

文章编号: 1000-8152(2007)04-0525-05

# 基于 Backstepping 设计的不确定非线性系统的预测控制

杨 青, 李树荣

(中国石油大学 信息与控制工程学院, 山东 东营 257061)

**摘要:** 本文的目的是针对一类带有不确定性的单输入单输出的仿射非线性系统, 设计一种非线性预测控制器。用反步设计思想获得具有待定参数的控制器表达式, 然后用预测控制在线优化获得控制器的参数。用这种方法设计的控制器更易使闭环系统稳定, 且闭环系统具有良好的动态特性。连续发酵过程的仿真结果也验证了控制器是有效的。

**关键词:** 非线性; 不确定性; 预测控制; 反馈线性化; 反步设计

中图分类号: TP 13 文献标识码: A

## Model predictive control for nonlinear systems with uncertainty by using backstepping design

YANG Qing, LI Shu-rong

(College of Information and Control Engineering, China University of Petroleum, Dongying Shandong 257061, China)

**Abstract:** The purpose of this paper is to design a robust nonlinear model predictive controller for a class of single input single output affine nonlinear systems with uncertainty. The controller expression with undetermined parameters can be acquired by using backstepping design idea, and the controller parameters are optimized online by using model predictive control. By using controller proposed in this paper, not only the stability of the closed loop system can be acquired more easily but also the dynamic behavior of the closed loop system is good. The simulation of a continuous fermenter process also shows that the controller is valid.

**Key words:** nonlinearity; uncertainty; model predictive control; feedback linearization; backstepping

## 1 引言(Introduction)

在实际的生产过程中, 往往存在由于系统建模误差或外部干扰等因素造成的不确定性。因此带有不确定性的非线性系统的控制器设计成为自动控制领域的热门话题之一。其中, Kanellakopoulos 等人<sup>[1]</sup>针对一类具有下三角结构的不确定系统, 提出了反步设计(Backstepping)方法。在近十几年中, 反步设计方法得到了广泛的研究<sup>[2~4]</sup>, 成为了设计反馈系统镇定控制器的有力工具之一。反步设计方法是一种迭代设计的过程, 在每一步构造李雅普诺夫函数, 通过严格的放大不等式得到控制器的表达式, 以保证系统的稳定性。

在控制器的设计中, 不仅要考虑闭环系统的稳定性还要考虑动态特性。通常用反步设计方法得到的控制器参数都是给定的常数。为了提高闭环系统的动态特性, 笔者希望控制器参数可以通过在线调整

的方法来优化。

预测控制作为一种先进控制方法已经广泛的应用于很多的工业过程中, 它通过在线优化给定的目标函数来设计控制器。但是针对不确定系统, 采用预测控制设计的闭环系统的稳定问题一直是一个难题。现阶段, 鲁棒预测控制的研究还主要集中在线性系统方面, 如Lee和Yu<sup>[5]</sup>提出了最大最小算法, Kathare 等人<sup>[6]</sup>提出了线性矩阵不等式鲁棒预测控制等。针对具有强非线性的不确定系统的预测控制的稳定性研究才刚刚起步, 虽然Mhaskar等人<sup>[7]</sup>提出了混合预测控制可以保证闭环系统的稳定性, 但这种方法只对一类含有参数不确定的非线性系统有效, 适用范围很有限。本文结合预测控制和反步设计方法, 设计一种针对不确定系统的非线性预测控制器。该方法虽然不能保证闭环系统的稳定性, 但是通过在优化目标函数时引入由反步设计方法推导出的

约束条件,使得闭环系统较传统的预测控制算法更容易稳定,同时还具有良好的动态特性.

