第 24 卷第 2 期　　控 制 理 论 与 应 用　　Vol. 24 No. 2
2007 年 04 月　　Control Theory & Applications　　Apr. 2007

文章编号: 1000−8152(2007)02−0210−05

具反映扩散有限连续分布时滞细胞神经网络的全局指数稳定性

罗毅平[1], 邓飞其[2], 汤志宏[2], 杨逢建[3]

(1. 湖南工程学院 数理系, 湖南 湘潭 411101;

2. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640; 3. 仲凯农业技术学院 数学系, 广东 广州 510225)

摘要: 研究了具反应扩散有限连续分布细胞神经网络的平衡点的存在性及全局指数稳定性问题. 提出了新的比较原理, 在对神经元的激励函数的较宽松的条件下, 利用同伦不变性原理获得了该系统的平衡点的存在性, 利用所得的比较原理获得了该系统全局指数渐近稳定性的充分条件. 而且这些条件容易检验. 并举了一个数值实例以说明结论的有效性.

关键词: 反应扩散; 连续分布时滞; 平衡点; 全局指数稳定性; 比较原理

中图分类号: O175　　**文献标识码**: A

Global exponential stability of distributed delays neural networks with reaction-diffusion terms

LUO Yi-ping[1], DEMG Fei-qi[2], TANG Zhi-hong[2], YANG Feng-jian[3]

(1. Department of Mathematics and Physics, Hunan Institute of Engineering, Xiangtan Hunan 411101, China;
2. College of Automation Science and Technology, South China University of Technology,
Guangzhou Guangdong 510640, China;
3. Department of Mathematics, Zhongkai Agrotechnical College, Guangzhou Guangdong 510225, China)

Abstract: The existence of the equilibrium point and global exponential stability of distributed delays neural networks with reaction-diffusion terms are investigated in this paper. Firstly, a new comparative theorem is obtained. Secondly, without assuming the boundedness, monotonicity and differentiability of the activation functions, the sufficient conditions of the existence of the systems' equilibrium point are obtained by utilizing the theory of homotopy invariability, and the sufficient conditions of the global exponential stability of the systems with distributed delays by Dini's derivative, M-function and the new extended Halanay's inequality. Finally, a numerical example is given to illustrate the applicability of this condition.

Key words: reaction-diffusion; continuous distributed delays; equilibrium point; global exponential stability; comparative theorem

1 引言(Introduction)

近年来, 由于神经网络广泛的与潜在的应用性, 对神经网络的稳定性分析已吸引了众多学者的浓厚兴趣. 如对于离散型时滞神经网络系统的研究已有许多结果(参见文献[1～9]以及他们引用的文献). 然而, 就人脑的特性和神经网络本身的特性来说, 连续时滞更能反映现象的本质. 因此, 具连续分布时滞型神经网络系统更能反映事物的本质. 但由于对离散型的研究方法不能简单平移到连续型的情形, 所以研究成果不多[10～16],并且大多要求在平均时滞有界, 激活函数有界、连续可微的条件下讨论系统的特性. 无论是从神经网络本身还从大脑神经元的特性来看, 有限连续分布时滞比无穷连续分布更符合实际. 故K. Gopalsamy 等[15]讨论了下列标量方程:

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -a(t)x(t) + b(t)\tanh(t)\cdot \{\int_0^T k(s)x(t-s)\mathrm{d}s\} + f(t),\ t>0. \qquad (1)$$

满足初始条件$x(s) = \phi(s)(s \in [-T,0], \phi \in C[-T,0])$的周期解的全局吸引性. 最近, YAN Xiaofan和LIAO Xiaofeng [16]也研究了一类具有限分布时滞的细胞神经网络模型的周期解的存在性. 又由

收稿日期: 2004−08−03; 收修改稿日期: 2005−10−26.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60374023); 湖南省自然科学基金资助项目(05JJ40093); 湖南省教育厅自然科学基金重点资助项目(A04012).

