

文章编号: 1000-8152(2007)04-0553-08

汽车主动悬架系统 H_∞ 控制器的降阶

方 敏¹, 汪洪波¹, 陈无畏²

(1. 合肥工业大学 电气与自动化工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 合肥工业大学 机械与汽车工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要: 基于整车模型设计的主动悬架控制系统, 控制器阶数往往较高。在保证主动悬架闭环系统性能的情况下如何尽可能地降低控制器的阶数, 是有待解决的问题。本文首先建立汽车7自由度整车悬架模型。针对人体敏感的振动频率范围, 设计汽车主动悬架 H_∞ 控制器。在此基础上采用Hankel范数最优降阶法对所设计的高阶控制器进行降阶研究, 与模态截取法、均衡截取法进行比较, 结果显示Hankel范数最优降阶法能获得更好的降阶效果。对采用降阶和全阶控制器的主动悬架系统进行仿真的结果表明, Hankel范数最优降阶法在较大程度地降低控制器阶数的同时, 闭环系统频域和时域特性没有明显降低且汽车乘坐舒适性良好。

关键词: 主动悬架; H_∞ 控制; Hankel范数; 控制器降阶; 乘坐舒适性

中图分类号: TP13 文献标识码: A

Order-reduction of H-infinity controller for the active suspension system of vehicle

FANG Min¹, WANG Hong-bo¹, CHEN Wu-wei²

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Hefei University of Technology, Hefei Anhui 230009, China;

2. School of Mechanical and Automobile Engineering, Hefei University of Technology, Hefei Anhui 230009, China)

Abstract: The active suspension control system based on the full-vehicle model is usually with a high-order controller. How to reduce the order of controller as low as possible and preserve the performance of closed-loop system is a problem which should be solved. In this paper, a state-space model for a 7-DOF full-vehicle active suspension system is firstly built. By considering the sensitivity of human to vibration, an H_∞ controller is then designed based on the model. The optimal Hankel-norm reduction(OHNR) method is utilized in the study of order-reduction for the designed high-order controller. Comparing with modal truncation method and balanced truncation method, it is shown that OHNR method can obtain a better order-reduction effect. Finally, the simulation results of the reduced-order and full-order active suspension systems demonstrate that the controller order can be considerably reduced by the OHNR method, and that the frequency domain and time domain performances of closed-loop system are not obviously degraded and the vehicle ride-comfort maintains well when the lower-order controller replaces the full-order controller.

Key words: active suspension; H_∞ control; Hankel-norm; controller reduction; ride-comfort

1 引言(Introduction)

为了提高汽车行驶平顺性和操纵稳定性, 近年来, 各种先进控制策略被用于汽车主动悬架控制系统的设计。根据所考虑的自由度不同, 主动悬架模型的阶数可达到8~23阶^[1], 如果考虑人体敏感的振动频率范围, 使用频率加权的广义系统的阶数会更高。应用 H_∞ , H_2 , LQG等方法设计的控制器的阶数通常不低于广义系统的阶数。高阶控制器增加了系统的复杂性, 降低了系统的实时性和可靠性。

因此, 在不损失太多闭环控制系统性能的情况下, 尽可能地降低控制器的阶数是一个值得研究的

问题。控制器降阶采用的方法有3种: 1种方法是对高阶被控对象降阶, 根据降阶模型设计控制器; 第2种方法是对设计的高阶控制器进行降阶; 第3种方法是针对高阶被控对象直接设计低阶控制器。关于主动悬架控制器降阶问题, 目前国内外这方面的文章尚不多见, 文献[2]研究了半车的模型降阶与控制问题, 文献[3]提出了基于线性矩阵不等式的降阶控制器设计方法, 用于主动悬架低阶控制器设计。

本文基于7自由度整车悬架模型设计 H_∞ 控制器, 采用Hankel范数最优降阶(optimal Hankel-norm reduction, 简记为OHNR)方法设计降阶控制器, 将其控

制结果与模态截取法、均衡截取法进行比较。对被动悬架系统、全阶主动悬架系统和OHNR法得到的降阶主动悬架系统进行频域和时域仿真研究，并进行汽车乘坐舒适性分析。

2 建立7自由度主动悬架系统模型(Modeling of 7-DOF active suspension system)

本文考虑簧载质量的垂向、俯仰、侧倾运动，非簧载质量的垂向运动，建立汽车7自由度的整车模型^[4,5](图1)。

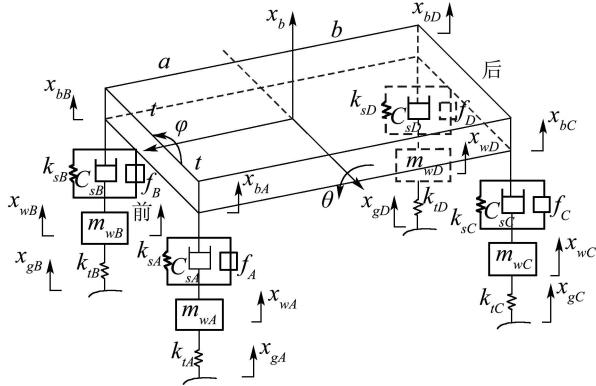


图1 7自由度整车模型示意图

Fig. 1 Schematic diagram of 7-DOF full-vehicle model

在俯仰角 θ 和侧倾角 φ 较小时，车身4个端点(A,B,C,D)处的垂直位移有如下关系：

$$\begin{cases} x_{bA} = x_b - a\theta + t\varphi, \\ x_{bB} = x_b - a\theta - t\varphi, \\ x_{bC} = x_b + b\theta + t\varphi, \\ x_{bD} = x_b + b\theta - t\varphi. \end{cases} \quad (1)$$

