路p的长; 当c为回路时, $w(c)/l(c)$表示回路c的均重.

定义 2 设A是$\mathbb{D}$上一个n阶非退化矩阵, 定义$\mu(A) := [\mu_1(A)\ \mu_2(A)\ \cdots\ \mu_n(A)]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^n$, 其中$\mu_i(A) = \max\{w(c)/l(c)|c$是$\mathcal{G}(A)$中到点$i$有路的回路$\}$, 则$\mu(A)$称为矩阵$A$的周期时间.

引理 1 设$F(\boldsymbol{x})$是一个形如式(1)的n维极大极小函数, 则$\chi(F)$存在, 且

$$\chi(F) = \mathop{\wedge}_{r\in\mathcal{I}} \mu(A_r). \tag{2}$$

以上符号、定义和引理的详尽论述可见文献[1, 2, 4].

自治极大极小系统指系统F: $\boldsymbol{x}(k+1) = F(\boldsymbol{x}(k))$; 非自治极大极小系统指系统$S$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = F(\boldsymbol{x}(k)) \vee B\boldsymbol{u}(k), \\ \boldsymbol{y}(k) = C\boldsymbol{x}(k), \end{cases} \tag{3}$$

其中: $B = [b_{ij}] \in \mathbb{D}^{n\times q}$, $C = [c_{ij}] \in \mathbb{D}^{p\times n}$, $\boldsymbol{x}(k) \in \mathbb{R}^n$, $\boldsymbol{u}(k) \in \mathbb{R}^q$, $\boldsymbol{y}(k) \in \mathbb{R}^p$. 系统$S$有单极大射影系统$S_r$:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = A_r\boldsymbol{x}(k) \vee B\boldsymbol{u}(k), \\ \boldsymbol{y}(k) = C\boldsymbol{x}(k). \end{cases} \tag{4}$$

当B和C为$\mathbb{D}$上零矩阵时, S_r为F的单极大射影系统.

对系统S施加状态反馈$\boldsymbol{u}(k) = K\boldsymbol{x}(k)$, 其中$K = [k_{ij}] \in \mathbb{D}^{q\times n}$, 可得闭环系统

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = F(\boldsymbol{x}(k)) \vee BK\boldsymbol{x}(k), \\ \boldsymbol{y}(k) = C\boldsymbol{x}(k), \end{cases} \tag{5}$$

其中BK为$\mathbb{D}$上矩阵的乘积. 系统(5)记为$F \vee BK$. 由式(1), 闭环系统$F \vee BK$可转化为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = \mathop{\wedge}_{r\in\mathcal{I}} (A_r \vee BK)\boldsymbol{x}(k), \\ \boldsymbol{y}(k) = C\boldsymbol{x}(k). \end{cases} \tag{6}$$

引理 2[13] 矩阵集$\{A_r \vee BK|r \in \mathcal{I}\}$是$F \vee BK$的一个单极大射影集.

矩阵$A_r \vee BK$的赋权有向图$\mathcal{G}(A_r \vee BK)$是在$\mathcal{G}(A_r)$中添加一些新的弧作成的图: 当$(BK)_{ij} \neq -\infty$ 时, 存在j到i有权重$(BK)_{ij}$的弧. 在$\mathcal{G}(A_r \vee BK)$中, 到点i有路的回路, 除$\mathcal{G}(A_r)$中的外, 可能还会有一些含有以$(BK)_{ij}$为权重的弧的回路. 如果把K的非零元看作变量, 则由定义2可知, $\mu(A_r \vee BK)$是关于矩阵K的非零元的函数. 从而$\chi(F \vee BK)$是关于矩阵K的非零元的函数.

由引理1和引理2可得下面的引理3.

引理 3 闭环系统$F \vee BK$的周期时间为

$$\chi(F \vee BK) = \mathop{\wedge}_{r\in\mathcal{I}} \mu(A_r \vee BK). \tag{7}$$

定义 3 $\chi(F \vee BK)$称为系统S关于状态反馈矩阵K的周期时间配置函数.

