

旅行商问题(TSP)的伪并行遗传算法

刘 军, 王介生

(鞍山科技大学 电子信息与工程学院, 辽宁 鞍山 114044)

摘要: 旅行商问题(TSP)是典型的NP完全组合优化问题. 本文基于遗传算法求解TSP问题时的独特性, 提出一种采用无性繁殖的改进伪并行遗传算法, 避免了交叉算子对良好基因模式的破坏; 初始种群通过贪婪算法得到并进行预处理, 提高算法的收敛速度; 伪并行遗传算法中子群体之间的信息交换采用孤岛模型. 这些改进措施对降低算法的复杂程度、提高算法的收敛速度和全局搜索能力有重要意义. 仿真研究结果表明, 该算法的寻优效率较高, 有效地克服了标准遗传算法的早熟收敛问题.

关键词: 旅行商问题; 无性繁殖; 伪并行遗传算法; 贪婪算法

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A

Solving traveling salesman problem(TSP) with pseudo-parallel genetic algorithms

LIU Jun, WANG Jie-sheng

(School of Electronic and Information Engineering, Anshan University of Science and Technology,
Anshan Liaoning 114044, China)

Abstract: Traveling salesman problem (TSP) is a typical NP complete combinatorial optimum problem. An improved pseudo-parallel genetic algorithms (IPPGA) is proposed with an asexual reproduction for avoiding crossover operators' breach to nice gene patterns. The initial population is produced by greedy algorithm in order to enhance convergence velocity. Information exchange between subgroups employs island model in IPPGA. These measures are of great significance on reducing complexities and enhancing convergence velocity, as well as increasing global searching ability of the algorithm. Finally, simulation study of IPPGA demonstrates its capability of strong global search and superiority to SGA and high immunity against premature convergence.

Key words: traveling salesman problem; asexual reproduction; pseudo-parallel genetic algorithms; greedy algorithm

1 引言(Introduction)

旅行商问题(TSP)是运筹学中有代表性的组合优化问题, 也是典型的非确定性多项式NP(non-deterministic polynomial)完全问题^[1]. 由于问题本身的组合特性, 其求解计算量随着城市规模的增加而呈指数关系增长. TSP问题在实际应用中具有非常典型的意义, 如可用来解决分配、路径、车辆调度、网络和切割等问题, 以及其在算法理论研究上的价值, 所以一直吸引着各个领域的研究人员去研究新的算法.

近年来, 人们从仿生学机理中受到启发, 提出许多用于求解TSP问题的近似算法, 如: 遗传算法(genetic algorithm)、模拟退火算法(simulated

annealing algorithm)、人工免疫算法(artificial immune algorithm)、禁忌搜索(tabu search)、粒子群优化(particle swarm optimization)和蚁群算法(ant colony algorithm)等^[1~7]. 其中遗传算法是比较成功也是受关注较多的一种进化算法.

本文基于遗传算法求解旅行商问题时的独特性, 提出一种采用无性繁殖的伪并行遗传算法. 信息交换采用孤岛模型, 子群体进化过程中取消了简单遗传算法(SGA)中的交叉算子, 代之以仅在一个个体上操作的基因重组算子. 对3个不同规模的典型旅行商问题进行的实验结果表明, 该算法能以较快的收敛速度和较大的机率获得已知最优解, 从而证明了该算法在求解TSP问题上是可行之有效的.

2 IPPGA算法设计(Designation of IPPGA)

遗传算法(genetic algorithm, 简称GA)是一类借鉴生物界的进化规律演化而来的随机化搜索方法, 以其全局搜索能力、群体搜索策略带来的高效性、与目标梯度信息的无关性以及简单通用性在诸如复杂函数优化、结构设计、系统控制、机器学习和图象处理等众多工程领域中得到广泛应用^[8].