车身质心处的垂向运动方程：

$$\begin{aligned} m_b \ddot{x}_b = & C_{sA}(\dot{x}_{wA} - \dot{x}_{bA}) + k_{sA}(x_{wA} - x_{bA}) + f_A + \\ & C_{sB}(\dot{x}_{wB} - \dot{x}_{bB}) + k_{sB}(x_{wB} - x_{bB}) + f_B + \\ & C_{sC}(\dot{x}_{wC} - \dot{x}_{bC}) + k_{sC}(x_{wC} - x_{bC}) + f_C + \\ & C_{sD}(\dot{x}_{wD} - \dot{x}_{bD}) + k_{sD}(x_{wD} - x_{bD}) + f_D. \end{aligned} \quad (2)$$

车身俯仰运动方程：

$$\begin{aligned} I_p \ddot{\theta} = & [C_{sC}(\dot{x}_{wC} - \dot{x}_{bC}) + k_{sC}(x_{wC} - x_{bC}) + f_C + \\ & C_{sD}(\dot{x}_{wD} - \dot{x}_{bD}) + k_{sD}(x_{wD} - x_{bD}) + f_D]b - \\ & [C_{sA}(\dot{x}_{wA} - \dot{x}_{bA}) + k_{sA}(x_{wA} - x_{bA}) + f_A + \\ & C_{sB}(\dot{x}_{wB} - \dot{x}_{bB}) + k_{sB}(x_{wB} - x_{bB}) + f_B]a. \end{aligned} \quad (3)$$

车身侧倾运动方程：

$$I_r \ddot{\varphi} =$$

$$\begin{aligned} & [C_{sC}(\dot{x}_{wC} - \dot{x}_{bC}) + k_{sC}(x_{wC} - x_{bC}) + f_C - \\ & C_{sD}(\dot{x}_{wD} - \dot{x}_{bD}) - k_{sD}(x_{wD} - x_{bD}) - f_D + \\ & C_{sA}(\dot{x}_{wA} - \dot{x}_{bA}) + k_{sA}(x_{wA} - x_{bA}) + f_A - \\ & C_{sB}(\dot{x}_{wB} - \dot{x}_{bB}) - k_{sB}(x_{wB} - x_{bB}) - f_B]t. \end{aligned} \quad (4)$$

4个车轮质量的垂向运动方程：

$$\begin{aligned} m_{wA} \ddot{x}_{wA} = & k_{tA}(x_{gA} - x_{wA}) + k_{sA}(x_{bA} - x_{wA}) + \\ & C_{sA}(\dot{x}_{bA} - \dot{x}_{wA}) - f_A, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} m_{wB} \ddot{x}_{wB} = & k_{tB}(x_{gB} - x_{wB}) + k_{sB}(x_{bB} - x_{wB}) + \\ & C_{sB}(\dot{x}_{bB} - \dot{x}_{wB}) - f_B, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} m_{wC} \ddot{x}_{wC} = & k_{tC}(x_{gC} - x_{wC}) + k_{sC}(x_{bC} - x_{wC}) + \\ & C_{sC}(\dot{x}_{bC} - \dot{x}_{wC}) - f_C, \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} m_{wD} \ddot{x}_{wD} = & k_{tD}(x_{gD} - x_{wD}) + k_{sD}(x_{bD} - x_{wD}) + \\ & C_{sD}(\dot{x}_{bD} - \dot{x}_{wD}) - f_D. \end{aligned} \quad (8)$$

选取系统的状态变量为

$$\begin{aligned} x = & [x_b \ \dot{x}_b \ \theta \ \dot{\theta} \ \varphi \ \dot{\varphi} \ \dot{x}_{wA} \ \dot{x}_{wB} \ \dot{x}_{wC} \\ & \dot{x}_{wD} \ x_{wA} \ x_{wB} \ x_{wC} \ x_{wD}]^T, \end{aligned}$$

干扰输入为

$$w = [x_{gA} \ x_{gB} \ x_{gC} \ x_{gD}]^T,$$

控制输入为

$$u = [f_A \ f_B \ f_C \ f_D]^T.$$

其中 f_A, f_B, f_C, f_D 为主动悬架作动力。

选取被控输出为

$$\begin{aligned} z = & [\ddot{x}_b \ \ddot{\theta} \ \ddot{\varphi} \ x_{bA} - x_{wA} \ x_{bB} - x_{wB} \\ & x_{bC} - x_{wC} \ x_{bD} - x_{wD} \ f_A \ f_B \ f_C \ f_D]^T. \end{aligned}$$

量测输出为

$$y = [\ddot{x}_b \ \dot{\theta} \ \dot{\varphi}]^T.$$

则主动悬架系统(active suspension system, 简记为ASS)的状态空间模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u, \\ z = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u, \\ y = C_2 x + D_{21} w + D_{22} u, \end{cases}$$

简记为

$$G_0 = C(sI - A)^{-1}B + D.$$

$$\text{其中: } C = \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix}, B = [B_1 \ B_2], D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}.$$

该模型是14阶的状态空间最小实现模型。

相应的被动悬架系统(passive suspension system, 简记为PSS)的模型为

$$G_{0p} = C_1(sI - A)B_1 + D_{11}.$$

3 控制器设计(Controller design)

H_∞ 控制的目的是设计控制器 $K(s)$, 使得闭环系统内部稳定, 且使 $\|T_{zw}(s)\|_\infty$ 最小. 其中 $T_{zw}(s)$ 代表从干扰输入 w 到被控输出 z 的闭环传递函数矩阵.