于电子在一个非均匀的电磁场中运行时, 其扩散现象是不可避免的, 所以神经网络具反应扩散项的非时滞与时滞型的神经网络系统的全局渐近稳定性最近也有一些研究结果[17~20]. Morita[21]指出, 采用非单调的非线性神经元激活函数可以显著地改变网络系统的一些特性, 为此本文考虑下列具扩散项, 具有限连续分布时滞的神经网络系统

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u_i}{\partial t} = \\ \sum\limits_{k=1}^{m}\dfrac{\partial}{\partial x_k}(D_{ik}\dfrac{\partial u_i}{\partial x_k}) - c_i u_i + \sum\limits_{j=1}^{n} a_{ij} f_i(u_i) + \\ \sum\limits_{j=1}^{n} b_{ij} f_i(\int_0^T k_{ij}(s) u_j(t-s,x))\mathrm{d}s + J_1, \\ \dfrac{\partial u_i}{\partial n} = \\ \mathrm{col}(\dfrac{\partial u_i}{\partial x_1},\cdots,\dfrac{\partial u_i}{\partial x_n}) = 0, t\geqslant t_0>0, x\in\partial\Omega, \\ u'(t_0+s,x)=\phi_i(s,x), x\in\partial\Omega, i=1,\cdots,n. \end{cases} \tag{2}$$

其中: $D_{ik}=D_{ik}(t,x,u)\geqslant 0$表示扩散算子, s表示轴突信号传输过程中的延迟, $a_i>0$表示在与神经网络不连通且无外部附加电压差的情况下第i个神经元恢复孤立静息状态下的速率, b_{ij}表示神经元之间相互联络的权; u_i, x_i分别表示状态变量和空间变量; $I_i, f_j(\cdot)$分别是外部输入和激励函数; $\dfrac{\partial u_i}{\partial n}=0, t\geqslant t_0, x\in\partial\Omega, \phi_i(s,x)$分别表示边值和初值. Ω是具有光滑边界的紧集, 并在$\mathbb{R}^m$中的测度mes $\Omega>0$. 同时假定$\phi_i\in C([t_0-T,t_0],R)$. 本文去掉了对激活函数有界性、单调性和可微性等的限制, 利用获得的比较原理、拓朴度理论及格林公式等方法, 给出系统(2)存在全局指数稳定的平衡点的判别方法, 并推广和改进了一些最新结果.

为了方便, 采用一些记号:

若$A=(a_{ij})$, 则记$A^+=(|a_{ij}|)$. $a_{ij}^+=|a_{ij}|$; 若$u=\mathrm{col}(u_1,\cdots,u_n)$, 记

$$u^+=\mathrm{col}(|u_1|,\cdots,|u_n|),$$
$$[u(t)-u^*]^L=$$
$$\mathrm{col}(\|u_1(t)-u_1^*\|_2,\cdots,\|u_n(t)-u_n^*\|_2),$$
$$\|u_j(t)-u_j^*\|_2^s=\sup_{-T\leqslant s\leqslant 0}\|u_j(t_0+s)-u_j^*\|_2,$$
$$\|u(t_0)-u^*\|_2^*=(\sum_{j=1}^{n}(\|u_j(t_0)-u_j^*\|_2^s)^2)^{1/2},$$
$$([u(t)-u^*]^L)^s=$$
$$\mathrm{col}(\|u_1(t)-u_1^*\|_2^s,\cdots,\|u_n(t)-u_n^*\|_2^s).$$

假设模型(2)满足下列条件:

H1) $|f_j(u_1)-f_j(u_2)|\leqslant\sigma_j|u_1-u_2|, \forall u_1,u_2\in\mathbb{R}, j=1,\cdots,n$;

H2) $W=C-\bar{A}^+-\bar{P}^+$是一个M-阵.