2.1 遗传编码和适应度函数(Genetic encoding and fitness function)

本文在采用遗传算法求解TSP问题时, 以遍历城市的次序排列进行编码, 但这种编码是否充分反映了一条旅程中包含的遗传信息是令人怀疑的. 例如 $T_1=\{1\ 3\ 4\ 2\ 5\ 6\}$ 和 $T_2=\{6\ 1\ 3\ 4\ 2\ 5\}$ 这两条相同路径在种群中代表不同的个体, 不可避免的降低了算法搜索效率. 对于 N 个城市的TSP问题, 其解空间只包含 $N!/2N$ 个可行解, 而 N 个城市编码的任意排列有 $N!$ 个体. 为了减少搜索空间, 提高算法效率, 本文根据先验知识将一条最可能出现在最优路径中的边所涉及的两个城市的编码固定为 N 和 $N-1$, 这样解空间就只包含 $(N-2)!$ 个个体, 该位置不参加基因重组操作.

算法IPPGA的适应度函数取为

$$f(T) = n/\text{Length}(T). \quad (1)$$

式中: n 为城市规模, $\text{Length}(T)$ 表示巡回路线 T 的路径长度.

2.2 种群初始化(Population initialization)

传统遗传算法求解TSP问题时的初始种群均随机生成, 但理论分析和计算都表明, 好的路径中城市一般都和其临近城市相连接, 很少出现抛开临近城市直接同其他较远城市连接的情况. 本文将贪婪算法用于初始种群生成: 即以每一城市为起点, 逐步选择最临近城市为下一站而生成与问题规模相同的初始种群, 再将固定的两城市经过移位操作移动到编码末尾. 本方法实现了初始种群的“优生”, 明显提高了初始种群质量, 降低了搜索空间.

2.3 随机锦标赛选择算子(Stochastic tournament selection operator)

随机锦标赛选择是一种基于个体适应度之间大小关系的选择算子. 基本思想是每次选取一定数目(称为联赛规模)个体之中适应度最高个体遗传到下一代群体中. 为了防止在进化过程中破坏掉当前群体中适应度最好个体, 还使用了最优保存策略.

2.4 无性繁殖(Asexual reproduction)

符号编码方法是从二进制编码发展起来的, 仍然以基于有性繁殖的交叉算子作为主要遗传算子, 但在自然界中无性繁殖也是非常有效的. 在

求解TSP问题时普通交叉后染色体极有可能不满足TSP问题约束条件, 而必须使用“修补”算法或者是部分匹配交叉(PMX)、顺序交叉(OX)和循环交叉(CX)这类特殊交叉算子, 而这些交叉算子往往对良好基因模式破坏很大, 不可避免的增加了算法复杂程度. 因此本文采用无性繁殖: 即取消交叉算子, 代之以仅在一个个体上操作的基因重组算子, 简化了遗传操作过程, 提高了计算效率, 且不要求初始群体多样性, 也不存在早熟收敛问题^[9].

2.5 基因重组(Gene reconstruction)

交换变异、插入变异和倒位变异等调整符号基因在染色体中相对位置的遗传算子统称为基因重组算子. 由于采用了无性繁殖, 则个体适应度函数的计算方法可进一步简化, 即重组后个体的适应度值为重组前适应度值与适应度变化值 Δd 之和. 针对具有 n 个城市的TSP问题, 有如下所述的一条巡回旅行路线:

$$T_X = (1, 2, \dots, i-1, i, i+1, \dots, j-1, j, j+1, \dots, n-1, n).$$

2.5.1 交换变异(Swap mutation)

交换变异是指相互交换个体编码串中两个随机选择基因座之间的基因值, 从而产生一条新巡回路线. 例如

$$\begin{aligned} T_X = & (1, 2, \dots, i-1, \underline{i}, i+1, \dots, j-1, \underline{j}, \\ & j+1, \dots, n-1, n) \rightarrow (1, 2, \dots, i-1, \underline{j}, \\ & i+1, \dots, j-1, \underline{i}, j+1, \dots, n-1, n) = T'_X. \end{aligned}$$

