

一种模糊项目调度问题的变宽Beam Search 算法

程 序, 吴 澄

(清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘要: 具有弹性约束和模糊工期的项目调度问题是一类具有实际应用意义但难于解决的问题. 传统BS(Beam Search)方法存在常数线宽大小影响求解效果的问题. 本文建立了此类项目调度问题的模型, 并将序优化理论思想与BS方法结合, 提出一种通过计算和改变线宽, 兼顾解的质量和求解速度的变宽BS调度算法. 仿真计算结果表明, 该算法能够在较短时间内得到满意的调度结果, 适用于实际模糊项目调度决策.

关键词: 项目调度; 柔性约束; 不确定工期; 集束搜索

中图分类号: F406.2 **文献标识码:** A

Width-changeable Beam Search algorithm for fuzzy project scheduling

CHENG Xu, WU Cheng

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Project scheduling with flexible constraints and ill-known processing time is a practical but hard problem. In traditional Beam Search(BS) algorithms, constant beam-width could influence the quality of solution. A model of this category of scheduling problem is formulated in this paper. By combining traditional BS algorithm and OO(ordinal optimization) theory, a width-changeable BS algorithm, which balances the quality of solution with computing time, is presented. Experimental results show that this algorithm can obtain satisfactory solution in acceptable time and be applied to practical fuzzy projects.

Key words: project scheduling; flexible constraints; Ill-known processing times; beam search

1 引言(Introduction)

项目调度作为项目管理理论的重要分支, 一直受到广泛的关注. 对于确定环境下的项目调度问题, 已有大量学者做了广泛的研究, 提出了许多有效的启发式算法和精确算法^[1~3]. 不确定环境下的项目调度问题主要有两个研究方向: 一方面是随机项目调度^[4,5]; 另一方面则是模糊项目调度, 已有成果主要集中在关键路径分析^[6,7]和启发式规则方法^[8].

BS(beam search)方法做为一种组合优化算法, 并不搜索整个解空间, 而是对解空间进行分枝和择优、淘汰, 提高了算法的运算速度. 这种方法在模糊项目调度已有应用^[9]. Ho在序优化(ordinal optimization)理论^[10,11]指出大多数优化问题的搜索空间都是巨大的, 找出一个绝对最优解是十分困难的, 因此, 通过软化目标, 寻找一个“足够好”的解, 在工程应用中是实用的, 也是可接受的. 在传统的BS方法中线宽(beam width)通常是常数, 然而线宽的选择对算法效果的好坏有很大影响. 本文针对具有弹性约

束和模糊工期的项目调度问题, 将序优化理论思想与BS方法结合, 提出一种变宽BS模糊调度算法.

2 问题模型(Problem formulation)

本文所研究的项目调度问题是一个具有模糊约束和模糊工期的问题, 模型的时序约束与资源约束与一般项目调度问题模型一致. 笔者使用有向、非循环的AON(activity-on-the-node)网络图 $G = (V, E)$ 表示一个项目, 结点集合 $V = \{0, 1, \dots, n, n+1\}$ 表示项目活动, 边集合 E 表示活动之间的时序关系. 其中活动0和活动 $n+1$ 分别是表示项目开始和结束的虚活动, 其工期为0, 不使用任何资源. 活动 $i(i = 1, \dots, n)$ 有模糊工期 $\tilde{d}_i$, 其隶属度函数为 $\mu_{\tilde{d}_i}(x)$, 本文使用梯形模糊数 (t_1, t_2, t_3, t_4) 表示, 如图1所示. 活动间存在结束一开始时序关系, 且时间间隔为0. 不考虑抢占模式. 活动的执行消耗一定可再生资源, 即在单位时间内具有一定容量限制的资源, 资源 $k \in R$ 在单位时间的限量为常数, 记为 R_k . 活动单位时间内消耗的资源记为 r_{ik} . 在任

一时刻, 当前正在执行的活动使用的每种可再生资源数量之和, 均不能大于该资源的容量限制. 此外, 项目具有柔性准备时间和期限约束, 分别用模糊数 $b = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ 和 $e = (e_1, e_2, e_3, e_4)$ 表示, 如图2所示.

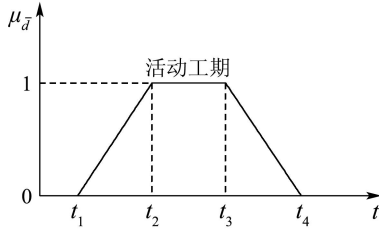


图1 活动工期的模糊数表示

Fig. 1 Fuzzy number of activity duration

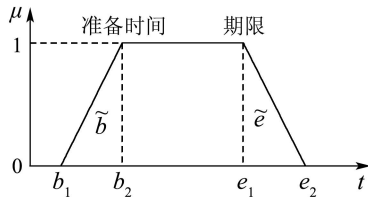


图2 柔性准备时间和期限

Fig. 2 Release time and deadline

3 可能性理论(Possibility theory)

Dubois的可能性理论(possibility theory)^[12]为模糊项目调度的方案构造、比较等基本操作提供了有效理论工具, 下面介绍可能性理论的基本框架.