## 2 问题提出(Problem formulation)

考虑一类单入单出非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + g(x)u, \\ y = h(x). \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n]'$  ∈  $\mathbb{R}^n$  为状态向量;  $g(x)$  为  $n$  维向量场;  $\Delta f(x)$  为系统的不确定性;  $u$  为输入变量. 假设系统的状态完全可测. 称

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + g(x)u, \\ y = h(x). \end{cases} \quad (2)$$

为系统(1)的标称系统. 如果标称系统(2)的相对阶为  $r$ , 则对于系统(1)则可利用微分同胚坐标变换<sup>[8]</sup>

$$z_1 = h(x), \ z_2 = L_f h(x), \ \cdots, \ z_r = L_f^{r-1} h(x). \quad (3)$$

其中:  $L_f h(x)$  为  $h(x)$  沿向量场  $f(x)$  的李导数, 定义为  $L_f h(x) := \frac{\partial h}{\partial x} f(x)$ ;  $L_f^i h(x)$  为  $h(x)$  沿向量场  $f(x)$  的  $i$  次李导数, 定义为  $L_f^i h(x) = \frac{\partial(L_f^{i-1} h(x))}{\partial x} f(x)$ ,  $i = 2, \dots, r-1$ . 若  $r \neq n$ , 可以再选择  $n-r$  个坐标变换关系  $z_{r+1} = \eta_1(x), \ \dots, \ z_n = \eta_{n-r}(x)$  使得  $z(x) = [z_1(x), \ \dots, \ z_n(x)]'$  在平衡点  $x_0$  处的雅可比矩阵为非奇异, 则可得到如下系统:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 + \phi_1(z), \\ \dot{z}_2 = z_3 + \phi_2(z), \\ \vdots \\ \dot{z}_r = L_f^r h(x) + \phi_r(z) + L_g L_f^{r-1} h(x)u, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= q(z) + \psi(z) + p(z)u, \\ y &= z_1. \end{aligned} \quad (5)$$

其中:  $q(z) + p(z)u$  为系统(2)经过坐标变换以后的后  $n-r$  个状态的导数;  $\phi_1(z) = L_{\Delta f} h(x)$ ,  $\phi_2(z) = L_{\Delta f} L_f h(x), \ \dots, \ \phi_r(z) = L_{\Delta f} L_f^{r-1} h(x)$  以及  $\psi(z)$  是由原系统(1)的不确定性经过坐标变换得到的新系统的不确定性. 由系统的相对阶为  $r$  可知  $L_g L_f^{r-1} h(x)$  连续, 且  $\neq 0$ . 假设系统的不确定性是有界的, 且满足

$$\begin{aligned} |\phi_1(z)| &\leq \rho_1(z_1), \\ |\phi_2(z)| &\leq \rho_2(z_1, z_2), \\ &\vdots \\ |\phi_r(z)| &\leq \rho_r(z_1, \dots, z_r). \end{aligned}$$

其中  $\rho_1(z_1), \ \rho_2(z_1, z_2), \ \dots, \ \rho_r(z_1, \dots, z_r)$  是已知的光滑有界函数.

系统(4)是一类具有模型不确定性的积分链系

统, 对于该类系统设计控制器的一个有效方法就是Backstepping<sup>[1]</sup>.

## 3 获得控制器表达式(Acquiring the controller expression )

令

$$\begin{aligned} e_1 &= z_1 - y_d, \\ e_2 &= z_2 - \alpha_1(z_1), \\ &\vdots \\ e_r &= z_r - \alpha_{r-1}(z_1, \dots, z_{r-1}), \end{aligned} \quad (6)$$

其中:  $y_d$  为期望输出, 函数  $\alpha_i (1 \leq i \leq r-1)$  是待确定的虚拟控制, 可以由Backstepping设计得到;  $e = [e_1, e_2, \dots, e_r]'$  即为系统状态的跟踪误差.

根据Backstepping设计思路, 分为  $r$  步来递推构造控制  $u$ , 在每一步都会提出一个李雅普诺夫函数.