其中: $C=\mathrm{diag}(c_1,\cdots,c_n), c_i>0, \sigma=\mathrm{diag}(\sigma_1,\cdots,\sigma_n), B=(b_{ij})_{n\times n}, P=(p_{ij})_{n\times n}, p_{ij}=k_{ij}b_{ij}$, 其中$k_{ij}(s)>0, k_{ij}=\int_0^T k_{ij}(s)\mathrm{d}s>0$. 并记$\bar{P}=(\bar{p}_{ij})=\sigma P, \bar{A}=(\bar{a}_{ij})=\sigma A$. 另外, 记$L^2(\Omega)$是$\Omega$上的实Lebesgue可测函数空间且对于$L_2-$模

$$\|u\|_2=[\int_\Omega |u(x)|^2\mathrm{d}x]^{1/2} \tag{3}$$

构成一个Banach空间, 其中$\|u\|$表示向量$u\in\mathbb{R}^n$的Euclid模, 并称为E-模. 这里$u=\mathrm{col}(u_1,\cdots,u_n)$.

2　定义和引理(Definitions and lemmas)

定义 1　系统(2)的平衡点关于给定模$\|\cdot\|_G$全局指数稳定, 如果给定式(2)的任意解$u(t,x)$存在常数$M>0$和$\delta>0$使得模$\|\cdot\|_G$有

$$\|u(t)-u^*\|_G\leqslant M\leqslant \mathrm{e}^{-\delta(t-t_0)}. \tag{4}$$

定义 2　令$C=C([t-T,t],\mathbb{R}^n), T\geqslant 0, F(t,x,y)\in C(\mathbb{R}_+\times\mathbb{R}^n\times C,\mathbb{R}^n), F(t,x,y)=\mathrm{col}(f_1(t,x,y),\cdots,f_n(t,x,y))$称为$F$-函数, 若

C1)　任取$t\in\mathbb{R}_+$, 任取$y\in C^n$, 任取$x^{(1)}\leqslant x^{(2)}\in\mathbb{R}^n$, 当$x^{(1)}\leqslant x^{(2)}$, 但对某些$i$, 有$x_i^{(1)}=x_i^{(2)}$, 则对这些$i$有

$$f_i(t,x^{(1)},y)\leqslant f_i(t,x^{(2)},y).$$

C2)　任给$t\in\mathbb{R}_+$, $x\in\mathbb{R}^n$, $y^{(1)},y^{(2)}\in C$, 对于$y^{(1)}\leqslant y^{(2)}$, 则对$x_i^{(1)}=x_i^{(2)}$成立的i, 有

$$f_i(t,x,y^{(1)})\leqslant f_i(t,x,y^{(2)}).$$

引理 1[22~24]　设$x(t)$是可导函数, 则有

$$D^-|x(t)|=\begin{cases} x'(t)\mathrm{sgn}x(t), & 若x(t)\neq 0或x(t)=x'(t)=0, \\ -x'(t), & 若x(t)=0且x'(t)>0, \\ x'(t), & 若x(t)=0且x'(t)<0. \end{cases}$$

其中$D^-(\cdot)$表示左上导数[22].

引理 2　设$f(t)$是可导函数, 则

$$D^-|f(t)|^2=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}f^2(t),$$
$$D^-|f(t)|^2=2|f(t)|D^-|f(t)|.$$

证　其证明与文献[11]的引理3类似, 此处略.

引理 3　假设向量函数

$$x(t)=\mathrm{col}(x_1(t),\cdots,x_n(t)),$$
$$y(t)=\mathrm{col}(y_1(t),\cdots,y_n(t)),$$
$$x^s:=\sup_{-\tau\leqslant s\leqslant 0}x(t+s)=\mathrm{col}(x_1^s(t),\cdots,x_n^s(t)),$$

$$x_i^s = \sup_{-\tau\leqslant s\leqslant 0} x_i(t+s),\ i=1,2,\cdots,n,$$

$$y^s := \sup_{-\tau\leqslant s\leqslant 0} y(t+s) = \mathrm{col}(y_1^s(t),\cdots,y_n^s(t)),$$

$$y_i^s = \sup_{-\tau\leqslant s\leqslant 0} y_i(t+s),\ i=1,2,\cdots,n$$

满足下列条件:

