文章编号：1000−8152(2007)02−0249−06

数据包丢失网络控制系统的保成本控制

王　艳, 陈庆伟, 樊卫华, 胡维礼

(南京理工大学 自动化学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 针对同时具有不确定短时延及数据包丢失的网络控制系统, 引入丢包补偿器补偿丢包对系统的影响, 当发生数据包丢失时, 控制器采用丢包补偿器产生的预估状态代替系统的真实状态计算控制量. 同时考虑不确定短时延的影响, 将网络控制系统建模为一类具有参数不确定的离散切换系统. 利用线性矩阵不等式(linear matrix inequality,简称LMI)方法给出了系统的保成本控制器和丢包补偿器的协同设计方法, 仿真结果表明所提出的方法是有效的.

关键词: 网络控制系统; 切换系统; 时延; 数据包丢失

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Guaranteed cost control of networked control systems with data-packet dropout

WANG Yan, CHEN Qing-wei, FAN Wei-hua, HU Wei-li

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Jiangsu Nanjing 210094, China)

Abstract: For the networked control systems (NCS) with time-varying delay less than one sample period and data-packet dropout, a compensator is introduced to compensate the effect of data dropout. The controller will adopt the estimate state generated by the compensator to compute control variable if the sensor data is dropout in the current period. Considering the effect of uncertain short delay, the NCS is modeled as a discrete switched system with parametrical uncertainties. Based on this model. a cooperative design approach of the controller and the compensator are given in terms of a group of linear matrix inequalities (LMIs). Finally, an example shows the effectiveness of the proposed approach.

Key words: networked control systems; switched systems; delay; data-packet dropout

1　引言(Introduction)

网络控制系统中传感器信息及控制量均通过网络传输, 由于信息采用分时复用的方式传输, 不可避免地存在网络诱导时延, 该时延通常是时变、不确定的. 同时, 网络传输的不可靠性, 导致数据包在传输过程中可能发生丢失, 使得控制器输入和控制量均无法及时更新, 影响系统的稳定性和性能, 严重时将导致系统失稳. 因此, 数据包丢失和时变时延是网络控制系统必须解决的问题.

目前, 针对网络诱导时延对系统稳定性及性能影响的研究较多, 而对数据包丢失的研究较少. Zhang等人[1]利用异步动态系统分析了单包传输以及多包传输NCS存在数据包丢失的情形, 但是未考虑网络诱导时延的存在. Qiang[2]讨论了数据包丢失率已知的NCS的随机渐近稳定性, 并且将系统输出的功率谱密度以丢包率函数的形式给出, 但未考虑时延的影响以及丢包的补偿. Qiang[3]将数据包丢失建模为系统的噪声过程, 并得到了在此方法下的网络控制系统的等价模型, 在此基础上将数据包补偿器的设计转化为具有约束的最优调节器的求解问题, 该方法的缺点是最优调节器问题是以非线性的形式给出的, 而且给出的等价模型与原模型之间的稳定性的等价性,是有条件的.

本文利用切换系统理论、Lyapunov函数方法和LMI方法, 研究了同时存在不确定短时延和数据包丢失的网络控制系统的丢包补偿、建模以及保成本控制方法.

2　问题描述(Problem description)

本文所研究的网络控制系统如图1所示, 网络存在于传感器与控制器之间, 传感器采集系统的状

收稿日期: 2004−10−11; 收修改稿日期: 2006−07−12.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(69974021,60174019,60034010,60474034).

态量.

图中: x_k为采样后的被控对象状态, τ_k为网络诱导时延, $\bar{x}_k$为控制器输入, $\hat{x}_k$为丢包补偿器状态, u_k为控制器输出, $v(t)$为被控对象输入. 当数据包在网络中传输未发生丢失时, 相当于图1中开关位于S_1, 控制器接收到传感器数据后, 立即利用接收到的系统状态更新控制量并输出; 当数据包在网络中传输发生丢失时, 控制器采用丢包补偿器的状态作为控制输入计算控制量并输出, 对应于图1中开关位于S_2, 系统在接收到新的控制量前继续沿用前一时刻的控制量, 丢包补偿器在每个采样周期内均利用当前的控制量计算其状态.