**第1步** 由式(3)和(6)可知

$$\dot{e}_1 = \dot{z}_1 = z_2 + \phi_1(z) = e_2 + \alpha_1(z_1) + \phi_1(z).$$

通过确定  $\alpha_1(z_1)$  来使跟踪误差  $e_1$  趋近于零. 取二次型Lyapunov函数  $V_1 = \frac{1}{2} e_1^2$ , 则有

$$\dot{V}_1 = e_1(e_2 + \alpha_1(z_1) + \phi_1(z)). \quad (7)$$

令

$$\alpha_1(z_1) = -c_1 e_1 - \rho_1(z_1) \operatorname{sgn} e_1. \quad (8)$$

其中:  $c_1 > 0$  是一个常数,  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  表示符号函数. 则

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -c_1 e_1^2 + e_1 e_2 - e_1 (\rho_1(z_1) \operatorname{sgn} e_1 - \phi_1(z)) \leq \\ &- c_1 e_1^2 + e_1 e_2 \end{aligned} \quad (9)$$

**第*i*步** ( $2 \leq i \leq r-1$ ) 考虑李雅普诺夫函数

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} e_i^2.$$

令

$$\begin{aligned} \alpha_i &= -e_i - c_i e_i - \operatorname{sgn} e_i (\rho_i + \sum_{j=1}^{i-1} |\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j}| \rho_j) + \\ &\sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j} z_{j+1}. \end{aligned} \quad (10)$$

由于

$$\phi_i(z) - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j} \phi_j(z) \leq \rho_i + \sum_{j=1}^{i-1} |\frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j}| \rho_j,$$

而

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \dot{V}_{i-1} + e_i \dot{e}_i \leq \\ &- \sum_{j=1}^{i-1} c_j e_j^2 + e_{i-1} e_i + e_i [\dot{z}_i - \dot{\alpha}_{i-1}] = \\ &- \sum_{j=1}^{i-1} c_j e_j^2 + e_{i-1} e_i + e_i \{e_{i+1} + \alpha_i + \phi_i(z) - \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^{i-1} \left[ \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j} z_{j+1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j} \phi_j(\mathbf{z}) \right]. \quad (11)$$

将式(10)代入式(11), 可得

$$\dot{V}_i \leq - \sum_{j=1}^i c_j e_j^2 + e_i e_{i+1}$$

**第r步** 考虑李雅普诺夫函数  $V = \frac{1}{2} \mathbf{e}' \mathbf{e}$ . 令

$$u = \{-L_f^r h(\mathbf{x}) - e_{r-1} - c_r e_r - \operatorname{sgn} e_r [\rho_r + \sum_{j=1}^{r-1} \left| \frac{\partial \alpha_{r-1}}{\partial z_j} \right| \rho_j] + \sum_{j=1}^{r-1} \left[ \frac{\partial \alpha_{r-1}}{\partial z_j} z_{j+1} \right] \} / L_g L_f^{r-1} h(\mathbf{x}), \quad (12)$$

则由上一步的推导同理可知

$$\dot{V} \leq - \sum_{i=1}^r c_i e_i^2.$$

如果取  $c_i > 0, 1 \leq i \leq r$ , 则  $\dot{V} \leq 0$ , 且仅当  $\mathbf{e} = 0$  时,  $\dot{V} = 0$ . 由李雅普诺夫稳定性理论可知式(12)可保证系统(4)是渐近稳定的. 如果可以证明零动态系统(5)是稳定的, 则整个闭环系统的稳定性就可以保证了.

但是式(8)和(10)中存在符号函数, 所以  $\alpha_1, \dots, \alpha_{r-1}$  不是光滑的, 在定义域内存在使  $\alpha_1, \dots, \alpha_{r-1}$  不可导的点. 而在Backstepping的设计中,  $\alpha_1, \dots, \alpha_{r-1}$  的导数被用到了, 因而在实际设计中只能选择一个连续函数近似表示式(8)和(10)中的符号函数. 而由于近似函数的引入, 闭环系统的稳定性可能就不再能够得到保证. 在实际设计中, 近似函数的选取要尽可能的保证闭环系统的稳定性.