L1) $x(t) < y(t), t\in[t_0-\tau, t_o]$;

L2) $D^-y(t)>F(t,y(t),y^s(t)), t\geqslant t_0\geqslant 0, D^-x(t)\leqslant F(t,x(t),x^s(t)), t\geqslant t_0\geqslant 0.$

则

$$x(t) < y(t),\ t\geqslant t_0. \tag{5}$$

其中$F(t,x,y) = \mathrm{col}(f_1(t,x,y),\cdots,f_n(t,x,y))$是定义2中的F-函数.

笔者称引理3为比较原理.

证 如果式(5)不真, 则存在$i_0(0\leqslant i\leqslant n)$和$t_1$, 使得$x_{i_0}(t) = y_{i_0}(t)$, 并且$x_{i_0}(t) < y_{i_0}(t), t_0-\tau\leqslant t\leqslant t_1$; 因此, 当$t_0-\tau\leqslant t\leqslant t_1$时, $x(t)\leqslant y(t)$. 则由$x(t), y(t)$的连续性可知

$$D^-x_{i_0}(t_1)\geqslant D^-y_{i_0}(t_1). \tag{6}$$

另一方面, 由L1)可知,

$$x^s(t_1) = \sup_{-\tau\leqslant s\leqslant 0} x(t_1+s)\leqslant \sup_{-\tau\leqslant s\leqslant 0} y(t+s) = y^s(t_1). \tag{7}$$

因为$F(t,x,y)$是F-函数, 所以

$$D^-x_{i_0}(t_1)\leqslant f_{i_0}(t,x(t_1),x^s(t_1))\leqslant f_{i_0}(t,y(t_1),x^s(t_1))\leqslant f_{i_0}(t,y(t_1),y^s(t_1)) < D^-y_{i_0}(t_1). \tag{8}$$

因此, 式(6)与式(8)矛盾, 故式(5)成立.

注 1 设

$$F_i(t,x,y) = -c_i\|x_i\|_2 + \sum_{j=1}^n \bar a_{ij}^+\cdot\|x_j\|_2 + \sum_{j=1}^n \bar p_{ij}^+\cdot\|x_j\|_2^s,$$

并令 $F(t,x,y) = (F_1(t,x,y),\cdots,F_n(t,x,y)).$

容易证明$F(t,x,y)$是定义2中所定义的F-函数. 当存在两向量$x(t), y(t)$满足

$$x(t) < y(t),\ t\in[t_0-\tau, t_0],$$

且 $$D^-y(t) > F(t,y(t),y^s(t)),\ t\geqslant t_0\geqslant 0,$$
$$D^-x(t)\leqslant F(t,x(t),x^s(t)), t\geqslant t_0\geqslant 0$$

时, 则由引理1立即可以得出: $x(t) > y(t), t\geqslant t_0$. 但即使存在两向量$x(t), y(t)$还满足

$$D^+y(t) > F(t,y(t),y^s(t)),\ t\geqslant t_0\geqslant 0,$$
$$D^+x(t) < F(t,x(t),x^s(t)),\ t\geqslant t_0\geqslant 0.$$

由文献[19,20]的引理1也不能推出$x(t) < y(t), t\geqslant t_0$. 这是因为上面定义的函数不满足文献[19,20]中定义的M-函数.

引理 4 若H1) H2)成立, 则矩阵方程

$$g(u,J) = Cu - Af(u) - Bf(ku) - J = 0 \tag{9}$$

至少存在一个解.

证 其证明方法与文献[19]类似, 此处省略.