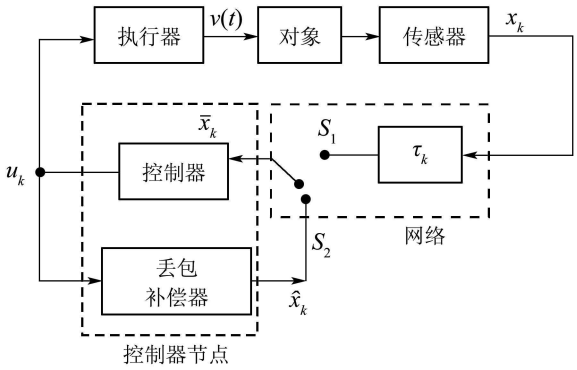

图 1 具有丢包补偿器的网络控制系统结构图

Fig. 1 Structure of networked control systems with data-packet dropout compensator

文中对系统作如下假设:

1) 传感器节点时钟驱动, 采样周期为T, 控制器节点与执行器节点均采用事件驱动, 网络中各节点时钟同步;

2) 网络诱导时延τ_k是时变不确定的, 且满足$0 \leqslant \tau_k \leqslant \bar{\tau} < T$, $\bar{\tau}$为已知常数.

考虑被控对象方程

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p v(t), \\ y(t) = C_p x(t). \end{cases} \tag{1}$$

式中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$为对象的状态, $v(t) \in \mathbb{R}^l$为对象输入, $y(t) \in \mathbb{R}^m$为对象输出, $A_{\rm p}, B_{\rm p}, C_{\rm p}$是适当维数常系数矩阵.

2.1 丢包补偿器的构造(Data-packet dropout compensator design)

当数据包在传输过程中发生丢失, 在没有任何补偿措施的情况下, 相当于在回路中引入了不确定的长时延, 这将会使得系统的性能下降甚至失稳. 因此, 文中引入丢包补偿器以减轻数据包丢失对系统性能的影响. 丢包补偿器是与原系统形式类似的动态系统, 在每个采样时刻丢包补偿器利用当前的控制量计算其状态. 由假设2), $\bar{\tau}$为网络诱导时延的上界, 对于时间区间$[kT, (k+1)T)$, 当$t = kT + \bar{\tau}$时, 控制器仍然未接收到新的传感器数据包, 则将其视为该次传感器数据丢失, 此时控制器采用丢包补偿器的状态代替实际的系统状态计算控制量. 丢包补偿器的初始状态与系统的初始状态相同, 设计目标要求补偿器的状态与系统状态间的误差最终收敛到0.

丢包补偿器的构造如下:

$$\hat{x}(k+1) = A_f \hat{x}(k) + B_f u(k). \tag{2}$$

式中: $\hat{x} \in \mathbb{R}^{n\times n}$为丢包补偿器的状态, $A_{\rm f}, B_{\rm f}$为待定的系数矩阵.

2.2 网络控制系统的建模(Modeling of networked control systems)

采用状态反馈控制器为

$$u(k) = K\bar{x}(k). \tag{3}$$

式中: $K \in \mathbb{R}^{l\times n}$为控制器增益矩阵, $\bar{x}(k) \in \{x(k), \hat{x}(k)\}$.

考虑时延的存在, 被控对象的输入为

$$v(t) = \begin{cases} u(k-1), & kT \leqslant t < t_k, \\ u(k), & t_k \leqslant t < (k+1)T. \end{cases}$$

式中t_k为$[kT, (k+1)T)$内控制量更新的时刻.

从而, 包含网络在内的广义被控对象离散化后的方程为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_1(t_k)u(k-1) + \\ \qquad\qquad B_2(t_k)u(k), \\ y(k) = C_p x(k). \end{cases} \tag{4}$$

其中: $A = {\rm e}^{A_p T}$, $B_1(t_k) = \int_{(k+1)T-t_k}^{T} {\rm e}^{A_p t}{\rm d}t B_p$, $B_2(t_k) = \int_0^{(k+1)T-t_k} {\rm e}^{A_p t}{\rm d}t B_p$.

由于系统方程(4)中同时包含$u(k)$和$u(k-1)$的信息, 因此, 根据$k, k-1$周期内数据包丢失的情况, 系统在以下4个事件之间切换.

