

模糊自适应控制算法的新方案

朱丽业^{1,2}, 方 园¹, 吴惕华²

(1. 宝钢股份研究院, 上海 201900; 2. 上海交通大学 自动化系, 上海 200030)

摘要: 针对一种标准形式的非线性系统, 以Li-xin Wang提出的模糊算法为基础, 设计了一种新的自适应模糊控制器, 采用直接控制器代替原有的监督控制器. 根据Lyapunov 定理, 在放宽稳定性条件的前提下, 证明了此闭环系统的稳定性. 同时, 给出了直接控制器的范围, 由此可以解决由于监督控制器而可能引起的控制器的大幅波动. 通过对一阶、二阶控制系统的仿真, 可见本算法能大幅度提高系统的响应速度、以及其他的动态响应性能.

关键词: 模糊自适应; 非线性系统; 稳定性; 响应速度

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

New scheme of adaptive fuzzy control

ZHU Li-ye^{1,2}, FANG Yuan¹, WU Ti-hua²

(1. Baoshan Iron & Steel Co. LTD Research Institute, Shanghai 201900, China;

2. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: According to a normal form of nonlinear system, a new nonlinear adaptive fuzzy controller is proposed based on Li-Xin Wang's adaptive fuzzy system. The supervisory controller is replaced by the direct controller. The stability of the close-loop system is then proved with Lyapunov theory when the stability requirement is relaxed. The range of direct controller is also given, eliminating the intensive fluctuation in controll caused by the supervisory controller. Finally, the simulation results of a first order and a second order systems are given to show that the new controller speeds up the dynamic response and improves the other dynamic characteristics.

Key words: adaptive fuzzy control; nonlinear system; stability; response speed

1 引言(Introduction)

近年来, 在非线性控制系统的控制中, 模糊算法的应用越来越受到关注, 并且取得了很多的成果^[1~3]. 但其中很多文献都是以已知被控对象模型为基础的, 这往往给实际的应用带来困难. 而Li-Xin Wang博士^[3~4]提出了一种无需精确被控对象模型的稳定的模糊控制器, 同时给出了一套完备的模糊控制以及模糊稳定性证明理论, 这为模糊控制理论的发展开辟了一片新的天地.

通过分析Wang的非线性模糊控制器可知还存在一些不足, 如, 监督控制器的引入使得系统的控制项有可能变得非常大, 这会对系统的执行机构造成重大冲击; 闭环系统渐进稳定的条件为最优控制误差 $\omega(t)$ 平方可积, 这很难预知; 以及模糊控制器的参数未必会收敛到最优值. 很多的文献^[5~10]都以此为基础, 通过改进或加入变结构等其他控制方法, 对此进行改进, 在力图在保证系统稳定的前提下, 解决这

些问题.

本文以文献[3,4]设计的模糊控制器为基础, 提出了一种模糊自适应控制的新方案, 在去掉监督控制项后, 通过引入有界的直接控制器, 减小控制量的剧烈变化, 同时可以改善系统的动态性能, 并利用Lyapunov定理证明闭环系统的稳定性, 同时可以证明系统的误差渐进收敛到零.

2 模糊控制系统设计(Design the fuzzy control system)

考虑如下形式的 n 阶非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x) + bu, \\ y = x. \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态向量, 并假设其可测或可计算, f 为一个未知的连续函数, b 为一个未知的常数并且 $b > 0$, $u \in \mathbb{R}$ 和 $y \in \mathbb{R}$ 分别为系统的输入和输出. 这是一

种标准形式,许多常见的非线性系统都可以转换为此种形式.控制的目标是设计一个控制器 $u(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ 以及可调参数向量 $\boldsymbol{\theta}$ 的自适应律,使得系统输出 y 能够跟踪理想输出 y_m ,其中 y_m 及其导数是已知且有界的.下面按照Wang的思路先给出一些关系式.