引理 5 设H1) H2)成立, 且系统(2)的解$u(t,x)$满足

H3)

$$D^-[u_i(t)-u_i^*]^L\leqslant -c_i[u_i(t)-u_i^*]^L + \sum_{j=1}^n \bar a_{ij}^+[u_j(t)-u_j^*]^L + \sum_{j=1}^n \bar p_{ij}^+([u_j(t)-u_j^*]^L)^s.$$

其中$u^* = (u_1^*,\cdots,u_n^*)$是系统(2)的平衡点.

$$\|u_j(t)-u_j^*\|_2^s = \sup_{-T\leqslant s\leqslant 0}\|u_j(t+s)-u_j^*\|_2,\ i=1,2,\cdots,n,$$

则存在$r_j > 0, \alpha > 0$, 使得系统(2)的解有估计式

$$\|u_j(t)-u_j^*\|_2\leqslant r_j\|u(t_0)-u^*\|_2^s \mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)},\ t\geqslant t_0. \tag{10}$$

证 限于篇幅, 证明省略.

3 主要定理(Main results)

定理 1 若H1) H2)成立, 则系统(2)至少存在一个平衡点.

证 系统(2)存在平衡点$u^* = \mathrm{col}(u_1^*,\cdots,u_n^*)$的充要条件是它满足方程

$$g(u) = Cu - Af(u) - Bf(ku) - I = 0. \tag{11}$$

利用拓扑度理论即可证该方程至少存在一个解. 该证明方法与文献[5]的引理2类似. 限于篇幅, 证明略.

定理 2 若 H1) H2)成立, 则系统(2)存在唯一的平衡点, 且平衡点是全局指数稳定的.

证 唯一性可由全局指数稳定性证出. 本文只证全局指数稳定性.

令u^*是系统(2)的一个平衡点,$u(t,x) = \mathrm{col}(u_1(t,x),\cdots,u_n(t,x))$是系统(2)的任意解, 则系统(2)可重写为

$$\frac{\partial(u_i-u_i^*)}{\partial t} = \sum_{k=1}^n \frac{\partial}{\partial x_k}(D_{ik}\frac{\partial(u_i-u_i^*)}{\partial x_k}) - c_i(u_i-u_i^*) + \sum_{j=1}^n a_{ij}[f_i(u_j(t,x)) - f_j(u_j^*)] +$$

$$\sum_{j=1}^{n} b_{ij}[f(\int_0^T k_{ij}(s)u_j(t-s,x)\mathrm{d}s)-$$
$$f(\int_0^T k_{ij}(s)\mathrm{d}s u_j^*)]. \tag{12}$$

用$u_i - u_i^* = u_i(t,x) - u_i$乘以式(12)后, 积分得

$$\frac{1}{2}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_\Omega (u_i-u_i^*)^2\mathrm{d}x=$$
$$\sum_{k=1}^{n}\int_\Omega (u_i-u_i^*)\frac{\partial}{\partial x_k}(D_{ik}\frac{\partial(u_i-u_i^*)}{\partial x_k})\mathrm{d}x-$$
$$c_i\int_\Omega((u_i-u_i^*)^2+$$
$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}(u_i-u_i^*)[f_j(u_j)-f_j(u_j^*)])\mathrm{d}x+$$
$$\sum_{j=1}^{n}\int_\Omega\{(u_i-u_i^*)b_{ij}[f_j(\int_\Omega^T k_{ij}(s)u_j(t-s,x)\mathrm{d}s)-$$
$$f_j(\int_\Omega^T k_{ij}(s)u_j^*\mathrm{d}s)]\}\mathrm{d}x. \tag{13}$$

利用格林公式和边值条件容易算出

$$\sum_{k=1}^{m}\int_\Omega (u_i-u_i^*)\frac{\partial}{\partial x_k}(D_{ik}\frac{\partial(u_i-u_i^*)}{\partial x_k})\mathrm{d}x=$$
$$\int_\Omega (u_i-u_i^*)\nabla\cdot(D_{ik}\frac{\partial(u_i-u_i^*)}{\partial x_k})_{k=1}^m\mathrm{d}x=$$
$$-\sum_{k=1}^{m}\int_\Omega D_{ik}(\frac{\partial(u_i-u_i^*)}{\partial x_k})^2\mathrm{d}x. \tag{14}$$