事件 1 第$k, k-1$周期均未发生数据包丢失, $t_k = kT + \tau_k$,

$$v(t) = \begin{cases} Kx(k-1), & kT \leqslant t < kT + \tau_k, \\ Kx(k), & kT + \tau_k \leqslant t < (k+1)T. \end{cases}$$

对应的系统方程为

$$\begin{cases} x(k+1) = (A + B_2(kT+\tau_k)K)x(k) + \\ \qquad\qquad B_1(kT+\tau_k)Kx(k-1)), \\ y(k) = C_p x(k). \end{cases} \tag{5}$$

事件 2 第k周期未发生数据包丢失, 第$k-1$周期发生数据包丢失, $t_k = kT + \tau_k$,

$$v(t) = \begin{cases} K\hat{x}(k-1), & kT \leqslant t < kT + \tau_k, \\ Kx(k), & kT + \tau_k \leqslant t < (k+1)T. \end{cases}$$

对应的系统方程为

$$\begin{cases} x(k+1) = (A + B_2(kT+\tau_k)K)x(k) + \\ \qquad\qquad B_1(kT+\tau_k)K\hat{x}(k-1)), \\ y(k) = C_p x(k). \end{cases} \tag{6}$$

事件 3　第k 周期发生数据包丢失, 第$k-1$周期未发生数据包丢失, $t_k = kT + \bar{\tau}$,

$$v(t) = \begin{cases} Kx(k-1), & kT \leqslant t < kT+\bar{\tau}, \\ K\hat{x}(k), & kT+\bar{\tau} \leqslant t < (k+1)T. \end{cases}$$

对应的系统方程为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + \tilde{B}_1 Kx(k-1) + \tilde{B}_2 K\hat{x}(k), \\ y(k) = C_p x(k). \end{cases} \tag{7}$$

其中$\tilde{B}_1 = B_1(kT+\bar{\tau})$, $\tilde{B}_2 = B_2(kT+\bar{\tau})$均为常数矩阵.

事件 4　第$k, k-1$ 周期均发生数据包丢失, $t_k = kT + \bar{\tau}$,

$$v(t) = \begin{cases} K\hat{x}(k-1), & kT \leqslant t < kT+\bar{\tau}, \\ K\hat{x}(k), & kT+\bar{\tau} \leqslant t < (k+1)T. \end{cases}$$

对应的系统方程为

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + \tilde{B}_1 K\hat{x}(k-1) + \tilde{B}_2 K\hat{x}(k), \\ y(k) = C_p x(k). \end{cases} \tag{8}$$

对于事件1和事件2, 丢包补偿器均采用最新的控制量$u(k) = Kx(k)$计算其状态, 即

$$\hat{x}(k+1) = A_f\hat{x}(k) + B_f Kx(k). \tag{9}$$

对于事件3和事件4, 丢包补偿器均采用最新的控制量$u(k) = K\hat{x}(k)$计算其状态, 即

$$\hat{x}(k+1) = (A_f + B_f)\hat{x}(k). \tag{10}$$

通过数学变换, $B_1(kT+\tau_k), B_2(kT+\tau_k)$可表示为

$$B_1(kT+\tau_k) = \bar{B}_1 - DF(\tau_k)E, \tag{11}$$

$$B_2(kT+\tau_k) = \bar{B}_2 + DF(\tau_k)E. \tag{12}$$

其中: $\bar{B}_1, \bar{B}_2, D, E$均为常数矩阵, $F^{\mathrm{T}}(\tau_k)F(\tau_k) \leqslant I$, 具体表达式为

1) 若A_p可对角化, 且特征根$\lambda_1, \cdots, \lambda_n$均不为零,

$$\bar{B}_1 = \Lambda\mathrm{diag}(1/\lambda_1 \mathrm{e}^{\lambda_1 T} \cdots, 1/\lambda_n \mathrm{e}^{\lambda_n T})\Lambda^{-1}B_p,$$
$$\bar{B}_2 = \Lambda\mathrm{diag}(-1/\lambda_1 \cdots, -1/\lambda_n\}\Lambda^{-1}B_p,$$
$$D = \Lambda\mathrm{diag}(1/\lambda_1 \mathrm{e}^{\lambda_1\alpha_1} \cdots, 1/\lambda_n \mathrm{e}^{\lambda_n\alpha_n}),$$
$$E = \Lambda^{-1}B_p,$$
$$F(\tau_k) = \mathrm{diag}(\mathrm{e}^{\lambda_1(T-\tau_k-\alpha_1)}, \cdots, \mathrm{e}^{\lambda_n(T-\tau_k-\alpha_n)}).$$