#### 4 控制器参数在线优化(On-line optimization of controller parameter)

设计控制器时, 除了希望具有良好的稳态特性, 还希望闭环系统具有良好的动态特性. 这是因为在实际生产过程中, 系统的动态特性是影响产品质量及经济效益的一个重要指标. 在这一节, 通过设计控制器参数  $c_1, c_2, \dots, c_r$ , 来协调调节时间和超调量之间的关系, 以达到最好的闭环系统动态特性.

在传统的Backstepping设计中, 控制器参数  $c_1, c_2, \dots, c_r$  被定义为大于零的常数. 本文利用在线滚动优化确定控制器参数, 提出一种非线性预测控制算法, 考虑控制器参数  $c_1, c_2, \dots, c_r$  为时变的正实数变量, 在滚动优化过程中, 在线调整参数  $c_1, c_2, \dots, c_r$ , 使得预测控制的目标函数最小.

为了适应在线计算机计算的需要, 首先用差分的方法把系统(4)(8)(10)(12)离散化, 采样时间为  $T$ :

$$z_1(k+1) = z_1(k) + T z_2(k) + T \phi_1(\mathbf{z}, k),$$

$$z_2(k+1) = z_2(k) + T z_3(k) + T \phi_2(\mathbf{z}, k),$$

⋮

$$z_r(k+1) = z_r(k) + T L_f^r h(\mathbf{x}, k) + T \phi_r(\mathbf{z}, k) + T L_g L_f^{r-1} h(\mathbf{x}, k) u(k), \quad (13)$$

$$\alpha_1(k) = -c_1(k) e_1(k) - \rho_1(k) \operatorname{sgn}(e_1(k)), \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \alpha_i(k) = & -e_i(k) - c_i(k) e_i(k) - \operatorname{sgn}(e_i(k)) (\rho_i(k) + \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \left| \frac{\partial \alpha_{i-1}(k)}{\partial z_j(k)} \right| \rho_j(k)) + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}(k)}{\partial z_j(k)} z_{j+1}(k) \\ & \text{for } 2 \leq i < r, \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} u(k) = & \{-L_f^r h(\mathbf{x}, k) - e_{r-1}(k) - c_r(k) e_r(k) + \\ & \sum_{j=1}^{r-1} \frac{\partial \alpha_{r-1}(k)}{\partial z_j(k)} z_{j+1}(k) - \operatorname{sgn}(e_r(k)) \cdot \\ & [\rho_r(k) + \sum_{j=1}^{r-1} \left| \frac{\partial \alpha_{r-1}(k)}{\partial z_j(k)} \right| \rho_j(k)]\} / \\ & L_g L_f^{r-1} h(\mathbf{x}, k). \end{aligned} \quad (16)$$

考虑取目标函数为

$$\begin{aligned} J(k) = & \sum_{i=1}^{P-1} [\mathbf{e}'(k+i) Q \mathbf{e}(k+i) + \\ & \Delta u(k+i-1)' R \Delta u(k+i-1)] + \\ & \mathbf{e}'(k+P) S \mathbf{e}(k+P). \end{aligned}$$

其中:  $\Delta u$  为输入量的变化量,  $Q, S$  为正定矩阵,  $R$  为正实数,  $P$  为预测时域. 基于Backstepping设计思想的非线性预测控制算法(BNMPC)为

$$\min_{c_1, c_2, \dots, c_r, u} J(k)$$

$$\text{s.t. } z_1(k+1) = z_1(k) + T z_2(k) + T \varphi_1(\mathbf{z}, k),$$

$$z_2(k+1) = z_2(k) + T z_3(k) + T \varphi_2(\mathbf{z}, k),$$

⋮

$$z_r(k+1) = z_r(k) + T L_f^r h(\mathbf{x}, k) + T \varphi_r(\mathbf{z}, k) + T L_g L_f^{r-1} h(\mathbf{x}, k) u(k),$$