3 周期时间配置域(Range of cycle time assignment)

定义 4 集合$\{\boldsymbol{z} \in \mathbb{R}^n|$存在一个状态反馈矩阵$K$使$\chi(F \vee BK) = \boldsymbol{z}\}$ 称为系统S关于状态反馈的周期时间配置域, 记为Δ.

假定K是一个状态反馈矩阵. 记系统S关于K的周期时间配置函数$\chi(F \vee BK)$的值域为Δ_K. 由Δ的定义即得

$$\Delta = \cup_{K\in\mathcal{L}} \Delta_K, \tag{8}$$

其中$\mathcal{L}$ 是$\mathbb{D}$上构型[4]互异的$q \times n$矩阵集合. 用组合方法可以证明, $\mathcal{L}$所含矩阵的个数为$(2^n)^q$. 由此可以推测, 周期时间配置域Δ的结构是较为复杂的.

4 无界性和能达性(Unboundedness and reachability)

符号$\leqslant$表示偏序:

$$\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w} \in \mathbb{R}^s,\ \boldsymbol{v} \leqslant \boldsymbol{w} \Longleftrightarrow v_i \leqslant w_i, 1 \leqslant i \leqslant s. \tag{9}$$

函数$\alpha: \mathbb{R}^s \to \mathbb{R}^t, t > 1$ 称为向量值函数. 如果

$$\forall \boldsymbol{v}, \boldsymbol{w} \in \mathbb{R}^s, \boldsymbol{v} \leqslant \boldsymbol{w} \Longrightarrow \alpha(\boldsymbol{v}) \leqslant \alpha(\boldsymbol{w}), \tag{10}$$

则称α为单调增函数.

引理 4 $\chi(F)$是Δ关于偏序(9)的一个下界.

证 假定K是$\mathcal{L}$中任一矩阵, A_r是$F(\boldsymbol{x})$的任一单极大射影. 在$\mathcal{G}(A_r \vee BK)$中, 到点1有路的回路, 除$\mathcal{G}(A_r)$中的外, 可能还会有一些含有以K的非零元为权重的弧的回路. 对于这些回路, 如果K中非零元的取值使其均重小于或等于原来到点1有路的临界回路的均重, 则在运算$\vee$下其均重被临界回路的均重吸收, 此时$\mu_1(A_r) = \mu_1(A_r \vee BK)$; 如果$K$中非零元的取值使其均重大于原来到点1有路的临界回路的均重, 则$\mu_1(A_r) < \mu_1(A_r \vee BK)$. 因此, 无论$K$中非零元取何值, 总有$\mu_1(A_r) \leqslant \mu_1(A_r \vee BK)$. 由引理1和3, 有

$$\chi_1(F) \leqslant \chi_1(F \vee BK).$$

将上述论证应用于周期时间的其他分量可得

$$\chi_j(F) \leqslant \chi_j(F \vee BK), 2 \leqslant j \leqslant n.$$

从而$\chi(F) \leqslant \chi(F \vee BK)$, 即$\chi(F)$是$\Delta_K$的一个下界. 由$K$的任意性及式(8)可知$\chi(F)$是$\Delta$的一个下界. 证毕.

值得一提的是, 对于$\mathcal{L}$中任一矩阵K, 只要K的非零元取足够小的值, 就有$\chi(F) = \chi(F \vee BK)$, 换句话说, Δ的下界$\chi(F)$是可达到的.

引理 5[12] 设K是$\mathcal{L}$的一个矩阵, 则$\chi(F \vee BK)$

是关于K的非零元的单调增函数.

