

基于IMM-UKF的组合导航算法

臧荣春¹, 崔平远¹, 崔祜涛¹, 金 艺²

(1. 哈尔滨工业大学 深空探测基础研究中心, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 大庆油田 电力集团宏伟热电厂, 黑龙江 大庆 163411)

摘要: 为解决非线性动态系统滤波的非线性和噪声不确定等问题, 设计了一种基于交互多模型(IMM)的Unscented 卡尔曼滤波器(UKF), 针对噪声变化情况建立一组非线性模型, 与每个模型对应的UKF可以达到二阶以上的滤波精度. IMM-UKF 滤波器的输出为各滤波器的概率加权融合, 因此, 根据噪声变化而调整的概率使系统输出对噪声变化具有自适应能力. 利用该算法对组合导航系统进行了仿真试验, 该算法精度高, 模型切换速度快, 能适用于动态系统.

关键词: Unscented 卡尔曼滤波; 交互多模型; 组合导航
中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Integrated navigation algorithm based on IMM-UKF

ZANG Rong-chun,¹ CUI Ping-yuan¹, CUI Hu-tao¹, JIN Yi²

(1. Deep Space Exploration Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150080, China;
2. Electric Power Corporation Hongwei Heat Power Plant, Daqing Oil Field, Daqing Heilongjiang 163411, China)

Abstract: A new unscented Kalman filter (UKF) based on interacting multiple model (IMM) is presented to solve the problem of nonlinear filtering and noise modeling. The uncertainty of the noise can be described by a set of switching models. In every model a UKF is running, and the UKF for nonlinear filtering can achieve accuracy at least to the second order. The output of the IMM-UKF is the weighted sum of a bank of parallel unscented Kalman filters. The self-adaptive filtering for different noises can be performed by the adjustment of all models weights. The application of the algorithm on integrated navigation system shows a high precision and switching speed, so it is applicable to dynamic systems.

Key words: Unscented Kalman filter; interacting multiple model; integrated navigation

1 引言(Introduction)

系统非线性和噪声的不确定性是非线性系统滤波的两大问题, 非线性模型的状态估计不能采用传统的卡尔曼滤波算法, 尽管扩展卡尔曼滤波(EKF)可以解决非线性系统的滤波问题, 但是EKF 在线性化过程会引入模型误差, 而且滤波过程需要计算非线性函数的Jacobi 矩阵, 增加了运算过程的难度.

近几年发展起来的近似条件分布密度函数来获得高阶滤波的方法对解决非线性系统滤波问题非常有效, 其中有代表性的是PF(particle filter)和UKF, 而PF需要大量的样本点, 计算量太大不利于推广. UKF利用少量的采样点通过 U 变换^[1,2](Unscented transformation) 计算近似原状态分布的点集经过非线性变换后的均值和方差, 该算法不需要线性化过程而只需要简单的矩阵运算, 对于高斯强非线性系统其估计精度远高于EKF, 计算量远小于PF, 有较

强的优势. UKF滤波过程需要已知系统噪声和量测噪声统计特性, 由于系统及环境等因素使系统噪声和观测噪声的变化难以确定, 因此影响了UKF算法的精度. 多模型算法是解决变结构或参数不确定系统状态估计问题的有效方法, 其中交互式多模型算法(IMM)被认为是性能与计算量最为理想的方法而得到广泛应用^[3,4]. 在高机动状态下, 和系统噪声特性不确定的情况下, IMM 滤波效果明显优于传统卡尔曼滤波^[5]. 将IMM与UKF有机的结合起来, 为解决非线性系统动态滤波问题提出了新的思路与方法.

2 UT和UKF算法(UT and UKF algorithm)

UKF是基于 U 变换的滤波方法, U 变换是计算经非线性变换的随机变量统计量的一种方法, 其原理是取一组均值和方差均符合高斯分布的点集, 经过非线性传播得到相对应的一组点集, 求取变换后的均值和协方差. 设 x 是均值为 $\bar{x}$ 方差为 P_{xx} 的 n_x 维随

机变量, 通过对 x 扩展形成 $2n_x + 1$ 维的西格玛矢量来近似 x 的分布, 令 $k = n_x + \lambda$:

$$\chi_h = \begin{cases} \bar{x}, & h = 0, \\ \bar{x} + (\sqrt{kP_{xx}})_h, & h = 1, \dots, n_x, \\ \bar{x} - (\sqrt{kP_{xx}})_{h-n_x}, & h = n_x + 1, \dots, 2n_x, \end{cases} \quad (1)$$

而且

$$\begin{aligned} W_0 &= \lambda/k, \quad h = 0, \\ W_h &= 1/2k, \quad h = 1, \dots, n_x, \\ W_h &= 1/2k, \quad h = n_x + 1, \dots, 2n_x. \end{aligned}$$