式(14),

式(15),

式(16),

$$c_1(k) > 0, c_2(k) > 0, \dots, c_r(k) > 0.$$

其中  $\varphi_1(\mathbf{z}, k), \dots, \varphi_r(\mathbf{z}, k)$  为在第  $k$  步预测时  $\phi_1, \dots, \phi_r$  的近似函数, 定义为

$$\varphi_1(\mathbf{z}, 1) = \varphi_2(\mathbf{z}, 1) = \dots = \varphi_r(\mathbf{z}, 1) = 0,$$

$$\varphi_1(\mathbf{z}, k) =$$

$$[\hat{z}_1(k) - z_1(k) - \hat{z}_1(k-1) + z_1(k-1)]/T -$$

$$\begin{aligned}\hat{z}_2(k-1) + z_2(k-1) + \varphi_1(z, k-1), \\ \vdots \\ \varphi_r(z, k) = [\hat{z}_r(k) - z_r(k) - \hat{z}_r(k-1) + \\ z_r(k-1)]/T + \varphi_r(z, k-1).\end{aligned}$$

其中:  $\hat{z}_1, \hat{z}_2, \dots, \hat{z}_r$  可由  $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n$  经坐标变换计算(3)得到, 而  $\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_n$  为系统状态  $x_1, x_2, \dots, x_n$  的实测值.

虽然由于近似函数的选取和系统离散化的原因, 本文所提出的预测控制器BNMPC并不能保证闭环系统的稳定性, 但是由于约束条件(14)~(16)的引入, 该种预测控制器比传统的预测控制器更容易使闭环系统稳定.

## 5 仿真研究(Simulation research)

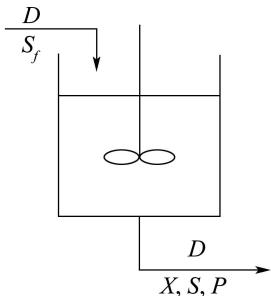


图 1 连续发酵反应器

Fig. 1 Continuous fermenter process

连续发酵反应器的原理如图1所示. 稀释物流量为  $D$ , 进料基质浓度为  $S_f$ ,  $X$  为流出生物量浓度,  $S$  为基质浓度,  $P$  为产品浓度. 一个简单的反应器动态数学模型由如下的常微分方程组描述<sup>[8]</sup>:

$$\begin{aligned}\dot{X} &= -DX + \mu X, \\ \dot{S} &= D(S_f - S) - (\mu X)/Y_{X/S}, \\ \dot{P} &= -DP + (\alpha\mu + \beta)X.\end{aligned}$$

其中:  $\mu$  是特定生长速度,  $Y_{X/S}$  是生成的生物量,  $\alpha$ ,  $\beta$  是产品参数.  $Y_{X/S}$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  与操作条件无关.  $\mu$  与基质和产品有关:

$$\mu = \frac{\mu_m(1 - P/P_m)S}{K_m + S + S^2/K_i}.$$

此模型包含4个模型参数: 最大指定生长速率  $\mu_m$ , 产品饱和常数  $P_m$ , 基质饱和常数  $K_m$ , 基质抑制常数  $K_i$ . 这4个模型参数的值都是通过实验数据拟合而来的, 如果操作条件变化较大, 这些值参数取值可能不再有效. 其中  $\mu_m$  对操作条件尤其敏感.