因为

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = G_0(s) \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix},$$

则

$$T_{zw}(s) = G_{11} + G_{12}K(I - G_{22}K)^{-1}G_{21}.$$

根据ISO2631-1(1997)标准, 人体对振动的敏感频率范围在垂直方向为4Hz~8Hz, 在旋转方向为1Hz~2Hz. 因而选取加权函数时, 应加大垂直振动在4Hz~8Hz以及俯仰振动和侧倾振动在1Hz~2Hz的权重. 取加权传递函数^[8]为

$$W_1 = \frac{s^2 + 314.2s + 987}{s^2 + 43.98s + 987} \text{ (垂直方向),}$$

$$W_2 = \frac{s^2 + 50.27s + 25.72}{s^2 + 7.037s + 25.72} \text{ (旋转方向).}$$

选取被控输出加权传递函数阵:

$$W_{\text{perf}} = \text{diag}\{W_1 \ W_2 \ W_2 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1\}.$$

干扰输入加权系数阵:

$$S_w = \text{diag}\{0.0001 \ 0.0001 \ 0.0001 \ 0.0001\}.$$

被控输出加权系数阵:

$$S_z = \text{diag}\{6 \ 5 \ 5 \ 25 \ 25 \ 25 \ 25 \ 0.022 \\ 0.022 \ 0.022 \ 0.022\}.$$

表1 20阶 H_∞ 控制器的OHNR结果比较

Table 1 Comparison of full-order H_∞ controller reduction by OHNR

i	$\lambda_i = \ E_i\ _H$	$\lambda_i/\ K\ _H$	$\beta_i = \ E_i\ _\infty$	$\beta_i/\ K\ _\infty$	$\gamma_i = \ T_{i\bar{z}\bar{w}}\ _\infty$	$\gamma_i/\gamma_{20} - 1$
10	360.4	0.048	438.1	0.031	0.8503	0.031
9	817.6	0.108	1019.9	0.073	0.8434	0.023
8	1267.5	0.168	2257.5	0.161	0.8629	0.046
7	1373.6	0.182	2454.9	0.175	0.8666	0.051
6	1540.7	0.204	2031.1	0.144	0.8479	0.028
5	1700.8	0.225	2095.7	0.149	0.8470	0.027

表1中: E_i 表示 i 阶控制器与全阶控制器传递函数矩阵之差; $\|T_{i\bar{z}\bar{w}}\|_\infty$ 表示 i 阶控制器与广义对象构成的闭环系统中, 干扰输入至被控输出的传递函数矩阵的 H_∞ 范数. 可以看到从10阶到9阶和9阶到8阶, 各项指标值增加较大.

为了确定降阶控制器的维数, 分别将所得到的5~10,20阶控制器用于主动悬架系统, 观察其控

H_∞ 加权控制如图2所示.

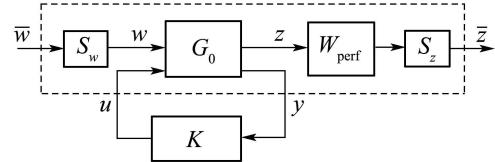


图2 H_∞ 加权控制框图

Fig. 2 Framework for weighted H -infinity control

根据 H_∞ 控制理论, 为使干扰输入的影响得到有效抑制, 应有

$$\|T_{\bar{z}\bar{w}}(s)\|_\infty = \|S_z \cdot W_{\text{perf}} \cdot T_{zw}(s) \cdot S_w\|_\infty \text{ 达到最小.}$$

此时, 控制器的设计问题转化为包含加权函数的广义系统的 H_∞ 标准设计问题. 利用MATLAB/LMI工具箱可求解出控制器 $K = C_k(sI - A_k)^{-1}B_k + D_k$.

4 控制器降阶(Controller reduction)

4.1 基于OHNR法的降阶控制器设计(Reduced-order controller design based on OHNR method)

在第3节中求得的 H_∞ 控制器 $K(s)$ 的阶数为20, $K(s)$ 稳定且 (A_k, B_k, C_k, D_k) 是其最小实现. 其Hankel奇异值 $\sigma_i (i = 1, 2, \dots, 20)$ 分别为: 7553.0, 4470.5, 4662.6, 4193.7, 1843.7, 1700.8, 1540.7, 1373.6, 1267.5, 817.6, 360.4, 265.1, 163.9, 122.7, 80.7, 31.8, 15.9, 1.1, 0.47, 0.50. 可以看到: 从第9个到第10个Hankel奇异值数值上有相对较大的变化. 取控制器阶数 $i = 5 \sim 10$, 根据文献[6]中提出的算法编写MATLAB程序, 分别求出降阶控制器 $G_i(s)$, 其降阶结果示于表1.

制效果. 通过大量的仿真表明: 10阶以上的控制器与全阶控制器的控制效果十分近似, 5~7阶控制器的控制效果明显变差, 而8,9阶控制效果相近. 图3给出采用不同阶数控制器时, 左前轮处路面位移至车身质心处垂直加速度的闭环幅频特性曲线.