交换变异算子有利于算法的大范围探索. 其适应度变化值为

$$\begin{aligned} \Delta d = & (d(C_{i-1}, C_i) + d(C_i, C_{i+1}) + \\ & d(C_{j-1}, C_j) + d(C_j, C_{j+1})) - \\ & (d(C_{i-1}, C_j) + d(C_j, C_{i+1}) + \\ & d(C_{j-1}, C_i) + d(C_i, C_{j+1})). \end{aligned}$$

2.5.2 插入变异(Insert mutation)

插入变异是指先在个体编码串中随机选择两个基因座, 然后再将其中一个基因座上的基因插入到另一个基因座之后. 例如

$$\begin{aligned} T_X = & (1, 2, \dots, i-1, \underline{i}, i+1, \dots, \\ & j-1, \underline{j}, j+1, \dots, n-1, n) \rightarrow \\ & (1, 2, \dots, i-1, \underline{i}, \underline{j}, i+1, \dots, \\ & j-1, j+1, \dots, n-1, n) = T'_X. \end{aligned}$$

其适应度变化值为

$$\Delta d = (d(C_{i-1}, C_i) + d(C_i, C_j) +$$

$$d(C_j, C_{i+1})) - (d(C_{i-1}, C_i) + d(C_{j-1}, C_j) + d(C_j, C_{j+1})).$$

2.5.3 倒位变异(Invert mutation)

倒位变异是将个体编码串中随机选择两个基因座之间的基因逆序排列, 从而产生一条新巡回路线. 例如

$$T_X = (1, 2, \dots, i-1, \underline{i}, i+1, \dots, j-1, \underline{j}, j+1, \dots, n-1, n) \rightarrow (1, 2, \dots, i-1, \underline{j}, j-1, \dots, i+1, \underline{i}, j+1, \dots, n-1, n) = T'_X.$$

倒位变异算子则有利于算法的小范围迁移. 其适应度变化值为

$$\Delta d = (d(C_{i-1}, C_i) + d(C_j, C_{j+1})) - (d(C_{i-1}, C_j) + d(C_i, C_{j+1})).$$

2.6 孤岛模型(Island model)

伪并行遗传算法(pseudo-parallel genetic algorithms, 简称PPGA)是指在一个处理器上运行多种群并行遗传算法^[8]. 本文中初始群体复制成3个子群体, 每个子群体按一定模式独立进化, 在适当的时候, 子群体之间可交换一些信息. 这样可以维持群体的多样性, 保持不同的进化方向, 从而达到抑制早熟现象的效果. 孤岛模型也叫粗粒度模型(coarse-grained model), 基于该模型的遗传算法也称为分布式遗传算法(distributed genetic algorithm, DGA). 迁移策略(migration)是在子群体之间交换信息的算子, 通过迁移可以加快好个体在群体中的传播, 提高收敛速度. 本文迁移模式采用完全网络拓扑. 即每个子群体中最好个体均迁移到其他子群体中.

2.7 算法流程(Algorithm procedure)

改进伪并行遗传算法(IPPGA)流程描述如下:

Step 1 遗传代数计数器初始化: $t \leftarrow 0$.

Step 2 基于贪婪法产生初始群体 $P(t)$, 对 $P(t)$ 进行预处理并计算个体适应度.

Step 3 将 $P(t)$ 复制成3个相同子群体: $P(t) = \{P_1(t), P_2(t), P_3(t)\}$, 分别实行交换变异、插入变异和倒位变异3种不同的基因重组算子.

Step 4 $P_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 分组进行独立进化: 由选择算子进行复制操作: $P'_i(t) \leftarrow \text{Selection}[P_i(t)]$ ($i = 1, 2, 3$); 由基因重组算子进行变异操作: $P''_i(t) \leftarrow \text{Mutation}[P'_i(t)]$ ($i = 1, 2, 3$).

Step 5 分组计算各 $P''_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 中个体的适应度.