设 $\mathbf{e} = (e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)})^T$,则理想控制律为

$$u^* = \frac{1}{b} [-f(x) + y_m^{(n)} + \mathbf{k}^T \mathbf{e}]. \quad (2)$$

其中 $\mathbf{k} = (k_n, \dots, k_1)^T \in \mathbb{R}^n$ 使得多项式 $s^n + k_1 s^{n-1} + \dots + k_n$ 的所有根都在复平面的左半开平面上.将 u^* 代入式(1)得到

$$e^n + k_1 e^{(n-1)} + \dots + k_n e = 0, \quad (3)$$

即为控制目标 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$,但有参数未知,所以 u^* 无法实现,需要设计一个模糊控制器来代替这个最优控制律.

Wang的方法为设控制律 u :

$$u = u_f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) + u_s(\mathbf{x}). \quad (4)$$

其中: $u_f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ 为模糊控制器, $\boldsymbol{\theta}$ 为可调的自适应律, $u_s(\mathbf{x})$ 为监督控制器.

当采用乘积推理机、单值模糊器及中心平均解模糊器的模糊系统可以表示为

$$u_f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) = \frac{\sum_{l=1}^M \bar{y}_l (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i))}{\sum_{l=1}^M (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i))} = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}). \quad (5)$$

式中: $\boldsymbol{\theta} = (\bar{y}_1, \dots, \bar{y}_M)^T$ 为自适应律, $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) = (\xi_1(\mathbf{x}), \dots, \xi_M(\mathbf{x}))^T$,其中 $\xi_j(\mathbf{x})$ 为模糊基函数,定义为

$$\xi_j(\mathbf{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^j}(x_i)}{\sum_{l=1}^M (\prod_{i=1}^n \mu_{A_i^l}(x_i))}, \quad (6)$$

$$\dot{\boldsymbol{\theta}} = \begin{cases} \gamma \mathbf{e}^T \mathbf{p}_n \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) & \text{if } (|\boldsymbol{\theta}| < M_\theta) \text{ or} \\ & (|\boldsymbol{\theta}| = M_\theta \text{ and } \mathbf{e}^T \mathbf{p}_n \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) \leq 0), \\ \gamma \mathbf{e}^T \mathbf{p}_n \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) - \gamma \mathbf{e}^T \mathbf{p}_n \frac{\boldsymbol{\theta} \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x})}{|\boldsymbol{\theta}|^2} & \\ \text{if } (|\boldsymbol{\theta}| = M_\theta \text{ and } \mathbf{e}^T \mathbf{p}_n \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}) > 0). \end{cases} \quad (7)$$

监督控制器的形式为

$$u_s = I^* \operatorname{sgn}(\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c) \left[|u_f| + \frac{1}{b_L} (f^U + |y_m^{(n)}| + |\mathbf{k}^T \mathbf{e}|) \right]. \quad (8)$$

其中: $\mathbf{P}$ 为Lyapunov正定对称阵, $\mathbf{p}_n$ 为 $\mathbf{P}$ 的最后一列, $\mathbf{b}_c = (0, \dots, 0, b)^T, 0 < b_L \leq b$.当 $V_e > \bar{V}$ 时 $I^* = 1$;当 $V_e \leq \bar{V}$ 时 $I^* = 0$,其中 $\bar{V}$ 为一给定量.并假设

$$V_e = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e}. \quad (9)$$

定义最小估计误差为

$$\omega = u^* - u_f. \quad (10)$$

其中最优参数向量

$$\boldsymbol{\theta}^* = \arg \min_{|\boldsymbol{\theta}| \leq M_\theta} \left[\sup_{|\mathbf{x}| \leq M_x} |u_c(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) - u^*| \right]. \quad (11)$$

3 直接控制器的设计(Design the direct controller)

由文献[6]可以得到如下定理:

定理1 对于一个形如式(1)的非线性对象,控制律 $u = u_f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ 由式(5)给出, $\boldsymbol{\theta}$ 由自适应律式(7)来调节.若 $\omega \in L_2$,则 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$.

定理2 对于一个形如式(1)的非线性对象,控制律 $u = u_f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ 由式(5)给出, $\boldsymbol{\theta}$ 由自适应律式(7)来调节.若 $\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = 0$,则 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$.