2) 若A_p不可对角化, 不失一般性, 假设A_p具有一个零特征值以及一个r重特征值λ^*,

$$\bar{B}_1 = \Lambda\mathrm{diag}(0, \breve{J}_1, \breve{J}_2)\Lambda^{-1}B_p,$$
$$\bar{B}_2 = \Lambda\mathrm{diag}(T, \hat{J}_1, \hat{J}_2)\Lambda^{-1}B_p,$$
$$D = \Lambda\mathrm{diag}(\beta_1, 1/\lambda_2\mathrm{e}^{\lambda_2\beta_2}, \cdots, 1/\lambda_{n-r}\mathrm{e}^{\lambda_{n-r}\beta_{n-r}}, M),$$
$$E = \Lambda^{-1}B_p,$$
$$F(\tau_k) = \mathrm{diag}(-\tau_k/\beta_1, \mathrm{e}^{\lambda_2(T-\tau_k-\beta_2)}, \cdots, \mathrm{e}^{\lambda_{n-r}(T-\tau_k-\beta_{n-r})}, M^{-1}\tilde{J}_2),$$
$$\breve{J}_1 = \mathrm{diag}(1/\lambda_2\mathrm{e}^{\lambda_2 T}, \cdots, 1/\lambda_{n-r}\mathrm{e}^{\lambda_{n-r}T}),$$
$$\hat{J}_1 = \mathrm{diag}(-1/\lambda_2, \cdots, -1/\lambda_{n-r}),$$
$$\breve{J}_2 = \int \mathrm{e}^{J_2 t}\mathrm{d}t|_{t=T},$$
$$\hat{J}_2 = \int \mathrm{e}^{J_2 t}\mathrm{d}t|_{t=0},\ \tilde{J}_2 = \int \mathrm{e}^{J_2 t}\mathrm{d}t|_{t=T-\tau_k}.$$

其中: Λ为使$A_p = \Lambda\mathrm{diag}(0, J_1, J_2)\Lambda^{-1}$成立的可逆矩阵, J_1为由A_p 的互异特征值组成的对角块, J_2为λ^*对应的约当块.

令$e(k) = x(k) - \hat{x}(k)$为丢包补偿器的补偿误差, 取增广状态向量$z(k) = [x^{\mathrm{T}}(k), e^{\mathrm{T}}(k)]^{\mathrm{T}}$, 则由式(5)～(12), 闭环NCS的状态方程可由如下切换系统描述:

$$z(k+1) = \sum_{i=1}^{4}\omega_i\{A_{\mathrm{ci}}z(k) + A_{\mathrm{di}}z(k-1)\}. \tag{13}$$

其中:

$$\omega_i \to \{0,1\},\ \sum_{i=1}^{4}\omega_i = 1,$$
$$A_{\mathrm{ci}} = A_{i1} + D_{i1}FE_{i1}K,$$
$$A_{\mathrm{di}} = A_{i2} + D_{i2}FE_{i2}K,$$
$$A_{11} = A_{21} = \begin{bmatrix} A + \bar{B}_2K & 0 \\ A - A_f - B_fK + \bar{B}_2K & 0 \end{bmatrix},$$
$$A_{31} = A_{41} = \begin{bmatrix} A + \tilde{B}_2K & \tilde{B}_2K \\ A - A_f - B_fK + \tilde{B}_2K & A_fB_fK - \tilde{B}_2K \end{bmatrix},$$
$$A_{12} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1K & 0 \\ \bar{B}_1K & 0 \end{bmatrix},\ A_{22} = \begin{bmatrix} \bar{B}_1K & -\bar{B}_1K \\ \bar{B}_1K & -\bar{B}_1K \end{bmatrix},$$
$$A_{32} = \begin{bmatrix} \tilde{B}_1K & 0 \\ \tilde{B}_1K & 0 \end{bmatrix},\ E_{11} = E_{21} = \begin{bmatrix} EK & 0 \end{bmatrix},$$
$$D_{11} = D_{12} = D_{22} = D_{21} = [D\ \ D]^{\mathrm{T}},$$
$$E_{12} = [-EK\ \ 0],\ E_{22} = [-EK\ \ -EK],$$
$$D_{31} = D_{32} = E_{31} = E_{32} = 0,$$
$$D_{41} = D_{42} = E_{41} = E_{42} = 0.$$

3 NCS的保成本控制及丢包补偿器的设计(Guaranteed cost control of NCS and data-packet dropout compensator design)

3.1 相关定义与引理(Relative definition and lemma)

定义系统性能指标为

$$J=\sum_{k=0}^{\infty}z^T(k)Qz(k). \tag{14}$$

其中: $Q=\mathrm{diag}(Q_1,Q_2)$, Q_1,Q_2 是给定的对称正定矩阵.