Step 6 由迁移策略进行各 $P''_i(t)$ ($i = 1, 2, 3$) 之间的信息交换, 得到下一代群体: $P_i(t+1) \leftarrow \text{Exchange}[P''_1(t), P''_2(t), P''_3(t)]$.

Step 7 终止条件判断: 若不满足终止条件, 则 $t \leftarrow t+1$, 转向Step 4. 若满足终止条件, 则输出最优结果, 算法结束.

3 仿真研究(Simulation)

本文针对城市规模分别为10, 30和50的典型TSP问题, 将本算法与简单遗传算法(SGA)进行了对比仿真研究. 简单遗传算法的初始种群每次实验均随机产生, 种群大小分别为30, 90和150; 交叉算子随机从部分匹配交叉(PMX)、顺序交叉(OX)和循环交叉(CX)中选取, 交叉概率为0.6; 变异算子也由交换变异、插入变异和倒位变异中随机选取, 变异概率为0.05. 两种算法的选择算子均为随机锦标赛选择算子, 并且都使用了最优保存策略. 针对3种规模的TSP问题, 算法的迭代次数分别为50, 300和2000.

表1 城市规模 $N=10, 30, 50$ 的仿真结果

Table 1 Simulation results of $N=10, 30, 50$

算法	IPPGA			SGA		
城市规模	10	30	50	10	30	50
已知最优解	15.17	423.74	427.86	15.17	423.74	427.86
最优解的适应度	15.17	423.74	427.86	15.17	423.74	430.24
最差解的适应度	15.17	425.27	433.43	16.71	470.25	447.38
解的平均适应度	15.17	424.35	430.74	15.66	439.03	439.26
命中最优解的次数	10	8	2	6	1	0
最差解的相对偏差	0	0.36%	1.30%	10.18%	10.98%	3.98%
平均解的相对偏差	0	0.27%	0.67%	3.25%	3.61%	2.10%
平均优化率	0.62	0.32	0.26	0.64	0.33	0.27

每组实验均进行10次, 仿真统计结果见表1. 其中: 最差解相对偏差=(所得最差解-所得最优解)/所得最优解; 平均解相对偏差=(所得平均解-

所得最优解)/所得最优解; 平均优化率=所得平均最优解/平均路径长; 平均路径长 L 为每个城市与其他 $N-1$ 个城市平均距离相加所得的距离, 即

$$L = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N d_{i,j} / (N-1). \quad (2)$$

从表1可看出, 算法IPPGA在有限的迭代步数中对3种规模的TSP问题在各项指标中都优于算法SGA. IPPGA随着问题规模的增加, 各项指标均有所下降, 但增加迭代次数必将得到更好的效果. SGA在 $N=50$ 时得到的最差解的相对偏差和平均解的相对偏差两项指标优于 $N=10, 30$ 得到的指标是因为使用了更大的种群规模.

图1反映了城市规模 $N=30$ 时两种算法在迭代过程中路径长度的收敛情况, 由于采用贪婪算法产生初始种群, 使得IPPGA进化的起点高, 容易找到最优解. 图2为城市规模 $N=50$ 时的IPPGA的优化过程, 3条曲线分别代表迭代过程中最优适应度、平均适应度和最差适应度的变化情况, 可见本算法能有效避免种群“早熟收敛”.