因此, 为了能够尽可能地降低控制器的阶数而不带来较大的闭环控制效果损失, 将20阶控制器

降至8阶较为适宜。

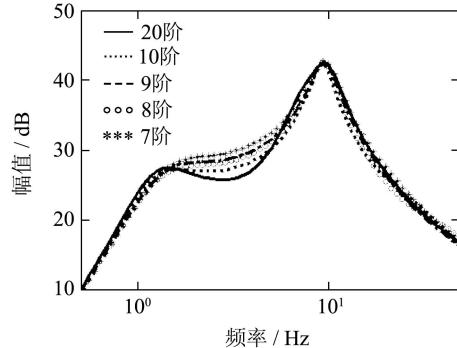


图3 采用OHNR的不同阶数控制器从 x_{gA} 到 \ddot{x}_b 闭环幅频特性

Fig. 3 Closed-loop frequency response gain from x_{gA} to \ddot{x}_b of different-order controllers by OHNR

4.2 基于其他方法的控制器降阶(Controller reduction based on other methods)

模态截取法(modal truncation method, 简记为MT法)、均衡截取法(balanced truncation method, 简记为BT法)是线性时不变系统常用的降阶方法[7]。

1) 模态截取法。

模态截取法是将对系统的动态响应影响小的模态从模型中截去, 如高频模态。

根据MT法对20阶控制器进行降阶, 发现控制器的阶数降至6阶时, 闭环控制效果开始明显变差。图4给出了采用MT法得到的不同阶控制器, 左前轮处路面位移至车身质心垂直加速度的闭环幅频响应。

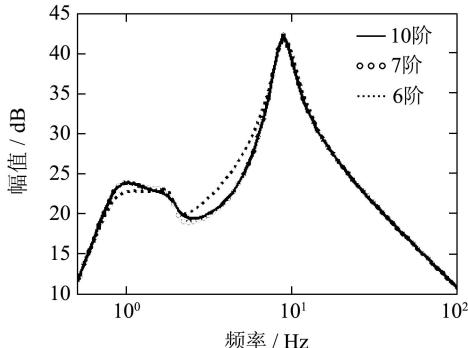


图4 MT法降阶结果比较

Fig. 4 Comparison of order-reduction results by MT method

2) 均衡截取法。

均衡截取法是将系统中较为重要的状态保留下来, 而把不重要或相对不太重要的状态去除。状态的重要性由相对应的Hankel奇异值反映。

从前面设计的20阶控制器的Hankel奇异值可看出前9个奇异值较大。根据BT法对全阶控制器进

行降阶, 发现降至8阶时控制效果开始变差。图5给出的是采用MT法得到的不同阶控制器, 左前轮处路面位移至车身质心垂直加速度的闭环幅频响应。

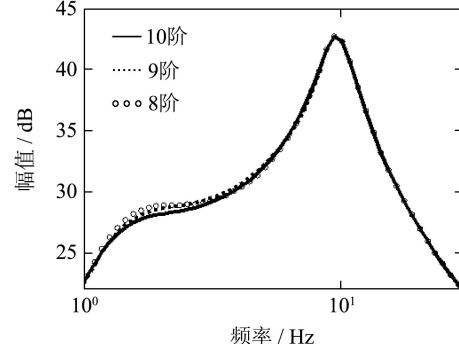


图5 BT法降阶结果比较

Fig. 5 Comparison of order-reduction results by BT method

4.3 不同降阶方法的比较(Comparison of different order-reduction methods)

本节中, 使用MT法、BT法和OHNR法分别将20阶 H_∞ 控制器降至8阶, 并对其降阶结果进行比较。

图6给出不同降阶方法得到的8阶控制器与全阶控制器传递函数矩阵之差的最大奇异值(maximal singular value, 简记为MSV)的比较图。由于MT法直接截去了较多的模态, 可以看出其对应的MSV在整个频段上较其他两种方法大得多; BT法对应的MSV在低频段较OHNR法大, 在大于100Hz频段上, MSV趋于零; 在悬架控制器设计的重要的频段1Hz~10Hz范围内, OHNR法对应的MSV是3种方法中最小的, 表明该频段内OHNR法得到的降阶控制器最近似于全阶控制器。

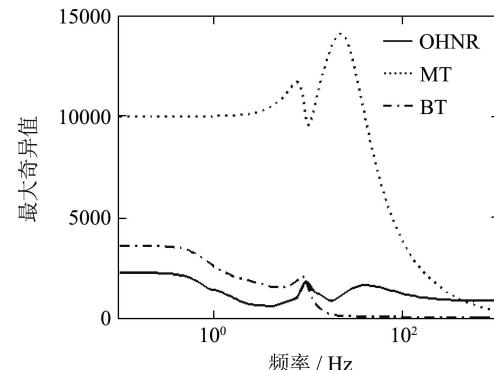


图6 E_8 的最大奇异值比较

Fig. 6 Comparison of MSVs of E_8

表2列出的各项范数指标中, MT法对应各项指标值相对大得多; BT法的 $\|E_8\|_H$ 和 $\|E_8\|_\infty$ 较OHNR法大。

表2 不同降阶方法降阶结果比较
Table 2 Comparison of reduction results by different order-reduction methods

降阶方法	$\ E_8\ _H$	$\ E_8\ _\infty$	$\ T_{8\bar{z}\bar{w}}\ _\infty$
MT	7570.7	14072	0.9677
BT	2292.3	3652.3	0.8386
OHNR	1267.5	2257.5	0.8633