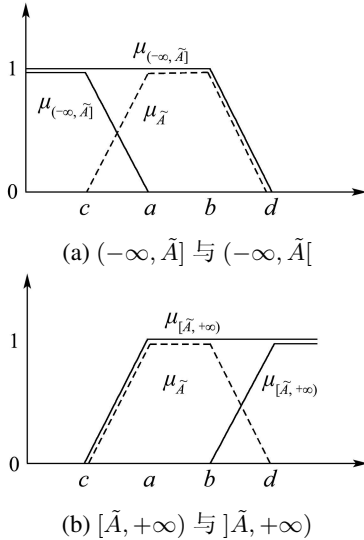


图3 模糊数的4种大小关系模糊数集合

Fig. 3 Four sets of numbers having greater or smaller relations with a fuzzy number

模糊数 $\tilde{A}$ 的隶属度函数为 $\mu_{\tilde{A}}(x)$, 集合 $(-\infty, \tilde{A}]$, $(-\infty, \tilde{A}[$, $[\tilde{A}, +\infty)$, $(\tilde{A}, +\infty)$ 分别表示可能小于或等于、必然小于、可能大于或等于和必然大于 $\tilde{A}$ 的模糊数集合, 其隶属度函数定义如下:

$$\mu_{(-\infty, \tilde{A}]}(r) = \sup_{u \geq r} \mu_{\tilde{A}}(u),$$

$$\mu_{(-\infty, \tilde{A}[}(r) = \inf_{u < r} (1 - \mu_{\tilde{A}}(u)),$$

$$\mu_{[\tilde{A}, +\infty)}(r) = \sup_{u \leq r} \mu_{\tilde{A}}(u),$$

$$\mu_{(\tilde{A}, +\infty)}(r) = \inf_{u > r} (1 - \mu_{\tilde{A}}(u)).$$

对于两个模糊数 $\tilde{M}, \tilde{N}$, $\tilde{M} \geq \tilde{N}$ 的可能性度(possibility measure)和必要度(necessity measure)如下定义^[12]:

$$PG(\tilde{M}, \tilde{N}) = \sup_x \min(\mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{[\tilde{N}, +\infty)}(x)),$$

$$NG(\tilde{M}, \tilde{N}) = \inf_x \max(1 - \mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{[\tilde{N}, +\infty)}(x)).$$

$\tilde{M} > \tilde{N}$ 的可能度和必要度如下定义:

$$PSG(\tilde{M}, \tilde{N}) = \sup_x \min(\mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{] \tilde{N}, +\infty)}(x)),$$

$$NSG(\tilde{M}, \tilde{N}) = \inf_x \max(1 - \mu_{\tilde{M}}(x), \mu_{] \tilde{N}, +\infty)}(x)).$$

4 算法分析与描述(Algorithm description)

4.1 调度方案评价(Evaluation method)

本算法以模糊总工期的满意度为调度方案优劣的评价标准. 如前所述, 项目具有柔性准备时间 $\tilde{b}$ 和期限约束 $\tilde{e}$. 则满意度定义为

$$\begin{aligned} SD(s) = & \beta \times PSG(\tilde{D}(s), \tilde{e} \ominus \tilde{b}) + \\ & (1 - \beta) \times NSG(\tilde{D}(s), \tilde{e} \ominus \tilde{b}) = \\ & \beta \times \sup_x \min(\mu_{\tilde{D}(s)}(x), \mu_{] \tilde{e} \ominus \tilde{b}, +\infty)}(x)) + \\ & (1 - \beta) \inf_x \max(1 - \mu_{\tilde{D}(s)}(x), \mu_{] \tilde{e} \ominus \tilde{b}, +\infty)}(x)). \end{aligned} \quad (1)$$

其中: $\tilde{D}(s)$ 表示一个调度方案的模糊项目工期, β 为乐观-悲观系数.

4.2 线宽计算方法(Computing the beam width)

线宽的计算方法借鉴了Ho的序优化思想^[10,11]. 传统BS方法通过剪除获得最优解希望小的分枝, 可达到减小搜索空间的目的. 但线宽的大小直接影响着解的质量和求解时间. 因此, 在每次剪枝前, 根据产生的分枝数量, 计算线宽, 保证性能“足够好”的分枝能够以较高的概率保留下来.