取状态变量  $\mathbf{x} = [X, S, P]$ , 控制  $u = S_f$ . 控制目标是使产品产量最大, 即  $Q = DP = Dx_3$  最大. 由于当采用作为控制变量时, 可认为  $D$  是常数, 因而为了处理方便, 可取输出  $y = x_3$ . 已知, 参数  $\mu_m$  对操作

条件敏感, 因而, 设该参数实际由  $\mu_m + \Delta\mu_m$  表示, 因此有  $\mu(\mathbf{x}) + \Delta\mu(\mathbf{x})$ , 得到参数不确定动态模型:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{g}(\mathbf{x})u, \\ y = h(\mathbf{x}). \end{cases}$$

其中:

$$\begin{aligned}\mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \begin{pmatrix} -Dx_1 + \mu(\mathbf{x})x_1 \\ -Dx_2 - (\mu(\mathbf{x})x_1)/Y_{X/S} \\ -Dx_3 + (\alpha\mu(\mathbf{x}) + \beta)x_1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ D \\ 0 \end{pmatrix}, \\ \Delta\mathbf{f}(\mathbf{x}) &= \begin{pmatrix} \Delta\mu(\mathbf{x})x_1 \\ -(\Delta\mu(\mathbf{x})x_1)/Y_{X/S} \\ (\alpha\Delta\mu(\mathbf{x}) + \beta)x_1 \end{pmatrix}, \quad h(\mathbf{x}) = x_3.\end{aligned}$$

一个具体模型的参数在稳态工作点的取值如表1所示.

表 1 稳态工作点各变量的取值

Table 1 Values of the variable in steady states

$Y_{X/S}$	$\alpha$	$\beta$	$P_m$	$K_i$	$\mu_m$
0.4 g/g	2.2 g/g	0.2 h <sup>-1</sup>	50 g/l	22 g/l	0.48 h <sup>-1</sup>
$K_m$	$D$	$P$	$S$	$S_f$	$X$
1.2 g/l	0.15 h <sup>-1</sup>	25 g/l	2.4 g/l	20 g/l	7 g/l

采用坐标变换  $\mathbf{z} = [h(\mathbf{x}), L_f h(\mathbf{x}), x_3]$ , 系统的零动态是稳定的<sup>[8]</sup>.

仿真中, 参数误差  $\Delta\mu_m = 0.1\mu_m$ ,  $\rho_1 = 1.34$ ,  $\rho_2 = 4$ , 符号函数采用如下的函数近似表示:

$$\operatorname{sgn} x \approx \frac{2}{1 + e^{-100x}} - 1.$$

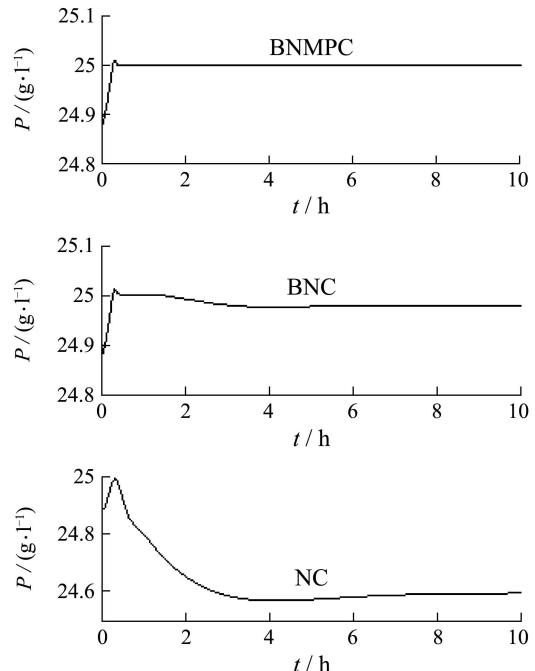


图 2 期望输出为  $y_d = 25$  g/l 时的输出响应

Fig. 2 Output responses of the controllers

with  $y_d = 25$  g/l

将由精确反馈线性化设计的非线性控制器简称NC<sup>[9]</sup>, 由Backstepping方法设计的非线性控制器简称为BNC<sup>[9]</sup>, 而将本文提出的预测控制器简称为BNMPC.