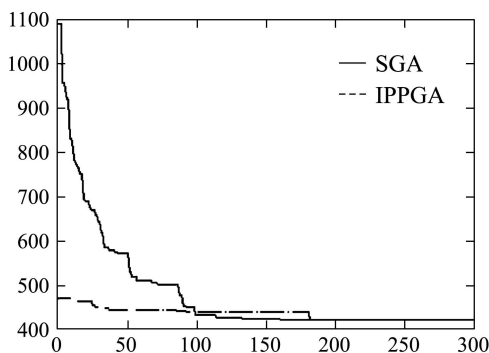


图1 城市规模 $N=30$ 时的优化过程
Fig. 1 Optimization course of $N=30$

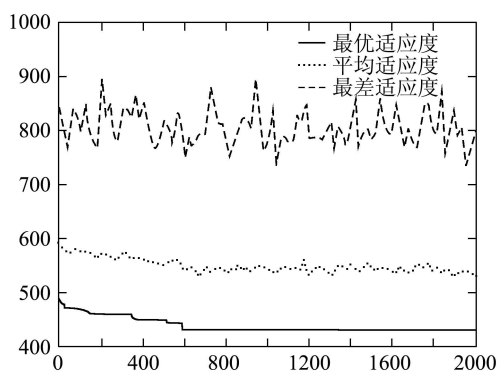


图2 城市规模 $N=50$ 时的优化过程
Fig. 2 Optimization course of $N=50$

4 结论(Conclusion)

虽然旅行商问题模型简单明了, 却是一个计算复杂性为NP的组合优化难题. 本文基于遗传算法

在求解旅行商问题时的独特性, 提出一种采用无性繁殖的伪并行遗传算法. 算法的最终目的是简化程序的复杂程度、避免“早熟收敛”现象和提高计算效率, 仿真实验表明该算法是有效的. 对于大规模的TSP问题, 则可采用分布式计算方式来进行解决.

参考文献(References):

- [1] WANG Yuping, HAN Lixia, LI Yinghua. A new encoding based genetic algorithm for the traveling salesman problem[J]. *Engineering Optimization*, 2006, 38(1): 1-13.
- [2] GIUSEPPE A S, DALIHA M, GERMINAL L. Implementation of a parallel genetic algorithm on a cluster of workstations: traveling salesman problem, a case study[J]. *Future Generation Computer Systems*, 2001, 17(4): 477-488.
- [3] TIAN Peng, ZHANG Dongmo, MA Jian. Application of the simulated annealing algorithm to the combinatorial optimization problem with permutation property: an investigation of generation mechanism[J]. *European J of Operational Research*, 1999, 118(1): 81-94.
- [4] LIU Ruochen, JIAO Licheng, DU Haifeng. Clonal strategy algorithm based on the immune memory[J]. *Journal of Computer Science & Technology*, 2005, 20(5): 728-734.
- [5] MICHEL G, GILBERT L, FREDERIC S. A tabu search heuristic for the undirected selective traveling salesman problem[J]. *European Journal of Operational Research*, 1998, 106(2): 539-545.
- [6] 高尚, 韩斌, 吴小俊. 求解旅行商问题的混合粒子群优化算法[J]. *控制与决策*, 2004, 19(11): 1286-1289.
(GAO Shang, HAN Bin, WU Xiaojun. Solving traveling salesman problem by hybrid particle swarm optimization algorithm[J]. *Control and Decision*, 2004, 19(11): 1286-1289.)
- [7] LI Yong, GONG Shihua. Dynamic ant colony optimization for TSP[J]. *Int J of Advanced Manufacturing Technology*, 2003, 22(7): 528-533.
- [8] 陈晓方, 桂卫华, 吴敏. 一种基于混沌迁移的伪并行遗传算法及其应用[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(6): 997-1002.
(CHEN Xiaofang, GUI Weihua, WU Min. Chaotic migration-based pseudo parallel genetic algorithm and its application[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(6): 997-1002.)
- [9] 李茂军, 童调生. 单亲遗传算法图式定理的进一步分析[J]. *控制理论与应用*, 2001, 18(3): 465-468.
(LI Maojun, TONG Tiaosheng. A Further result on the schema theorem of partheno-genetic algorithm[J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(3): 465-468.)

作者简介:

刘军 (1969—), 男, 鞍山科技大学电信学院讲师, 目前研究方向为复杂系统建模与优化控制、遗传算法, E-mail:liujun210302@yeah.net;

王介生 (1977—), 男, 博士, 目前研究方向为流程工业生产过程建模与控制、智能控制, E-mail: wjs_1977720@163.com.