定义 1 对于闭环系统(13)以及给定的性能指标(14), 若状态反馈控制器增益矩阵K 使得对上述所有的不确定性$F(\tau_k)$, 该闭环系统是渐近稳定的, 且相应的闭环性能指标值满足$J\leqslant J_0$, J_0是某个确定的常数, 则称具有这样性质的状态反馈控制律是系统(13)和性能指标(14)的一个保成本控制律.

引理 1[4] 给定常数矩阵M,L,N, 其中$N=N^{\mathrm{T}},L=L^{\mathrm{T}}>0$, 则$M^{\mathrm{T}}LM+N<0$成立, 当且仅当

$$\begin{bmatrix}-L^{-1} & M\\ M^{\mathrm{T}} & N\end{bmatrix} \text{ 或 } \begin{bmatrix}N & M^{\mathrm{T}}\\ M & -L^{-1}\end{bmatrix}.$$

引理 2[4] 设W,M,N为适当维数的实矩阵, 其中W为对称阵, 那么对所有满足$F^{\mathrm{T}}(\tau_k)F(\tau_k)\leqslant I$的矩阵, 不等式

$$W+N^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(\tau_k)M^{\mathrm{T}}+MF(\tau_k)N<0$$

成立, 当且仅当存在常数$\varepsilon>0$, 使

$$W+\varepsilon MM^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}N^TN<0.$$

3.2 主要结论(Main results)

定理 1 对于网络控制系统(13), 给定的性能指标(14)以及状态反馈控制律(3), 若存在标量$\varepsilon_1>0,\varepsilon_2>0$, 对称正定矩阵P_1,P_2,S_1,S_2以及丢包补偿器参数A_f,B_f和状态反馈增益阵K, 使得以下矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}\varOmega_i & \boldsymbol{H}_i\\ * & \varTheta_i\end{bmatrix}<0,\ i\in\{1,2,3,4\}. \tag{15}$$

式中“$*$”为对称位置元素的转置,

$$\varOmega_i=\begin{cases}\begin{bmatrix}-P_1^{-1}+\varepsilon_iDD^{\mathrm{T}} & \varepsilon_iDD^{\mathrm{T}} & A+\bar{B}_2K & 0\\ * & -P_2^{-1}+\varepsilon_iDD^{\mathrm{T}} & \varUpsilon_1 & A_f\\ * & * & \varGamma_1 & 0\\ * & * & * & \varGamma_2\end{bmatrix}, & i=1,2,\\ \begin{bmatrix}-P_1^{-1} & 0 & A+\tilde{B}_2K & -\tilde{B}_2K\\ * & -P_2^{-1} & \varUpsilon_2 & -\varUpsilon_2+A\\ * & * & \varGamma_1 & 0\\ * & * & * & \varGamma_2\end{bmatrix}, & i=3,4,\end{cases}$$

$$\varUpsilon_1=A-A_f+\bar{B}_2K-B_fK,$$

$$\varUpsilon_2=A-A_f+\tilde{B}_2K-B_fK,$$

$$\varGamma_1=S_1-P_1+Q_1,\ \varGamma_2=S_2-P_2+Q_2,$$

$$\boldsymbol{H}_1=\begin{bmatrix}\bar{B}_1K & 0 & 0\\ \bar{B}_1K & 0 & 0\\ 0 & 0 & K^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{H}_2=\begin{bmatrix}\bar{B}_1K & -\bar{B}_1K & 0\\ \bar{B}_1K & -\bar{B}_1K & 0\\ 0 & 0 & K^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{H}_3=\begin{bmatrix}\tilde{B}_1K & 0\\ \tilde{B}_1K & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ \boldsymbol{H}_4=\begin{bmatrix}\tilde{B}_1K & -\tilde{B}_1K\\ \tilde{B}_1K & -\tilde{B}_1K\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\varTheta_1=\begin{bmatrix}-S_1 & 0 & -K^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}\\ * & -S_2 & 0\\ * & * & -\varepsilon_1I\end{bmatrix},$$

$$\varTheta_2=\begin{bmatrix}-S_1 & 0 & -K^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}\\ * & -S_2 & K^{\mathrm{T}}E^{\mathrm{T}}\\ * & * & -\varepsilon_2I\end{bmatrix},\ \varTheta_3=\varTheta_4=\begin{bmatrix}-S_1 & 0\\ * & -S_2\end{bmatrix},$$

则闭环网络控制系统(13)渐近稳定, 且状态反馈控制律(3)为系统的一个保成本控制律, 性能指标满足

$$J<z^{\mathrm{T}}(0)Pz(0)+z^{\mathrm{T}}(-1)Sz(-1).$$

式中: $P=\mathrm{diag}(P_1,P_2)$, $S=\mathrm{diag}(S_1,S_2)$, $z(-1)$表示在计时时刻前系统的状态, 对应于连续系统中的$z(0^-)$.