为了进一步对BT法和OHNR法进行比较, 图7给出采用两种方法得到的8阶控制器, 从左前轮处路面位移输入至车身质心垂直加速度的闭环幅频特性。图中可看到在4 Hz~8 Hz范围内采用OHNR方法的闭环性能较好。

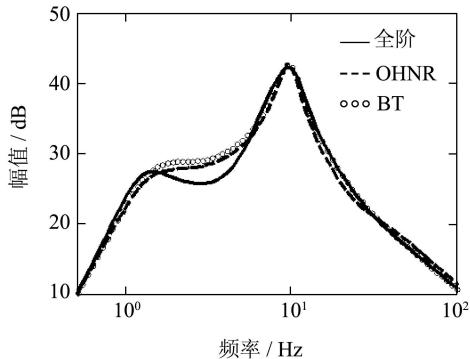


图7 BT法和OHNR法降阶结果比较图
Fig. 7 Comparison of order-reduction results by BT method and OHNR method

5 仿真结果分析(Analysis of simulation results)

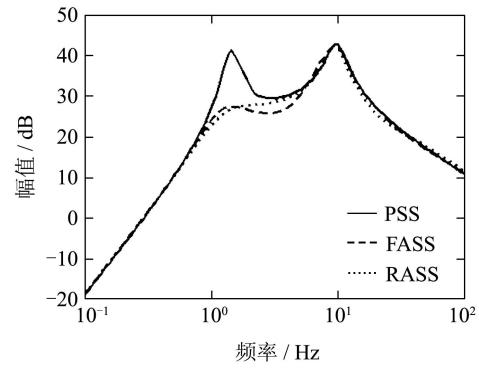
由上述分析可知, OHNR能够获得与全阶控制器更接近的降阶控制器。为了进一步研究降阶效果, 本节对基于OHNR法得到的8阶控制器构成的降阶主动悬架系统(active suspension system of reduced-order, 简记为RASS)、20阶控制器的全阶主动悬架系统(active suspension system of full-order, 简记为FASS)和被动悬架系统(PSS)进行仿真研究。仿真所用汽车部分典型结构参数见附录。

5.1 频域、时域分析(Analysis in frequency domain and time domain)

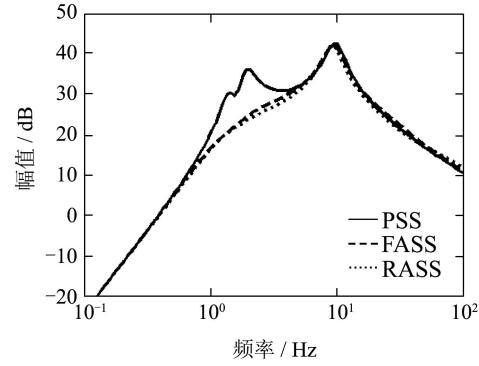
从图8可看出, FASS,RASS在垂直方向4 Hz~8 Hz, 旋转方向1 Hz~2 Hz频段上幅频特性相近, 且其幅值较PSS有较大程度的减小, 表明有较好的隔振作用。

由图9可看出, 在整个频段上, RASS与FASS频率特性相差不大。在车身自然频率(约1 Hz~2 Hz)和车轮自然频率(约8 Hz~10 Hz)之间, 即1 Hz~10 Hz频率范围内, FASS,RASS的幅值较PSS小。当汽车受到脉冲激励时(图10), FASS,RASS的悬架动

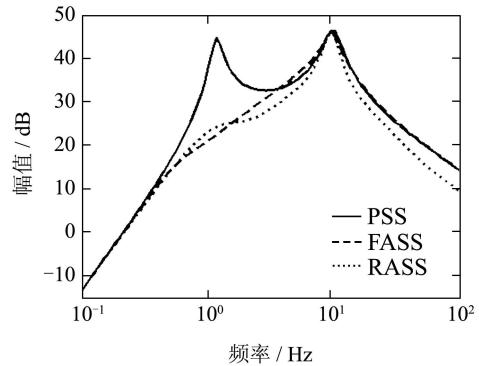
挠度能在较短的时间内达到平稳, 提高了汽车的平顺性。



(a) $\ddot{x}_b - x_{gA}$

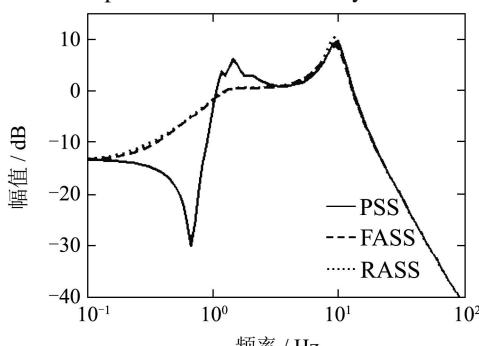


(b) $\ddot{\theta} - x_{gA}$



(c) $\ddot{\varphi} - x_{gA}$

图8 左前轮处路面位移至各车身加速度的幅频特性
Fig. 8 Frequency response gain from the left-front displacement to vehicle body accelerations