NC参数取值 $k_1 = 70$ ,  $k_2 = 10$ , BNC参数取值 $c_1 = 20$ ,  $c_2 = 10$ , BNMPC参数取值

$$Q = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, R = 0.1, S = \begin{bmatrix} 1.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}.$$

图2是 $\mu_m = 0.48 \text{ h}^{-1}$ 时, 使输出期望值 $y_d = 25 \text{ g/l}$ 时分别采用NC、BNC和BNMPC的闭环系统输出响应曲线. 仿真表明, 基于精确线性化设计的非线性控制器不能很好的克服模型参数误差的影响; 采用Backstepping方法设计的非线性控制器则对模型参数误差具有较好的控制作用, 但其动态特性不够好; 而本文提出的非线性预测控制器无论在克服模型误差方面还是在输出特性方面都明显的优于传统的Backstepping控制器. 图中:  $p$ 为产品浓度.

## 6 结论(Conclusion)

作者曾经研究过基于反馈线性化方法的预测控制<sup>[10]</sup>. 但该方法也存在较大的弱点, 即需要精确的数学模型. 但实际的生产过程中, 模型的不确定性是经常存在的. 针对这一特点本文提出一种基于Backstepping思想的非线性预测控制器. 该控制器采用Backstepping设计的方法获得不确定系统的控制器表达式, 较之传统的预测控制器解决了模型不确定的问题且更容易使闭环系统稳定; 同时又能够利用优化目标函数来在线调整控制器参数, 以达到改善控制器动态性的目的.

针对连续发酵过程, 进行仿真研究. 对基于反馈线性化的控制器、基于Backstepping的控制器以及本文提出的基于Backstepping设计的预测控制器的跟踪特性进行比较. 仿真表明, 基于Backstepping设计的预测控制器的稳态特性和动态特性都很好.

## 参考文献(References):

- [1] KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V, MORSE A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 36(11): 1241 – 1253.
- [2] POLYCARPOU M M, IOANNOU P A. A robust adaptive nonlinear control design[J]. *Automatica*, 1996, 32(3): 423 – 427.
- [3] ZHANG T, GE S S, HANG C C. Adaptive neural network control for strict-feedback nonlinear systems using backstepping design[J]. *Automatica*, 2000, 36(12): 1835 – 1845.
- [4] ORDONEZ R, PASSION K M. Control of discrete time nonlinear systems with a time-varying structure[J]. *Automatica*, 2003, 39(3): 463 – 470.
- [5] LEE J H, YU Z. Worst-case formulations of model predictive control for systems with bounded parameters[J]. *Automatica*, 1997, 33(5): 763 – 781.
- [6] KOTHARE M V, BALAKRISHNAN V, MORARI M. Robust constrained model predictive control using linear matrix inequalities[J]. *Automatica*, 1996, 32(10): 1361 – 1379.
- [7] MHASKAR P, EI-FARRA N H, CHRISTOFIDES P D. Robust hybrid predictive control of nonlinear system[J]. *Automatica*, 2005, 41(2): 209 – 217.
- [8] ISIDORI A. *Nonlinear Control Systems*[M]. 2nd ed. New York: Springer-Verlag, 1989.
- [9] 王维波, 李树荣. 连续发酵过程的非线性鲁棒控制器设计[C] // 第22届中国控制会议论文集. 武汉: 武汉理工大学出版社, 2003: 265 – 268.  
(WANG Weibo, LI Shurong. Nonlinear robust controller design for continuous fermenters[C] // Proc of the 22th Chinese Control Conference. Wuhan: Wuhan University of Technology Press, 2003: 265 – 268.)
- [10] 杨青, 李树荣. FCCU的非线性预测控制[J]. 石油大学学报, 2005, 29(3): 139 – 143.  
(YANG Qing, LI Shurong. Nonlinear model predictive control of FCCU[J]. *J of the University of Petroleum China*, 2005, 29(3): 139 – 143.)

## 作者简介:

**杨青** (1980—), 女, 博士研究生, 从事化工系统的非线性控制与优化的研究, E-mail: yangqing.mj8054@yahoo.com.cn;

**李树荣** (1966—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制、人工智能、油田最优控制、投资优化等研究, E-mail: lishuron@hdp.edu.cn.