证 选取Lyapunov函数

$$V_k(z)=z_k^{\mathrm{T}}Pz_k+z_{k-1}^{\mathrm{T}}Sz_{k-1}, \tag{16}$$

$$\Delta V_k(z)=V_{k+1}(z)-V_k(z)=$$
$$z_{k+1}^{\mathrm{T}}Pz_{k+1}+z_k^{\mathrm{T}}(S-P)z_k-z_{k-1}^{\mathrm{T}}Sz_{k-1}.$$

当子系统i作用时, 将(13)代入上式得

$$\Delta V_k^i(z)=$$
$$z_k^{\mathrm{T}}A_{ci}^{\mathrm{T}}PA_{ci}z_k+z_k^{\mathrm{T}}A_{ci}^{\mathrm{T}}PA_{di}z_{k-1}+$$
$$z_{k-1}^{\mathrm{T}}A_{di}^{\mathrm{T}}PA_{ci}z_k+z_{k-1}^{\mathrm{T}}A_{di}^{\mathrm{T}}PA_{di}z_{k-1}+$$
$$z_k^{\mathrm{T}}(S-P)z_k-z_{k-1}^{\mathrm{T}}Sz_{k-1}=$$
$$\begin{bmatrix}z_k\\ z_{k-1}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\varPi_i\begin{bmatrix}z_k\\ z_{k-1}\end{bmatrix}.$$

式中

$$\varPi_i=\begin{bmatrix}A_{ci}^{\mathrm{T}}PA_{ci}+S-P & A_{ci}^{\mathrm{T}}PA_{di}\\ A_{di}^{\mathrm{T}}PA_{ci} & A_{di}^{\mathrm{T}}PA_{di}-S\end{bmatrix}.$$

1) 首先以子系统$i=1$为例, 讨论系统的稳定性. 根据引理1和引理2, $i=1$时, 由定理1条件中对

应的矩阵不等式可得

$$\begin{bmatrix} -P^{-1} & A_{c1} & A_{d1} \\ A_{c1}^{\mathrm{T}} & S-P+Q & 0 \\ A_{d1}^{\mathrm{T}} & 0 & -S \end{bmatrix} < 0$$

等价于 $\qquad \varPi_1 + \mathrm{diag}(Q,0) < 0,$

即

$$\Delta V_k^1(z) < -z_k^{\mathrm{T}} Q z_k \leqslant 0.$$

从而, 对于子系统$i=1$, 当定理1中的条件满足时,

$$\Delta V_k^1(z) < 0.$$

经过与子系统1类似的推导, 可以证明当定理1中的条件满足时, $\Delta V_k^i(z) < 0,\ i \in \{1,2,3,4\}$.

式(16)为系统的公共李雅普诺夫函数, 由$\Delta V_k^i(z) < 0,\ i \in \{1,2,3,4\}$, 根据切换系统稳定性理论可知, 当定理1中的条件满足时, 闭环网络控制系统(13)渐近稳定.

2) 系统的保成本性.

由$\Delta V_k^i(z) < -z_k^T Q z_k,\ i \in \{1,2,3,4\}$, 可得

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} z_k^{\mathrm{T}} Q z_k < -\sum_{k=0}^{\infty} \Delta V_k(z) \leqslant z^{\mathrm{T}}(0) P z(0) + z^{\mathrm{T}}(-1) S z(-1).$$

证毕.

3.3 补偿器与控制器参数的求解方法(Method of solving parameters of controller and compensator)

定理1中的条件(15)是一组非线性的矩阵不等式, 首先采用锥补线性化的方法[5]对问题进行求解. 矩阵不等式(15)求解可近似为以下最小化问题的求解:

$$\min_{P_1,X_1,P_2,X_2,S_1,S_2,K,W,A_f,\varepsilon_1,\varepsilon_2} [\mathrm{tr}(P_1X_1 + P_2X_2)]$$

$$\text{s.t.}\ \begin{bmatrix} \tilde{\varOmega}_i & \boldsymbol{H}_i \\ * & \varTheta_i \end{bmatrix} < 0,\ \begin{bmatrix} P_j & I \\ I & X_j \end{bmatrix} > 0,$$