利用H1)和Hölder不等式, 并简记$\|u_j(t)-u_j^*\|_2=\|u_j-u_j^*\|_2$, 得

$$\sum_{j=1}^{n}\int_\Omega\{(u_i-u_i^*)b_{ij}[f_i(\int_0^T k_{ij}(s)u_j(t-s,x)\mathrm{d}s)-$$
$$f_i(u_j^*\int_0^T k_{ij}(s)\mathrm{d}s)]\}\mathrm{d}x\leqslant$$
$$\sum_{j=1}^{n}|b_{ij}|\sigma_j k_{ij}\|u_i-u_i^*\|_2\cdot\|u_j(t)-u_j^*\|_2^s=$$
$$\sum_{j=1}^{n}\bar{p}_{ij}^{+}\|u_i-u_i^*\|_2\cdot\|u_j(t)-u_j^*\|_2^s. \tag{15}$$

类似地有

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\int_\Omega (u_j-u_j^*)[f_j(u_j)-f_j(u_j^*)]\mathrm{d}x\leqslant$$
$$\sum_{j=1}^{n}\int_\Omega |a_{ij}|\sigma_j|u_i-u_i^*|\cdot|u_j-u_j^*|\mathrm{d}x\leqslant$$
$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}^{+}\|u_i-u_i^*\|_2\cdot\|u_j-u_j^*\|_2. \tag{16}$$

将式(14)~(16)代入式(13)并化简可得

$$\frac{\mathrm{d}\|u_i-u_i^*\|_2^2}{\mathrm{d}t}<$$
$$-2c_i\|u_i-u_i^*\|_2^2+$$
$$2\sum_{j=1}^{n}\bar{a}_{ij}^{+}\cdot\|u_i-u_i^*\|_2\cdot\|u_j(t)-u_j^*\|_2+$$
$$2\sum_{j=1}^{n}\bar{p}_{ij}^{+}\|u_i-u_i^*\|_2\cdot\|u_j(t)-u_j^*\|_2^s. \tag{17}$$

由引理2可得

$$D^-\|u_i(t)-u_i^*\|_2^2=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\|u_i-u_i^*\|_2^2,$$

则有

$$D^-\|u_i-u_i^*\|_2^2\leqslant$$
$$-2c_i\|u_i-u_i^*\|_2^2+$$
$$2\sum_{j=1}^{n}\bar{a}_{ij}^{+}\cdot\|u_i-u_i^*\|_2\|u_j(t)-u_j^*\|_2+$$
$$\sum_{j=1}^{n}\bar{p}_{ij}^{+}\|u_i-u_i^*\|_2\cdot\|u_j(t)-u_j^*\|_2^s. \tag{18}$$

利用引理2并化简得

$$D^-\|u_i-u_i^*\|_2\leqslant$$
$$-c_i\|u_i-u_i^*\|_2+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}^{+}\cdot\|u_j-u_j^*\|+$$
$$\sum_{j=1}^{n}\bar{p}_{ij}^{+}\|u_j(t)-u_j^*\|_2^s. \tag{19}$$

故H3)成立. 由引理4可得

$$\|u_i-u_i^*\|_2\leqslant r_j\rho\|u(t_0)-u^*\|_2^s\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)},\ t\geqslant t_0. \tag{20}$$

故

$$\|u_i-u_i^*\|_2=(\sum_{i=1}^{n}\|u_i(t)-u_i^*\|_2^2)^{1/2}\leqslant$$
$$\rho|r|\|u(t_0)-u^*\|_2^s\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}=M\mathrm{e}^{-\alpha(t-t_0)}\to 0.$$

当$t\to\infty$时. 其中$|r|=\max\{r_1,\cdots,r_n\}$, 或者取$|r|=(\sum_{i=1}^{n}r_i^2)^{1/2}$. 因为系统所有解当$t\to\infty$时趋于$u^*$, 故系统(2)有唯一的关于$L$-2模全局指数稳定的平衡点.