在给出$\varDelta$的局部无界性特征之前, 先回忆系统S的能达性概念[9,10]. $\mathcal{G}(S_r)$表示单极大射影系统S_r的图: 系统的状态、输入和输出点$x_1, x_2, \cdots, x_n, u_1, u_2, \cdots, u_q, v_1, v_2, \cdots, v_p$组成结点集; 存在$x_j$到$x_i$有权重$a_{ij}^r$的弧当且仅当$a_{ij}^r \neq -\infty$; 存在$u_j$到$x_i$有权重$b_{ij}$的弧当且仅当$b_{ij} \neq -\infty$; 存在$x_j$到$v_i$有权重$c_{ij}$的弧当且仅当$c_{ij} \neq -\infty$. 如果在每个$\mathcal{G}(S_r)$中, 存在从输入点到$x_i$的路, 则称$x_i$是能达的状态分量. 如果系统$S$的每个状态分量是能达的, 则称$S$是能达的.

定理 1　系统S的周期时间配置域$\varDelta$的分量z_i无上界当且仅当S的状态分量x_i是能达的.

证　由x_i的能达性, 对于每个S_r, 在$\mathcal{G}(S_r)$中必存在一个输入点u_l到x_i有路. 取$k_{li}^r \neq -\infty$得$q \times n$矩阵K^r, 则在$\mathcal{G}(A_r \vee BK^r)$中存在含以$K^r$的非零元为权重的弧的回路到$i$有路. 构作$K$, 其中$k_{li} \neq -\infty$当且仅当存在$k_{li}^r \neq -\infty$. 于是, 对每个$r \in \mathcal{I}$, $\mu_i(A_r \vee BK)$是关于K的非零元的函数, 且至少有K的一个非零元的系数非零. 由引理5, 当K的非零元的取值任意大时, $\mu_i(A_r \vee BK)$ 的值随之任意大. 从而$\chi_i(F \vee BK)$的值随之任意大, 即$\varDelta_K$的分量z_i^K无上界. 故由式(8)可知$\varDelta$的分量z_i无上界.

另一方面, 假定x_i不是能达的, 则必存在S_{r_0}, 在$\mathcal{G}(S_{r_0})$中没有输入点到x_i有路. 因此, 对于$\mathcal{L}$中任一矩阵K, $\mathcal{G}(A_{r_0} \vee BK)$中不存在含以$K$的非零元为权重的弧的回路到$i$有路, 故

$$\chi_i(F \vee BK) \leqslant \mu_i(A_{r_0} \vee BK) = \mu_i(A_{r_0}),$$

即$\varDelta_K$的分量z_i^K有上界. 由K的任意性及式(8), $\varDelta$的分量z_i有上界, 矛盾.　　证毕.

由定理1可知, 系统S的周期时间配置域$\varDelta$的分量z_i有上界当且仅当S的状态分量x_i不是能达的. 由定理1和系统能达的定义可知, 系统S的周期时间配置域$\varDelta$的全部分量无上界当且仅当S是能达的. 由文献[13]可知, 系统S为能达的当且仅当S的周期时间配置域$\varDelta$含有各分量都相等的无限子集, 且以$[\chi_0(F)\ \chi_0(F)\ \cdots\ \chi_0(F)]^{\mathrm{T}}$为公共元,其中$\chi_0(F) = \max\limits_{1 \leqslant i \leqslant n} \chi_i(F)$. 这时系统$S$是能稳的. 下面给出一个数值例子.

例 1　考虑非自治极大极小系统S^1:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}(k+1) = F^1(\boldsymbol{x}(k)) \vee B^1\boldsymbol{u}(k), \\ \boldsymbol{y}(k) = C^1\boldsymbol{x}(k), \end{cases}$$

其中

$$\begin{cases} F_1^1(\boldsymbol{x}) = 3 + x_1 \vee x_2, \\ F_2^1(\boldsymbol{x}) = x_1 \wedge 2 + x_2, \end{cases} B^1 = (-\infty, 1]^{\mathrm{T}},\ C^1 = C^0.$$

由定义2和引理1可得$\chi(F^1) = [3, 2]^{\mathrm{T}}$. 所以$S^1$是非稳定系统. 容易看出, $\mathcal{L}^1$有3个状态反馈矩阵:

$$K^1 = [k_{11}^1, -\infty),\ K^2 = [k_{11}^2, k_{12}^2],\ K^3 = (-\infty, k_{12}^3].$$