因此,文献[3,4]给出的监督控制律 u_s (如式(9)所示)对式(1)的非线性系统的跟踪速度以及系统误差变化的控制能力有限,而这主要取决于 $\boldsymbol{\theta}(0)$ 和 $\dot{\boldsymbol{\theta}}$ 的选择,从而导致系统的调整时间可能会很长.而文献[6]所设计的补偿控制算法有一定的局限性,主要是由于被跟踪对象的不确定性,导致无法判断 $u^*(t)$ 与 $u^*(t-1)$ 之间的相对关系,无法应用.

为了达到所要求的控制目标,本文参照文献[6]设计控制律为

$$u = u_f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta}) + u_d. \quad (12)$$

其中:模糊控制器 $u_f(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$ 以及自适应律 $\boldsymbol{\theta}$ 的形式如式(5)(7), u_d 为直接控制器.

在对系统的稳定性分析中,选用如下的Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{e} + \frac{b}{2\gamma} \phi^T \phi, \quad (13)$$

则 V 的导数为

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{Q} \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c \omega. \quad (14)$$

当 $\dot{V} \leq 0$ 时,闭环系统稳定,故 $\forall \varepsilon > 0, \exists t_0$,当 $t > t_0$ 时满足

$$|\omega| \leq \frac{\lambda_{Q \min} \varepsilon^2}{2|\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c|} \leq \frac{\lambda_{Q \min} |\mathbf{e}|^2}{2|\mathbf{e}^T \mathbf{P} \mathbf{b}_c|}. \quad (15)$$

式中 $\lambda_{Q \min}$ 为正定阵 Q 的最小特征值. 此时有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & -\frac{1}{2}e^T Q e + e^T P b_c \omega - e^T P b_c u_d \leq \\ & -\frac{1}{2}\lambda_{Q \min}|e|^2 + e^T P b_c \frac{\lambda_{Q \min}|e|^2}{2|e^T P b_c|} e^T P b_c u_d. \end{aligned} \quad (16)$$

只要保证 $e^T P b_c u_d \geq 0$, 就有 $\dot{V} \leq 0$, 即使 $e(t)$ 衰减. 将式(10)代入式(15), 得

$$|u^* - u_f| \leq \frac{\lambda_{Q \min}|e|^2}{2|e^T P b_c|}. \quad (17)$$

由式(1)(2)和(12)可知

$$\left| \frac{1}{b}[e^{(n)} + k^T e] + u_d \right| \leq \frac{\lambda_{Q \min}|e|^2}{2|e^T P b_c|}. \quad (18)$$

因此可以得到 u_d 的范围

$$\begin{aligned} \max\left\{ \frac{\lambda_{Q \min}|e|^2}{2|e^T P b_c|} - \left| \frac{1}{b}[e^{(n)} + k^T e] \right|, 0 \right\} \leq \\ |u_d| \leq \frac{\lambda_{Q \min}|e|^2}{2|e^T P b_c|} + \left| \frac{1}{b}[e^{(n)} + k^T e] \right|. \end{aligned} \quad (19)$$

式(8)中给出的监督控制器是在系统趋于不稳定时才进行工作, 大多情况下, 都只有自适应模糊控制器起作用, 这会导致系统动态以及稳态性能不佳. 因此, 在 u_d 的设计中需考虑系统的误差以及误差的导数, 此外, 并且还要考虑模糊控制器的作用, 同时由于 u_f 可以保证系统稳定, 即 u_d 的影响程度是变化的. 因此, 考虑对系统误差采用梯度寻优方法, 对 u_d 采用变步长方法, 考虑式(18)并结合仿真结果, 给出监督控制器 u_d 的形式为

$$\begin{aligned} u_d = & \operatorname{sgn}(e^T P b_c) \alpha \left| \frac{\lambda_{Q \min}}{2b_L} (k^T e - \right. \\ & \left. \operatorname{sgn}(k^T e) h e^{(n)}) - u_f \right|. \end{aligned} \quad (20)$$

式中: h 为时间常数, $0 \leq \alpha \leq 1$ 为调节系数. 在实际仿真时, 针对 u_d 采用变步长算法调整 α , 并可依据实际情况对 u_d 作进一步修正.