(a) $(x_{bA} - x_{wA}) - x_{gA}$

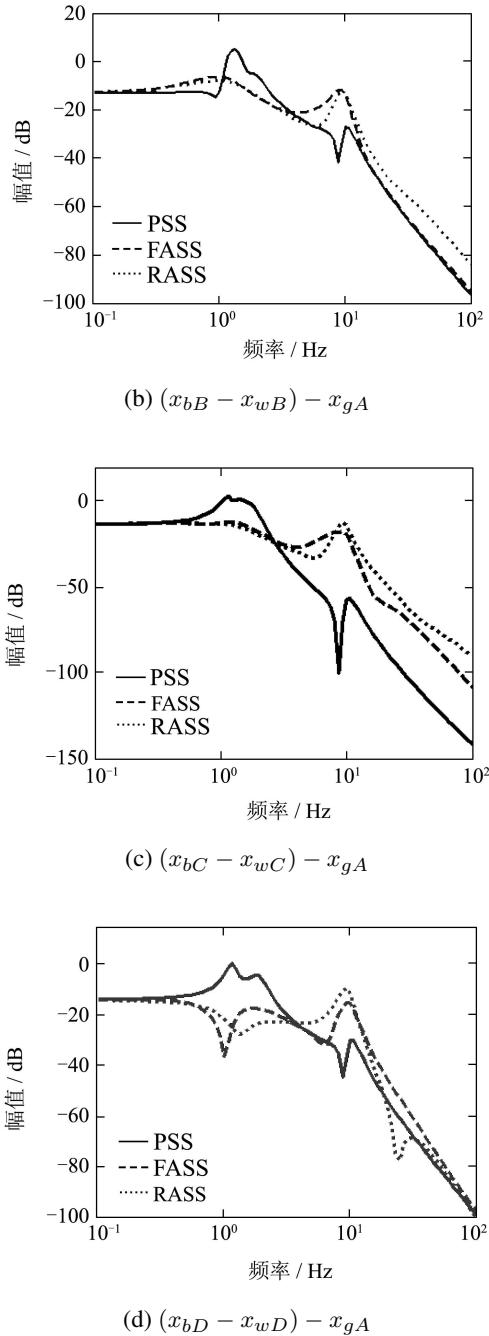


图9 左前轮处路面位移至各悬架动挠度的幅频特性

Fig. 9 Frequency response gain from the left-front displacement to each suspension deflection

图11给出了左前轮处路面位移至各作动力的幅频特性, 其他3轮至各作动力的幅频特性情况类似, 表明FASS,RASS控制作用相近。

5.2 汽车乘坐舒适性分析(Analysis of vehicle ride-comfort)

为了进一步比较控制器控制效果, 用国际标准ISO2631-1(1997)衡量汽车乘坐舒适性。

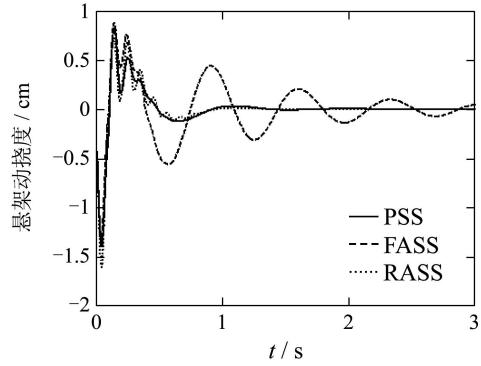
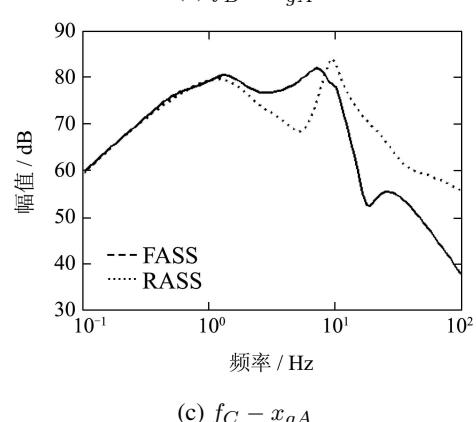
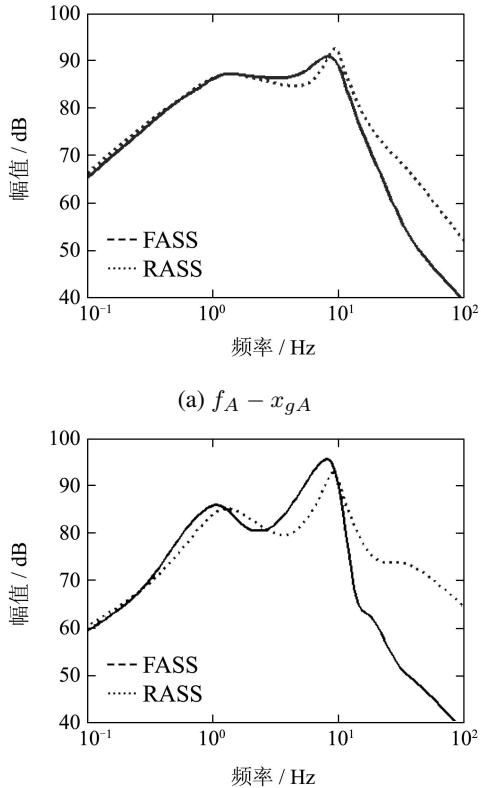
图10 4轮均受幅值为1cm, 脉宽0.1s的脉冲激励时左前悬架动挠度($x_{bA} - x_{wA}$)的时域响应

Fig. 10 Time-domain response of left-front suspension deflection ($x_{bA} - x_{wA}$) excited by the impulse inputs(magnitude of 1 cm, impulse width of 0.1 s) from the 4 wheels