推论 1　假设条件 H1) H2)成立, 则系统

$$\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t}=-c_iu_i+\sum_{j=1}^{n}a_{ij}f_j(u_j)+$$
$$\sum_{j=1}^{n}b_{ij}f_j(\int_0^T k_{ij}(s)u_j(t-s)\mathrm{d}s)+J_i,$$
$$i=1,2,\cdots,n. \tag{21}$$

关于E-模是全局指数稳定的.

4　举例说明(Example)

对模型(2), 取

$$C=\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix},\ A=\begin{bmatrix}0.5&0.2\\0.3&0.4\end{bmatrix},$$

$$B=\begin{bmatrix}0.1&0.45\\0.2&0.3\end{bmatrix},\ T=1,$$

$$f_j(u_j) = \tanh u_j,\ j = 1, 2,$$
$$k_{ij}(s) = 1 - s,\ i, j = 1, 2.$$

显然, $L_1 = L_2 = 1, k_{ij} = \dfrac{1}{2}$. 所以有$C - \bar{A}^+ - \bar{P}^+ = \begin{bmatrix} 0.45 & -0.45 \\ -0.4 & 0.45 \end{bmatrix}$是一个M-矩阵, 所以由定理2得, 该系统有全局指数稳定的平衡点.

5 小结(Conclusion)

本文利用拓扑度理论给出了一类具分布时滞的反映扩散神经网络系统的平衡点的存在性, 提出了新的比较定理, 并利用拓广的比较原理得出系统关于平衡点的全局指数稳定性, 同时, 指出本模型在证明过程中所用的比较函数不适合文献[19]与[20]所给的比较原理, 因此, 本文所用的是新方法, 所获得的是新结论. 将推广的比较原理应用到具连续分布时滞系统, 就笔者所知, 目前还没有文献出现. 此外, 本文的结论在仅要求激活函数满足Lipschitz条件, 而连接权矩阵只要求满足是一个M-矩阵的情形下获得的. 而M-矩阵的构造已有现成的软件. 因而, 本文的结果易应用于实际. 为实际应用工作者设计神经网络模型提供了实用的理论依据.

参考文献(References):

[1] Van den DRIDSSCHE P, ZOU X. Global attractivity in delayed hopfield neural networks models[J]. *SIAM J of Application Mathematica*, 1998, 58(6): 1878 – 1890.

[2] LIAO T, WANG F. Global stability condition for cellular neural networks with delay[J]. *Electronic Letter*, 1999, 35(16): 1347 – 1349.

[3] ARIK A, TAVSANOGLU V. On the global asymptotic stability of delayed cellular neural networks[J]. *IEEE Trans on Circuits Systems-I*, 2000, 47(4): 571 – 574.

[4] FENG C, PLAMONDON R. On the stability analysis of delayed neural networks system[J]. *Neural Networks*, 2001, 14(9): 1181 – 1188.

[5] WANG L, XU D. Stability for Hopfield neural networks with time delays[J]. *J of Vibration and Control*, 2002,8(1): 13 – 18.

[6] ZHANG Q, WEI X, XU J. Global asymptotic stability of Hopfield neural network with transmission delays[J]. *Physic Letters A*, 2003, 318(4-5): 399 – 405.

[7] HUANG H, CAO J. On global asymptotic stability of recurrent neural networks with time-varying delays[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2003, 142(1): 143 – 154.

[8] CHEN W, GUAN Z,LU X. Delay-dependent exponential stability of neural networks with variable delays[J]. *Physics Letters A*, 2004, 326(5-6): 355 – 363.

[9] CAO J, WANG J. Global asymptotic and stability of recurrent neural networks with time delays[J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, 2005, 52(2): 417 – 426.

[10] COPALSAMY K, HE X Z. Stability in asymmetric Hopfield nets with transmission delays[J]. *Physica D*, 1994, 76(4): 344 – 348.

[11] CHEN A, CAO J. Existence and attractivity of almost periodic solutions for cellular neural networks with distributed delays and variable coefficients[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2003, 134(1): 125 – 140.