由定义2和引理1可得:

$$\varDelta_{K^1}^1 = \{\ [3 \vee \frac{k_{11}^1 + 1}{3}, 3 \vee \frac{k_{11}^1 + 1}{3}\ ]^{\mathrm{T}} |\ k_{11}^1 \in \mathbb{R}\ \},$$

$$\varDelta_{K^2}^1 = \{\ [3 \vee \frac{k_{11}^2 + 1}{3} \vee \frac{k_{12}^2 + 1}{2}, 3 \vee \frac{k_{11}^2 + 1}{3} \vee \frac{k_{12}^2 + 1}{2}\ ]^{\mathrm{T}} |\ k_{11}^2, k_{12}^2 \in \mathbb{R}\ \},$$

$$\varDelta_{K^3}^1 = \{\ [3 \vee \frac{k_{12}^3 + 1}{2}, 2 \vee \frac{k_{12}^3 + 1}{2}\ ]^{\mathrm{T}} |\ k_{12}^3 \in \mathbb{R}\ \}.$$

显然地, S^1的周期时间配置域$\varDelta^1$的全部分量无上界, 并含有各分量都相等的无限子集, 且以$[3, 3]^{\mathrm{T}}$为公共元. 因此S^1是能稳的.

5　闭性和连通性(Closeness and connectivity)

对于$\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^s$, 定义范数

$$\|\boldsymbol{v}\| := \max_{1 \leqslant i \leqslant s} |v_i|, \tag{11}$$

其中$|v_i|$是实数v_i的绝对值.

引理 6　假定函数$\alpha, \beta: \mathbb{R}^s \to \mathbb{R}^t$, 则

$$|(\bigvee_{1 \leqslant i \leqslant t} \alpha_i(\boldsymbol{v})) - (\bigvee_{1 \leqslant i \leqslant t} \beta_i(\boldsymbol{v}))| \leqslant \bigvee_{1 \leqslant i \leqslant t} |\alpha_i(\boldsymbol{v}) - \beta_i(\boldsymbol{v})|, \tag{12}$$

$$|(\bigwedge_{1 \leqslant i \leqslant t} \alpha_i(\boldsymbol{v})) - (\bigwedge_{1 \leqslant i \leqslant t} \beta_i(\boldsymbol{v}))| \leqslant \bigvee_{1 \leqslant i \leqslant t} |\alpha_i(\boldsymbol{v}) - \beta_i(\boldsymbol{v})|, \tag{13}$$

这里$\boldsymbol{v} \in \mathbb{R}^s$, α_i和β_i分别是α和β的第i个分量.

证　记

$$\alpha_k(\boldsymbol{v}) = \bigvee_{1 \leqslant i \leqslant t} \alpha_i(\boldsymbol{v}) \text{和} \beta_j(\boldsymbol{v}) = \bigvee_{1 \leqslant i \leqslant t} \beta_i(\boldsymbol{v}). \tag{14}$$

如果$\alpha_k(\boldsymbol{v}) \leqslant \beta_j(\boldsymbol{v})$, 那么$|\alpha_k(\boldsymbol{v}) - \beta_j(\boldsymbol{v})| \leqslant |\alpha_j(\boldsymbol{v}) - \beta_j(\boldsymbol{v})|$. 如果$\beta_j(\boldsymbol{v}) \leqslant \alpha_k(\boldsymbol{v})$, 那么$|\alpha_k(\boldsymbol{v}) - \beta_j(\boldsymbol{v})| \leqslant |\alpha_k(\boldsymbol{v}) - \beta_k(\boldsymbol{v})|$. 由此可知式(12)成立. 类似地可证式(13).　　证毕.

引理 7　设K是$\mathcal{L}$的一个矩阵, 则$\chi(F \vee BK)$是非膨胀函数, 即对于K的任意赋值K^1和K^2, 有

$$\|\chi(F \vee BK^1) - \chi(F \vee BK^2)\| \leqslant \|\boldsymbol{k}^1 - \boldsymbol{k}^2\|, \tag{15}$$

其中$\boldsymbol{k}^\bullet$是$K^\bullet$的非零元作成的向量.