4 仿真研究(Simulation)

采用本文提出的算法对一个一阶不稳定非线性系统以及一个二阶混沌系统进行仿真研究, 并对系统的动态相应性能进行分析.

4.1 一阶不稳定非线性系统(First order unstable system)

考虑一阶非线性系统

$$\dot{x}(t) = \frac{1 - e^{-x(t)}}{1 + e^{-x(t)}} + u(t), \quad x(0) = 1. \quad (21)$$

控制目标是将状态 $x(t)$ 调节至零点, 即 $y_m = 0$. 显然在没有控制作用时, 当 $x > 0$, 有 $\dot{x} > 0$; 而

当 $x < 0$, 有 $\dot{x} < 0$, 系统不稳定.

在仿真中, 选 $\gamma = 1$, $Q = 10$, $k = 1$, 由Lyapunov方程解出 $P = 5$. 在 $[-3, 3]$ 上定义6个模糊集合, 如图1所示, 隶属函数分别为

$$\begin{aligned} \mu_1 &= \frac{1}{1 + \exp(5(x + 2))}, \\ \mu_2 &= \exp(-(x + 1.5)^2), \\ \mu_3 &= \exp(-(x + 0.5)^2), \\ \mu_4 &= \exp(-(x - 0.5)^2), \\ \mu_5 &= \exp(-(x - 1.5)^2), \\ \mu_6 &= \frac{1}{1 + \exp(-5(x - 2))}. \end{aligned}$$

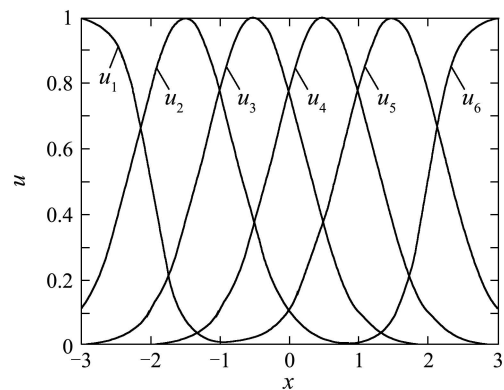


图1 在状态空间上的隶属函数

Fig. 1 Membership functions of the fuzzy controller

假设不存在任何模糊控制规则, 且初始参数 $\bar{\theta}(0)$ 在区间 $[-2, 2]$ 上随机选取, 则仿真结果为图2. 其中虚线为Wang设计的模糊控制器的计算结果, 实线为采用本文的方法设计的模糊控制器的仿真结果. 很明显, 本文的方法仅用0.4 s就可以无振荡地达到稳定, 比Wang的方法快了16倍, 且稳态无差.

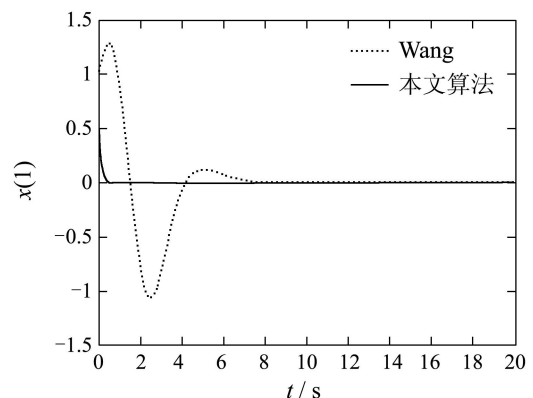


图2 一阶不稳定系统的仿真结果

Fig. 2 Simulation result of first order unstable system

4.2 达芬强迫振荡系统(Duffing forced oscillation system)

考虑如下达芬强迫振荡系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = -0.1x_2 - x_1^3 + 12 \cos t + u(t). \end{cases} \quad (22)$$

如果控制 $u(t)$ 为零,则系统是一个混沌系统.初始条件为 $x_1(0) = x_2(0) = 2$,通过控制器来控制系统状态 x_1 以跟踪参考轨迹 $y_m(t) = \sin t$,在相平面上这条轨迹是单位圆 $y_m^2 + \dot{y}_m^2 = 1$.