[12] LIAO X, WU Z, YU J. Stability analysis of cellular neural networks with continuous time delay[J]. *J of Computational and Applied Mathematics*, 2002, 143(1): 29 – 47.

[13] ZHOU H. Global asymptotic stability of Hopfield neural network involving distributed delays[J]. *Neural Networks*, 2004, 17(1): 47 – 53.

[14] CHEN Y. Global stability of neural network with distributed delays[J]. *Neural Networks*, 2003, 11(3): 237 – 252.

[15] SARIYASA K. Time delayed stimulus-dependent patter formation periodic environments in isolated neurons[J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2002, 13(3): 551 – 563.

[16] YANG X, LIAO X, MEGSON M, et al. Global exponential periodicity of a class of neural networks with recent-history distributed delays[J]. *Chaos, Soliton, and Fractals*, 2005, 25(3): 441 – 447.

[17] 廖晓昕, 傅予力, 高健, 等. 具有反应扩散的Hopfield神经网络的稳定性[J]. 电子学报, 2000, 28(1): 78 – 82.
(LIAO Xiaoxin, FU Yuli, GAO Jian, et al. Stability of Hopfield neural networks with reaction-diffusion terms[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2000, 28(1): 78 – 82.)

[18] 廖晓昕, 杨叔子, 程时杰, 等. 具有反应扩散的广义神经网络的稳定性[J]. 中国科学(E辑), 2002, 32(1) : 87 – 94.
(LIAO Xiaoxin, YANG Shuzi, CHENG Shijie, et al. Stability of generalized neural Networks with reaction-diffusion terms[J]. *Science in China (Series E)*, 2002, 32(1): 87 – 94.)

[19] 王林山, 徐道义. 变时滞反应扩散Hopfield 神经网络的全局指数稳定性[J]. 中国科学(E辑), 2003, 33(6) : 488 – 495.
(WANG Linshan, XU Daoyi. Global exponential stability of reaction-diffusion Hopfiled neural networks with time-varying[J]. *Science in China (Series E)*, 2003, 33(6): 488 – 495.)

[20] LIANG J, CAO J. Global exponential stability of reaction-diffusion cellular neural networks with time-varying delays[J]. *Physics Letters A*, 2003, 314: 434 – 442.

[21] MORITA M. Associative memory with non-monotone dynamic[J]. *Neural Networks*, 1993, 6(1): 115 – 126.

[22] 夏道行, 吴作人, 严绍宗. 实变函数论与泛函分析[M]. 第二版. 北京: 高等教育出版社, 1999.
(XIA Daoxing, WU Zuoren, YAN Chaozong. *Real Function Theory and Functional Analysis*[M]. 2nd edition. Beijing : Higher Education Press, 1986.)

[23] 廖晓昕. 动力系统的稳定性理论和应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000.
(LIAO Xiaoxin. *Theory and Application of Stability for Dynamical Systems*[M]. Beijing : National Defence Industry Press, 2000.)

[24] 郭大钧, 孙经先, 刘兆理. 非线性常微分方程泛函方法[M]. 济南: 山东科学技术出版社, 1995.
(GUO Dajun, SUN Jingxian, LIU Zhaoli. *The Functional Method of Nonlinear Ordinary Differential Equations*[M]. Jingnan: The Shandong Science Technology Press, 1995.)

作者简介:

罗毅平 (1966—), 男, 教授, 博士, 近期主要从事神经网络动力学行为与分布参数系统的控制理论及应用研究, E-mail: lyp8688@sohu.com;

邓飞其 (1962—), 男, 华南理工大学自动化学院教授, 博士生导师, 主要研究领域为复杂非线性系统的控制理论、方法及应用, E-mail:aufqdeng@scut.edu.cn;

汤志宏 (1968—), 男, 华南理工大学系统工程专业博士生, 主要从事神经网络理论与应用研究;

杨逢建 (1958—), 男, 硕士, 教授, 主要从事神经网络理论与泛函微分方程理论的研究.