$$i \in \{1,2,3,4\},\ j \in \{1,2\}. \tag{17}$$

式中:

$$\tilde{\varOmega}_i = \begin{cases} \begin{bmatrix} -X_1 + \varepsilon_i DD^{\mathrm{T}} & \varepsilon_i DD^{\mathrm{T}} & A + \bar{B}_2 K & 0 \\ * & -X_2 + \varepsilon_i DD^{\mathrm{T}} & \varPhi_1 - W & A_f \\ * & * & \varGamma_1 & 0 \\ * & * & * & \varGamma_2 \end{bmatrix}, & i = 1,2, \\ \begin{bmatrix} -X_1 & 0 & A + \tilde{B}_2 K & -\tilde{B}_2 K \\ * & -X_2 & \varPhi_2 - W & -\varPhi_2 + A + W \\ * & * & \varGamma_1 & 0 \\ * & * & * & \varGamma_2 \end{bmatrix}, & i = 3,4, \end{cases}$$

$$\varPhi_1 = A - A_f + \bar{B}_2 K,\ \varPhi_2 = A - A_f + \tilde{B}_2 K,$$

$$W = B_f K,\ X_1 = P_1^{-1},\ X_2 = P_2^{-1}.$$

步骤 1　利用LMI工具箱中feasp求解器求出使不等式组(17)成立的一组可行解$\varPsi_0 = \{P_{1,0}, P_{2,0}, X_{1,0}, X_{2,0}, A_{f,0}, W_0, S_{1,0}, S_{2,0}, K_0, \varepsilon_{1,0}, \varepsilon_{2,0}\}$, 并令迭代次数$l=0$;

步骤 2　利用LMI工具箱中的mincx求解器求解以下线性目标函数的最小化问题:

$$\min_{P_1,X_1,P_2,X_2,S_1,S_2,K,W,A_f,\varepsilon_1,\varepsilon_2} \mathrm{tr}\left(\begin{bmatrix} X_{1,l} & X_{2,l} & P_{1,l} & P_{2,l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}\right)$$

s.t. 式(17).

若求得的解为$\varPsi^*$, 可利用方程$W = B_f K$求取丢包补偿器参数B_f. 若K^*可逆, 则$B_f^* = W^* K^{*-1}$, 若K^*不可逆, 取$B_f^* = W^* K^{*+}$(K^{*+}为广义逆)为方程$W = B_f K$的最小二乘解.

步骤 3　将步骤2求得的解$\varPsi^*$代入定理1中的矩阵不等式组(15)验算, 若定理1中的条件满足, K^*, A_f^*, B_f^*分别为所求的状态反馈增益阵和丢包补偿器参数, 则终止迭代. 否则, 进行步骤4;

步骤 4　若迭代次数$l \leqslant L$, L为预先设定的迭代次数上界, 则令$\varPsi_{l+1} = \varPsi^*, l = l+1$, 并返回步骤2进行下一次迭代; 否则转步骤1, 重新选择一组可行解$\varPsi_0$, 重新计算.

4 仿真算例(Simulation example)

考虑被控对象

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & -0.95 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0.2 \\ 0.1 \end{bmatrix} u(t).$$

传感器采样周期为$T = 0.5\,\mathrm{s}$, 网络诱导时延τ_k在$(0, 0.04\,\mathrm{s}]$内变化. 在仿真过程中, 受MATLAB仿真条件所限, 假设时延的变化服从均匀分布, 数据包以一定的比例丢失, 丢包率设定为40%. 性能指标

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} z^{\mathrm{T}}(k) Q z(k),\ Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},\ Q_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

经过计算得, 离散系统方程中的参数为

$$A = \begin{bmatrix} 1.0513 & 1.0513 \\ 1 & 0.6219 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B}_1 = \begin{bmatrix} 2.2089 \\ -0.0655 \end{bmatrix},\ \bar{B}_2 = \begin{bmatrix} -2.1053 \\ 0.1053 \end{bmatrix},$$

$$\tilde{B}_1 = \begin{bmatrix} 2.1788 \\ -0.0303 \end{bmatrix},\ \tilde{B}_2 = \begin{bmatrix} 0.0201 \\ 0.0095 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} 27.1828 & 0 \\ 0 & -0.0001 \end{bmatrix},\ E = \begin{bmatrix} 0.21 \\ 0.1 \end{bmatrix}.$$

利用文中的提出的方法可求得丢包补偿器和控制器的参数

$$A_f = \begin{bmatrix} 0.1643 & -0.0007 \\ -0.0005 & 0.1634 \end{bmatrix},$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.2 \end{bmatrix},\ K = \begin{bmatrix} 0.0517 & 0.1275 \end{bmatrix}.$$

当系统初始状态为$z(0)=z(-1)=\begin{bmatrix} 10 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$时, 系统相应的性能指标满足$J < 270.0799$, 系统响应曲线和丢包补偿器误差曲线分别如图2、图3所示, 曲线表明在所设计的控制律与丢包补偿器下闭环网络控制系统是渐近稳定.