在仿真中,选择 $k_1 = 2, k_2 = 1, \gamma = 2, Q = \text{diag}(10, 10), b_L = 0.5, M_\theta = 30, M_x = 10, f^U = 12 + |x_1|^3$,仿真时间为 $t_0 = 0, t_f = 60$,步长为 0.02 s ,模糊控制器中隶属函数的选取如图1.

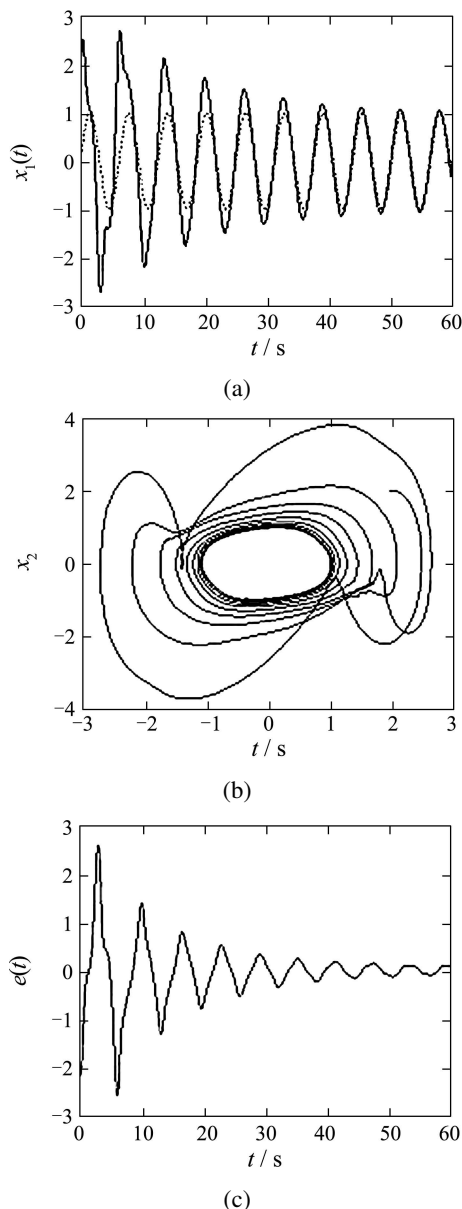


图3 采用Wang模糊控制器的仿真结果

Fig. 3 Simulation result with Wang's fuzzy controller

图3和图4为分别采用Wang和本文提出的模糊控制器仿真结果.图(a)中虚线为期望值 y_m ,实线为状态 $x_1(t)$,图(b)为在相平面上在相平面上状态 (x_1, x_2) 的轨迹,图(c)为误差曲线 $e(t)$.为了对比这两种算法,表1给出了误差的一些统计数据.