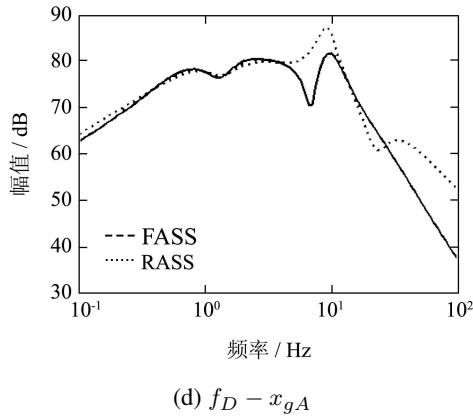
(d) $f_D - x_{gA}$

图 11 左前轮处路面位移至各作动力的幅频特性

Fig. 11 Frequency response gain from the left-front displacement to each actuator force

考虑汽车以20 m/s的速度直线行驶在B级路面上, 路面的功率谱密度(power spectral density, 简记为PSD)函数^[8]为 $S(f) = K_{\text{road}}V/f^2$, $K_{\text{road}} = 5 \times 10^{-6} \text{m}$, $V = 20 \text{m/s}$, f 是频率, 单位是Hz.

因人体对不同频率范围的振动敏感程度不同, ISO2631-1(1997)标准给出的垂直加速度和俯仰角加速度、侧倾角加速度的敏感函数^[2]:

$$W_k = \frac{3.10 \times 10^7 s^2}{(s^2 + 3.554s + 6.317)(s^2 + 23.13s + 433)} \times \frac{(s + 78.54)(s^2 + 16.36s + 221.7)}{(s^2 + 124.7s + 6169)(s^2 + 888.6s + 394800)},$$

$$W_e = \frac{2.48 \times 10^6 s^2}{(s^2 + 3.554s + 6.317)(s^2 + 9.973s + 39.48)} \times \frac{(s + 6.283)}{(s^2 + 888.6s + 394800)}.$$

则

$$\begin{aligned} PSD(\ddot{x}_{bwei}) &= |W_k|^2 \cdot PSD(\ddot{x}_b), \\ PSD(\ddot{\theta}_{wei}) &= |W_e|^2 \cdot PSD(\ddot{\theta}), \\ PSD(\ddot{\varphi}_{wei}) &= |W_e|^2 \cdot PSD(\ddot{\varphi}). \end{aligned} \quad (9)$$

式中: \ddot{x}_{bwei} 为车身质心处加权垂直加速度, $\ddot{\theta}_{wei}$ 为车身加权俯仰角加速度, $\ddot{\varphi}_{wei}$ 为车身加权侧倾角加速度. 不同系统各种功率谱密度曲线的比较如图12.

为了更准确地比较PSS,FASS和RASS的乘坐舒适性, 在上述路面条件下计算 \ddot{x}_{bwei} , $\ddot{\theta}_{wei}$ 和 $\ddot{\varphi}_{wei}$ 均方根(root mean square, 简记为rms). ISO2631-1(1997)给了一个总的乘坐舒适性指标GCI^[8], 即 $GCI =$

$$\sqrt{k_1^2 \text{rms}^2(\ddot{x}_{bwei}) + k_2^2 \text{rms}^2(\ddot{\theta}_{wei}) + k_3^2 \text{rms}^2(\ddot{\varphi}_{wei})}$$

其中取系数 $k_1 = 1$, $k_2 = 0.4$, $k_3 = 0.63$.

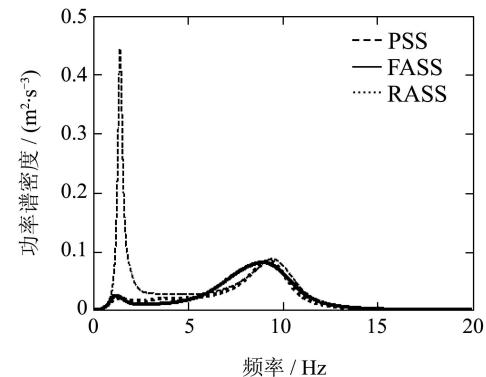
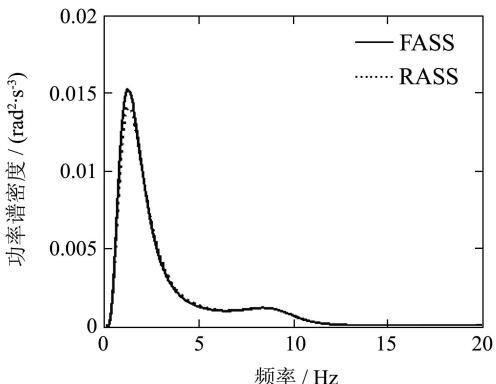
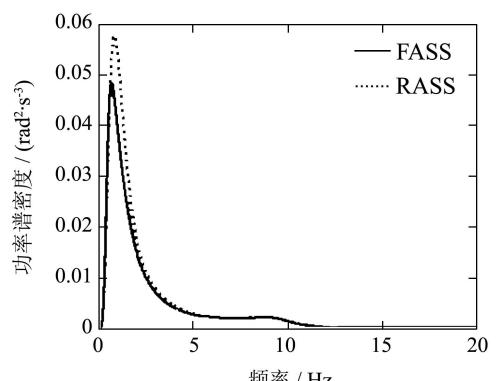
(a) \ddot{x}_{bwei} 的PSD曲线(b) $\ddot{\theta}_{wei}$ 的PSD曲线(c) $\ddot{\varphi}_{wei}$ 的PSD曲线