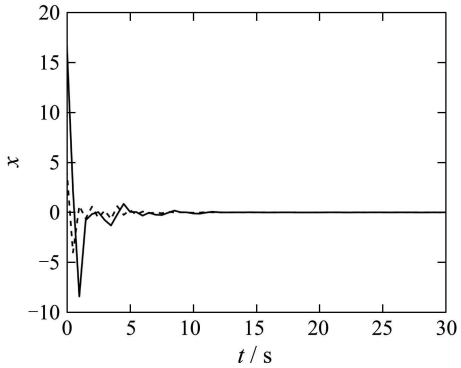

图 2 系统状态响应曲线

Fig. 2 Response curve of state

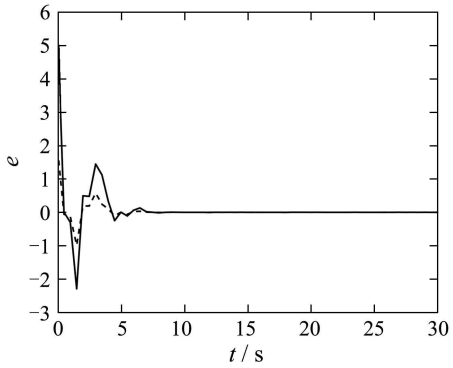

图 3 补偿器误差曲线

Fig. 3 Curve of compensator error

5 结论(Conclusion)

针对存在不确定短时延和数据包丢失的网络控制系统, 引入了丢包补偿器用于补偿数据包丢失对系统性能的影响, 控制器输入在系统状态和补偿器状态之间切换. 通过将时延的不确定性等效为系统参数的不确定性, 建立了网络控制系统的离散切换系统模型, 并给出了系统保成本控制律和补偿器的设计方法. 仿真结果表明, 在所提出的丢包补偿器和控制律下, 系统是渐近稳定的, 丢包补偿器能够有效地补偿数据包丢失对系统造成的影响.

参考文献(References):

[1] ZHANG Wei, BRANICKY M S, PHILIPS S M. Stability of networked control systems [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 85 – 99.

[2] QIANG Ling, LEMMON M D. Robust performance of soft real-time networked control systems with data dropouts[C] // *Proc of IEEE Conf on Decision and Control*. New York: IEEE Press, 2002: 1225 – 1230.

[3] QIANG Ling, LEMMON M D. Soft real-time scheduling of networked control systems with dropouts governed by Markov chain[C] // *Proc of American Control Confrence*. New York: IEEE Press, 2003: 4845 – 4850.

[4] 俞立. 鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(YU Li. *Robust Control-LMI Approach*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

[5] GHAOUI L E, OUSTRY F, AITRAMI M. A cone complementarity linearization algorithm for static output feedback and related problems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1171 – 1176.

[6] FAN Weihua. *Modeling and control of networked control systems* [D]. Nanjing: Nanjing University of Science and Technology, 2004.

[7] 陈国定, 俞立, 褚健. 具有状态和控制滞后不确定系统的保性能控制器设计[J]. 自动化学报, 2002, 28(2): 1 – 3.
(CHEN Guoding, YU Li, CHU Jian. Guaranteed cost controller design for uncertain systems with both state and control delay[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(8): 1 – 3.)

作者简介:

王 艳 (1978—), 博士, 女, 江南大学通信与控制工程学院副教授, 主要研究领域为网络控制系统, E-mail: yanyan841@163.com;

陈庆伟 (1961—), 男, 南京理工大学教授, 博士生导师, 主要研究方向为高精度数字交流伺服系统、智能控制理论及应用; E-mail:cqw1002@sina.com;

樊卫华 (1975—), 男, 博士, 南京理工大学讲师, 主要研究方向为网络控制系统、工业控制网络及应用;

胡维礼 (1941—), 男, 南京理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为鲁棒自适应控制、非线性控制、智能控制理论及应用、高精度伺服系统等.