证　对于$\chi(F \vee BK^\bullet)$的第i个分量$\chi_i(F \vee BK^\bullet)$, 证明

$$|\chi_i(F \vee BK^1) - \chi_i(F \vee BK^2)| \leqslant \|\boldsymbol{k}^1 - \boldsymbol{k}^2\| \tag{16}$$

成立即得式(15). 现用归纳法于$\chi_i(F \vee BK)$的结构.

如果$\chi_i(F \vee BK) = \dfrac{1}{l(c')}(\sum\limits_{d=1}^{g} k_{i_d} + \sigma(c'))$, 这

里$l(c')$是回路c'的长, g是回路c'中具有权重k_{i_d}的弧的条数, 而其他弧的权重的和记为$\sigma(c')$, 那么$g \leqslant l(c')$, 且

$$\begin{aligned}&|\chi_i(F \vee BK^1) - \chi_i(F \vee BK^2)| = \\ &\frac{1}{l(c')}|\sum_{d=1}^{g}(k_{i_d}^1 - k_{i_d}^2)| \leqslant \\ &\frac{1}{l(c')}\sum_{d=1}^{g}|k_{i_d}^1 - k_{i_d}^2| \leqslant \\ &\frac{g}{l(c')}\|\boldsymbol{k}^1 - \boldsymbol{k}^2\| \leqslant \\ &\|\boldsymbol{k}^1 - \boldsymbol{k}^2\|.\end{aligned} \tag{17}$$

如果$\chi_i(F \vee BK) = \frac{1}{l(c')}(\sum\limits_{d=1}^{g} k_{i'_d} + \sigma(c')) \wedge \frac{1}{l(c'')}(\sum\limits_{d=1}^{h} k_{i''_d} + \sigma(c''))$, 则由引理6, 并注意到$g \leqslant l(c'), h \leqslant l(c'')$, 有

$$\begin{aligned}&|\chi_i(F \vee BK^1) - \chi_i(F \vee BK^2)| = \\ &|\frac{1}{l(c')}(\sum_{d=1}^{g}k_{i'_d}^1 + \sigma(c')) \wedge \frac{1}{l(c'')}(\sum_{d=1}^{h}k_{i''_d}^1 + \sigma(c'')) \\ &-\frac{1}{l(c')}(\sum_{d=1}^{g}k_{i'_d}^2 + \sigma(c')) \wedge \frac{1}{l(c'')}(\sum_{d=1}^{h}k_{i''_d}^2 + \sigma(c''))| \leqslant \\ &\frac{1}{l(c')}|\sum_{d=1}^{g}(k_{i'_d}^1 - k_{i'_d}^2)| \vee \frac{1}{l(c'')}|\sum_{d=1}^{h}(k_{i''_d}^1 - k_{i''_d}^2)| \leqslant \\ &\frac{g}{l(c')}\|\boldsymbol{k}^1 - \boldsymbol{k}^2\| \vee \frac{h}{l(c'')}\|\boldsymbol{k}^1 - \boldsymbol{k}^2\| \leqslant \\ &\|\boldsymbol{k}^1 - \boldsymbol{k}^2\|.\end{aligned} \tag{18}$$

对情形$\chi_i(F \vee BK) = \frac{1}{l(c')}(\sum\limits_{d=1}^{g} k_{i'_d} + \sigma(c')) \vee \frac{1}{l(c'')}(\sum\limits_{d=1}^{h} k_{i''_d} + \sigma(c''))$可类似证得不等式(18). 由此应用引理6和结构归纳即得引理. 证毕.

定理 2 系统S的周期时间配置域Δ是闭的和连通的.