图 12 各车身加权加速度功率谱密度曲线

Fig. 12 PSD curves of weighted vehicle body accelerations

表 3 汽车乘坐舒适性比较

Table 3 Comparison of vehicle ride-comfort

指标	PSS	FASS	RASS
rms(\ddot{x}_{bwei})	0.8001	0.6500	0.6201
rms($\ddot{\theta}_{wei}$)	0.4472	0.1903	0.1882
rms($\ddot{\varphi}_{wei}$)	1.3211	0.2889	0.3117
GCI	1.1683	0.6793	0.6548

在表3的前3个指标中, rms(\ddot{x}_{bwei})占主要地位. 从表中可以看出: FASS,RASS各项指标值均比PSS

减小很多,即乘坐舒适性有较大提高;比较FASS和RASS的指标值,看出当低阶控制器(8阶)取代全阶控制器(20阶)时,乘坐舒适性保持良好。

6 结论(Conclusion)

本文建立的7自由度整车悬架模型,为14阶最小状态空间实现模型。为便于工程实现,将所设计的20阶 H_∞ 控制器进行降阶处理。首先采用基于Hankel范数最优指标设计了降阶控制器,获得的8阶控制器与全阶控制器具有相近的闭环控制性能;将OHNR法设计的降阶控制器与模态截取法和均衡截取法设计的降阶控制器进行了比较,其结果表明OHNR法可获得更好的降阶效果。仿真研究还证明,采用降阶与全阶控制器的汽车主动悬架系统其质心处垂直加速度、侧倾角加速度和俯仰角加速度的频域性能类似,均比被动悬架系统有较大的提高;在整个频段上降阶与全阶控制系统的悬架动挠度特性基本相同,且在1~10Hz附近较被动悬架减小;降阶系统与全阶系统的均具有良好的汽车乘坐舒适性。因此,用8阶控制器取代20阶控制器时,不仅能获得较好的控制性能,而且可为工程实现带来便利。

参考文献(References):

- [1] YAMASHITA M, FUJIMORI K, HAYAKAWA K, et al. Application of H_∞ control to active suspension systems[J]. *Automatica*, 1994, 30(11): 1717~1729.
- [2] WANG J, XU W, CHEN W. Optimal Hankel-norm reduction of active suspension model with application in suspension multiobjective control[J]. *Int J of Vehicle Design*, 2006, 40(1/2/3): 175~195.
- [3] AMIRIFAR R. A low-order controller design for an active suspension system via linear matrix inequalities[J]. *J of Vibration and Control*, 2004, 10(8): 1181~1197.
- [4] IKENAGA S, LEWIS F L, CAMPOS J, et al. Active suspension control of ground vehicle based on a full-vehicle model[C]//*Proc of American Control Conference*. Chicago, Illinois: IEEE Press, 2000: 4019~4024.
- [5] DAVE C, 喻凡. 车辆动力学及其控制[M]. 北京: 人民交通出版社, 2003: 74~101.
(DAVE C, YU Fan. *Vehicle Dynamics and Control*[M]. Beijing: China Communications Press, 2003: 74~101.)
- [6] WANG J. *Generalized multi-objective control with applications to vehicle suspension systems*[D]. Leeds, UK: University of Leeds, 2003.
- [7] KEITH G. All optimal Hankel-norm approximations of linear multi-variable systems and their L^∞ -error bounds[J]. *Int J Control*, 1984, 39(6): 1115~1193.
- [8] GREEN M, LIMEBEER D J N. *Linear Robust Control*[M]. USA: Prentice-Hall, Inc, 1995.

附录(Appendix)

仿真所用汽车部分典型结构参数:

车身质心处到车身前轴的距离 $a = 1.4\text{ m}$;

车身质心处到车身后轴的距离 $b = 1.7\text{ m}$;

轮距 $B(2t) = 0.9\text{ m}$, 簧载质量 $m_b = 1500\text{ kg}$;

非簧载质量 $m_{wA} = m_{wB} = m_{wC} = m_{wD} = 59\text{ kg}$;

前悬架阻尼系数 $C_{sA} = C_{sB} = 1000\text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$;

后悬架阻尼系数 $C_{sC} = C_{sD} = 1100\text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}$;

前悬架刚度 $k_{sA} = k_{sB} = 35000\text{ N}/\text{m}$;

后悬架刚度 $k_{sC} = k_{sD} = 38000\text{ N}/\text{m}$;

车身俯仰转动惯量 $I_p = 2160\text{ kg}\cdot\text{m}^2$;

车身侧倾转动惯量 $I_r = 460\text{ kg}\cdot\text{m}^2$;

轮胎刚度 $k_{tA} = k_{tB} = k_{tC} = k_{tD} = 190000\text{ N}/\text{m}$.

作者简介:

方 敏 (1950—), 女, 合肥工业大学电气与自动化工程学院教授, 目前研究方向为鲁棒控制、智能控制等, E-mail: minfang923@126.com;

汪洪波 (1981—), 男, 合肥工业大学电气与自动化工程学院硕士研究生, 目前研究方向为鲁棒控制、模型降阶, E-mail: bob.627@163.com;

陈无畏 (1951—), 男, 合肥工业大学机械与汽车工程学院教授, 博士生导师, 目前研究方向为车辆动力学及控制等.