假设BS方法在某一层产生了 b 个分枝, 其中 G 为实际性能“足够好”的分枝集合, S 为被选取的分枝集合. 那么, 被选取且实际性能“足够好”的分支数大于 k 的概率为

$$P \equiv P(|G \cap S| \geq k).$$

若采用随机抽取 $|S|$ 个分支的方法, 则

$$P = 1 - \frac{\sum_{i=0}^{k-1} C_{b-|G|}^{|S|-i} \cdot C_{|G|}^i}{C_b^{|S|}}.$$

本算法将通过改变线宽, 即改变 S 集合元素的个

数, 保证 P 大于一个最小概率 $\underline{P}$.

$$1 - \frac{\sum_{i=0}^{k-1} C_{b-|G|}^{|S|-i} \cdot C_{|G|}^i}{C_b^{|S|}} > \underline{P} \quad (2)$$

计算式(2)得到的 $|S|$ 值范围内的最小整数值即为线宽 w .

4.3 算法流程(Algorithm procedure)

以 BS 表示当前最佳解, l 表示分枝层数, NES 表示搜索中用于扩展分枝的节点集合, DS 表示延迟集合, 其元素是活动的集合.

1) 初始化. 令 $BS \leftarrow +\infty$, $l \leftarrow 0$, 初始化搜索树初始节点 N_0 , $NES \leftarrow \{N_0\}$, 计算各活动的模糊最早开始时间和最晚完成时间;

2) 对 NES 中各节点进行资源配置调度. 如果找到可行解, 从 NES 中删除此节点, 若解的质量优于当前记录的最佳解, 则记录新的最佳解. 资源配置调度就是寻找各调度时刻的可调度(满足各种时序约束)活动, 检查这些活动并行执行的是否发生冲突, 如不发生冲突, 则更新活动的时间参数, 并添加新的调度时刻, 继续进行下一时刻的配置调度;

3) 若 $NES = \emptyset$, 则算法结束, 否则继续执行;

4) 构造 DS , 使当 DS 的各活动集合中的活动被延迟执行时, 不发生资源冲突;

5) 分枝. $l \leftarrow l + 1$. 对 NES 各节点的 DS 集合各元素, 计算其评价函数值 SD , 并从 NES 中删除该节点;

6) 计算线宽 w . 选择 w 个评价函数值最好的节点, 将其添加到 NES 集合. 转2).

5 实例仿真(Simulation)

5.1 参数选择(Parameter selection)

算法中, 参数 $|G|$ 和 $\underline{P}$ 的大小影响着计算时间和解的质量: $|G|$ 过大, 或 $\underline{P}$ 过小, 则线宽过小, 解的质量下降; $|G|$ 过小, 或 $\underline{P}$ 过大, 则线宽过大, 计算时间过长. 参数 k 取决于资源冲突的严重程度, 一般取 $k = 1$ 即可, 当资源冲突严重, 每层次产生分枝较多时, 可适当增大 k 值. 乐观悲观系数 β 由决策者根据实际项目的情况决定. 在采用不同参数进行实验后, 在仿真中选定如下一组效果较好的参数设置: $|G| = 30\% \cdot b$, $k = 1$, $\underline{P} = 0.8$, $\beta = 0.5$.

5.2 实验结果(Experimental results)

实验生成活动数量分别为20, 50, 100, 150, 200的项目各10个, 均使用5种可再生资源. 仿真环境: Intel P4 2.6G CPU, 512M内存, Windows XP操作系统, Microsoft Visual C++ 7.0. 分别用变宽BS方法与传统BS方法进行仿真, 结果如图4, 5所示.

由数值计算结果可见, 当项目规模的增大时, 变宽BS方法求解效果明显优于传统的BS方法. 同时, 笔者也发现, 当项目的并行活动较多时, 变宽BS方法更能够体现优势.

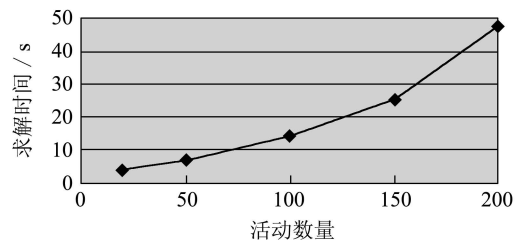


图4 变宽BS算法求解时间曲线

Fig. 4 CPU time curve

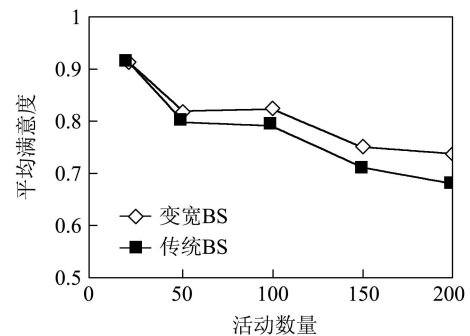


图5 平均满意度对比图

Fig. 5 Contrast of average satisfactory grade

6 结论(Conclusion)

本算法发挥了beam search方法的求解速度优势, 同时借鉴序优化的思想, 通过计算线宽来保证较好解在“剪枝”过程中保留下来的概率, 从而兼顾了求解效率和解的质量. 实例测试结果表明, 本算法具有良好的求解效果. 在下一步的研究中, 可以引入参数选择智能方法, 使算法的参数选择和评价更为科学严密.