证 由引理7易知$\chi(F \vee BK)$是连续的. 对$\mathcal{L}$中任一矩阵K, 其非零元必取值于某个s维空间$\mathbb{R}^s$. 因此, 由$\chi(F \vee BK)$的连续性知Δ_K是闭的. 从而由式(8)和$\mathcal{L}$有限即知Δ是闭的. 另一方面, 因为$\chi(F \vee BK)$连续, 所以Δ_K是连通的. 从引理4的证明可知: 对于任意$K \in \mathcal{L}, \chi(F) \in \Delta_K$, 也就是说$\chi(F)$是所有$\Delta_K$的联络点. 于是, 由式(8), Δ是连通的.

证毕.

值得指出的是, Δ也为道路连通的.

6 结论(Conclusion)

本文研究了极大极小系统关于状态反馈的周期时间配置域的有界性、无界性、闭性和连通性, 并建立了周期时间配置域的有界性和无界性与系统能达性的联系, 而后者与系统的能稳性密切相关. 凸分析可用于周期时间配置域的结构分析, 因此, 本文也为研究极大极小系统的控制问题提供了一个思路.

参考文献(References):

[1] BACCELLI F, COHEN G, OLSDER G J, et al. *Synchronization and Linearity*[M]. New York: John Wiley and Sons, 1992.

[2] GAUBERT S, GUNAWARDENA J. The duality theorem for min-max functions[J]. *Comptes Rendus Acad Science*, 1998, 326(1): 43 – 48.

[3] GAUBERT S, GUNAWARDENA J. A non-linear hierarchy for discrete event dynamical systems[C]// *Proc of the Fourth Workshop on Discrete Event Systems'98 IEE*. Cagliari, Italy: [s.n.], 1998.

[4] GUNAWARDENA J. Min-max functions[J]. *Discrete Event Dynamic Systems*, 1994, 4(2): 377 – 406.

[5] GUNAWARDENA J. Cycle times and fixed points of min-max functions[C]// *Proc of the 11th Inte Conf on Analysis and Optimization of Systems*. London: Springer, 1994: 266 – 272.

[6] HO Y C. Discrete event dynamic systems: analyzing complexity and performance in the modern world[C]//*A Selected Reprint Volume, IEEE Control Systems Society*. New York: IEEE Press, 1992.

[7] OLSDER G J. Eigenvalues of dynamic max-min systems[J]. *Discrete Event Dynamic Systems*, 1991, 1(2): 177 – 207.

[8] OLSDER G J. *Analysis of Min-Max Systems*[M]. INRIA: [s.n.], 1993.

[9] CHEN W. Cycle time assignment of nonlinear discrete event dynamic systems[J]. *Systems Science and Mathematical Sciences*, 2000, 13(2): 213 – 218.

[10] CHEN W, TAO Y. Observabilities and reachabilities of nonlinear DEDS and coloring graphs[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2001, 46(1): 642 – 644.

[11] de SCHUTTER B, VAN DEN BOOM T. Model predictive control for max-min-plus systems, discrete event systems: analysis and control[C]//*The Kluwer Int Series in Engineering and Computer Science*. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2000, 569: 201 – 208.

[12] TAO Y, CHEN W. Cycle time assignment of min-max systems[J]. *Int J Control*, 2003, 76(18): 1790 – 1799.

[13] TAO Y, LIU G. State feedback stabilization and majorizing achievement of min-max-plus systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2005, 50(12): 2027 – 2033.

[14] ZHAO Q, ZHENG D. On stabilization of min-max systems[J]. *Automatica*, 2003, 39(4): 751 – 756.

作者简介:

陶跃钢 (1958—), 男, 博士, 研究兴趣为复杂系统的建模、分析、控制与优化, E-mail: yuegangtao@yahoo.com.cn;

李坤杰 (1977—), 男, 博士研究生, 研究兴趣为网络优化控制、实时仿真等, E-mail: kunjie.li@ia.ac.cn;

刘国平 (1962—), 男, 博士, 英国Glamorgan大学教授, 研究兴趣为智能网络控制、非线性系统控制等, E-mail: gpliu@glam.ac.uk.