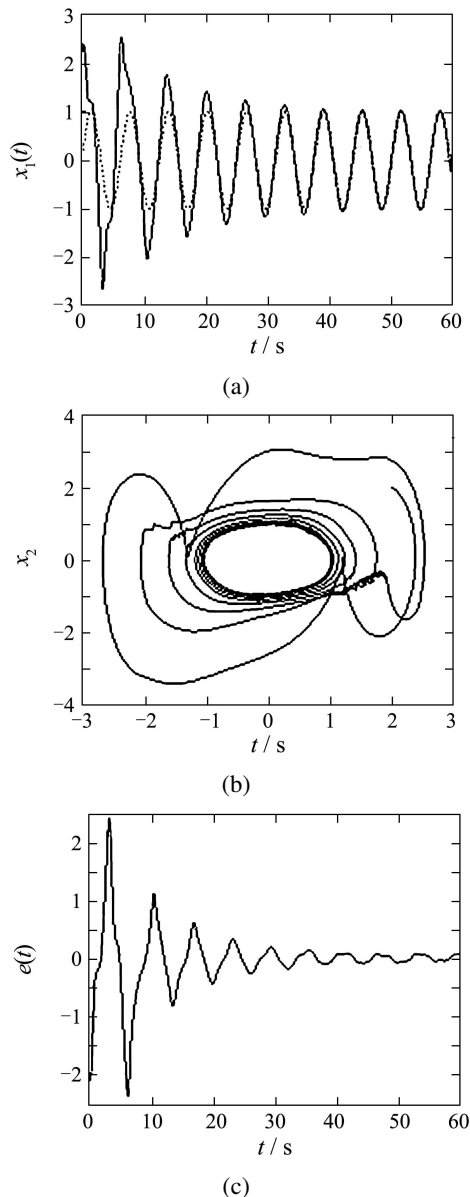


图4 采用本文提出的模糊控制器的仿真结果

Fig. 4 Simulation result with my fuzzy controller

表1 两种算法误差的统计数据

Table 1 Error statistics of two strategies

	最小值	最大值	平均值	标准方差
Wang算法	-2.584	2.588	-0.04406	0.6149
本文算法	-2.378	2.406	-0.04173	0.5265

通过比较,很明显看出,在系统中加入的直接控制器 u_d 后,达芬系统在 60 s 时已经接近稳定,并且调整的速度也比Wang的方法快很多,同时减小了稳态误差.

5 结论(Conclusion)

在Wang研究成果的基础上, 本文提出了一种新的模糊自适应控制器, 它仍然不要求已知精确的控制规则, 并能保证系统全局稳定. 在文中详细给出了直接控制器 u_d 的设计方法及其上下界, 以确保其有效性. 若使用变步长算法, 控制器可具有更好的适应性. u_d 的设计在结构上综合考虑了误差和误差变化趋势, 因此系统具有更快的收敛速度. 文中采用上述两种模糊控制算法对一阶不稳定系统以及达芬强迫振荡系统进行仿真, 可见本文提出的算法可以明显改善系统的暂态、稳态性能, 这对于一阶系统尤其明显.

参考文献(References):

- [1] TANAKA K, SUGENO M. Stability analysis and design of fuzzy control systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1992, 46(2): 135 – 156.
- [2] KIM Yong-Tae, BIEN Z. Robust indirect adaptive fuzzy control[C] // *IEEE Int Fuzzy Systems Conf Proceedings*. Seoul: IEEE Press, 1999, 8: 1293 – 1298.
- [3] WANG Li-Xin. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146 – 155.
- [4] 王立新. 模糊系统与模糊控制教程[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
(WANG Lixin. *A Course in Fuzzy Systems and Control*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.)
- [5] TONG Shaocheng, LI Qinguo, CHAI Tianyou. Fuzzy adaptive control for a class of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 101(1): 31 – 39.
- [6] 张乃尧, 金晖. 对稳定的模糊自适应控制方案的研究与改进[J]. 自动化学报, 1997, 23(2): 160 – 166.
(ZHANG Naiyao, JIN Hui. Study and modification on stable adaptive fuzzy control[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(2): 160 – 166.)
- [7] 佟绍成, 周军. 非线性模糊间接和直接自适应控制器的设计和稳定性分析[J]. 控制与决策, 2000, 15(3): 292 – 296.
(TONG Shaocheng, ZHOU Jun. Design and stability of fuzzy indirect and direct adaptive control for nonlinear system[J]. *Control and Decision*, 2000, 15(3): 292 – 296.)
- [8] 张天平. 间接自适应模糊控制器的设计与分析[J]. 自动化学报, 2002, 28(6): 977 – 983.
(ZHANG Tianping. Design and analysis of indirect adaptive fuzzy controller[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(6): 977 – 983.)
- [9] TANG Yuezhong, ZHANG Naiyao, LI Yanda. Stable fuzzy adaptive control for a class of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 104(2): 279 – 288.
- [10] TONG Shaocheng, WANG Tao, TANG Jiantao. Fuzzy adaptive output tracking control of nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2000, 111(2): 169 – 182.

作者简介:

朱丽业 (1977—), 女, 在上海宝钢股份研究院工作, 上海交通大学控制科学与工程专业博士, 目前研究方向为过程控制、模式识别等, E-mail: liyezhu@sina.com;

方园 (1962—), 男, 在上海宝钢股份研究院工作, 教授级高级工程师, 首席研究员, 目前研究方向为冶金工艺、材料等, E-mail: fangy@baosteel.com;

吴惕华 (1938—), 男, 上海交通大学博士生导师, 主要研究方向为过程控制、智能控制等, E-mail: wuhas@heinfo.net.