参考文献(References):

- [1] HERROLEN W, REYCK B D, DEMEULEMEESTER E. Resource-constrained project scheduling: a survey of recent developments[J]. *Computers & Operations Research*, 1998, 25(4): 279 – 302.
- [2] WEGLARZ J. *Project Scheduling: Recent Models, Algorithms and Applications*[M]. Amsterdam, Netherlands: Kluwer Press, 1999.
- [3] BRUCKER P, DREXL A, MOHRING R, et al. Resource-constrained project scheduling: Notation, classification, models, and methods[J]. *European J of Operational Research*, 1999, 112: 3 – 41.
- [4] TSAI Y W, GEMMILL D D. Using tabu search to schedule activities of stochastic resource-constrained projects[J]. *European J of Operational Research*, 1998, 111: 129 – 141.
- [5] CHOI J, REALFF M J, LEE J H. Dynamic programming in a heuristically confined state space: a stochastic resource-constrained project scheduling application[J]. *Computers and Chemical Engineering*, 2004, 28(6/7): 1039 – 1058.
- [6] CHANAS S, DUBOIS D, ZIELINSKI P. On the sure criticality of tasks in activity networks with imprecise durations[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 2002, 32(4): 393 – 407.

- [7] CHEN S M, CHANG T H. Finding multiple possible critical paths using fuzzy PERT[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 2001, 31(6): 930 – 937.
- [8] HAPKE M, SLOWINSKI R. Fuzzy priority heuristics for project scheduling[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1996, 83(3): 291 – 299.
- [9] WANG J. A fuzzy project scheduling approach to minimize schedule risk[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2002, 17(2): 99 – 116.
- [10] HO Y C, SREENIVAS R S, VAKILI P. Ordinal optimization of discrete event dynamic systems[J]. *Discrete Event Dynamic Systems(DEDS)*, 1992, 2(2): 61 – 88.
- [11] HO Y C. An explanation of ordinal optimization: soft computing for hard problems[J]. *Information Sciences*, 1999, 113: 169 – 192.
- [12] DUBOIS D, PRADE H. *Possibility Theory: An Approach to Computerized Processing of Uncertainty*[M]. New York: Plenum Press, 1988.

作者简介:

程 序 (1980—), 男, 清华大学博士研究生, 主要从事复杂项目调度与优化研究, E-mail: x-cheng02@mails.tsinghua.edu.cn;

吴 澄 (1940—), 男, 清华大学教授, 中国工程院院士, 主要从事系统集成方法与技术、复杂工业大系统的建模、控制及调度、系统可靠性等研究, E-mail: wuc@tsinghua.edu.cn.

(上接第629页)

参考文献(References):

- [6] DIAZ D V, TANG Y. Adaptive robust fuzzy control of nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2004, 34(3): 1596 – 1601.
- [7] TONG S C, LI H X, WANG W. Observer-based adaptive fuzzy control for SISO nonlinear systems[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2004, 148(3): 355 – 376.
- [8] WEI X J, JING Y W. Robust adaptive fuzzy controller for nonlinear systems based on approximation errors[C]//*Proc of American Control Conference*. Boston, Massachusetts: IEEE Press, 2004: 459-463.
- [9] LEU Y G, LEE T T, WANG W Y. Observer-based adaptive fuzzy-neural control for unknown nonlinear dynamical systems[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 1999, 29(5): 583 – 591.
- [10] 王永富, 柴天佑, 迟瑛, 等. 基于观测器的一类非线性系统的自适应模糊控制[J]. *控制理论与应用*, 2005, 22(3): 395 – 401.
(WANG Yongfu, CHAI Tianyou, CHI Ying, et al. Observer-based adaptive fuzzy control for a class of nonlinear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(3): 395 – 401.)
- [11] OLSSON H, ASTROM K J, CANUDAS C. Friction models and friction compensation[J]. *European J of Control*, 1998, 4(3): 176 – 195.
- [12] ZHOU S S, FENG G, FENG C B. Robust control for a class of uncertain nonlinear systems: adaptive fuzzy approach based on backstepping[J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2005, 151(1): 1 – 20.

作者简介:

刘艳军 (1978—), 男, 博士生, 主要研究方向为自适应模糊控制, E-mail: liuyjsir@163.com ;

王 伟 (1955—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为自适应控制、模型预测控制等研究;

王向东 (1959—), 男, 教授, 主要研究方向为复杂系统结构和控制.