其中: λ 是缩放比例参数, W_h 是第 h 个西格玛点的权值. 每个西格玛点通过非线性函数传播:

$$Z_h = f(\chi_h) \quad h = 1, \dots, 2n_x. \quad (2)$$

Z 的均值和方差用变换后的西格玛点加权样本均值和方差近似:

$$\bar{Z} = \sum_{h=0}^{2n_x} W_h Z_h, \quad (3)$$

$$P_{zz} = \sum_{h=0}^{2n_x} W_h (Z_h - \bar{Z})(Z_h - \bar{Z})^T. \quad (4)$$

UKF是直接利用U变换思想的递推最小二乘估计, 原状态变量与噪声变量串联扩展为增广状态随机向量 $\bar{X}^a = [X^T \ w^T \ v^T]^T$, w, v 分别为系统噪声向量和量测噪声向量 (若 w, v 不相关量测噪声可以不扩展为状态变量), 对该增广向量按UT原则计算西格玛点, 得增广西格玛矩阵 $\chi^a = [(\chi^x)^T (\chi^w)^T (\chi^v)^T]^T$, UKF 方程如下:

1) 初始化:

$$\bar{X}_0^a = E[X^a] = [\bar{x}_0^T \ 0 \ 0]^T, \quad (5)$$

$$P_0^a = \begin{bmatrix} P_0 & 0 & 0 \\ 0 & Q & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Q 为系统噪声方差阵, R 为量测噪声方差阵.

2) 西格玛矩阵计算: 对于 $k \in \{1, \dots, \infty\}$,

$$\begin{aligned} \chi(k)^a &= [\hat{X}(k)^a \ \hat{X}^a(k) + \sqrt{(L + \lambda)P_{xx}^a(k)} \\ &\quad \hat{X}^a(k) - \sqrt{(L + \lambda)P_{xx}^a(k)}]. \end{aligned} \quad (7)$$

其中 L 为增广的状态维数.

3) 时间更新方程:

$$\chi^x(k, k-1) = f(\chi^x(k-1), \chi^w(k-1)), \quad (8)$$

$$\hat{X}(k, k-1) = \sum_{h=0}^{2L} W_h \chi_h^x(k, k-1), \quad (9)$$

$$Z(k, k-1) = h(\chi^x(k, k-1), \chi^v(k-1)), \quad (10)$$

$$\hat{Z}(k, k-1) = \sum_{h=0}^{2L} W_h Z_h(k, k-1), \quad (11)$$

$$P_{xx}(k, k-1) =$$

$$\sum_{h=0}^{2L} W_h [\chi_h^x(k, k-1) - \hat{X}(k, k-1)] \cdot [\chi_h^x(k, k-1) - \hat{X}(k, k-1)]^T. \quad (12)$$

4) 测量更新方程:

$$\begin{aligned} P_{zz}(k) &= \sum_{h=0}^{2L} W_h [Z_h(k, k-1) - \hat{Z}(k, k-1)] \cdot \\ &\quad [Z_h(k, k-1) - \hat{Z}(k, k-1)]^T, \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} P_{xz}(k) &= \sum_{h=0}^{2L} W_h [\chi_h^x(k, k-1) - \hat{X}(k, k-1)] \cdot \\ &\quad [Z_h(k, k-1) - \hat{Z}(k, k-1)]^T. \end{aligned} \quad (14)$$

残差:

$$\varepsilon(k) = Z(k) - \hat{Z}(k, k-1). \quad (15)$$

增益:

$$K(k) = P_{xz}(k)P_{zz}^{-1}(k). \quad (16)$$

状态估计:

$$\hat{X}(k) = \hat{X}(k, k-1) + K(k)\varepsilon(k). \quad (17)$$

误差方差:

$$P(k) = P(k, k-1) - K(k)P_{zz}(k)K^T(k). \quad (18)$$

由此可见, UKF通过选取一个最小样本点集合来近似高斯随机变量的状态分布, 这些样本点能够完全捕获高斯随机变量的真实均值和方差, UKF对于任何非线性系统精度都能达到二阶以上, 精度高于扩展卡尔曼滤波^[6].

3 IMM-UKF 滤波算法(IMM-UKF filtering algorithm)

IMM的原理是将系统的运动模式映射为模型集, 基于每个模型的滤波器并行工作, 利用每个滤波器输出的残差信息以及各模型的先验信息, 依据某种假设检验规则, 得出每个滤波器所对应的模型为当前时刻系统匹配模型的概率(称为模型概率), 系统的状态估计是各模型滤波器估计的概率加权融合. 对于非线性系统, 状态方程和量测方程^[7]如下:

$$X(k+1) = f(X(k), m(k)) + w(k, m(k)), \quad (19)$$

$$Z(k) = h(X(k), m(k)) + v(k, m(k)). \quad (20)$$

其中: $m(k)$ 是采样时刻 k 的有效模式, 设系统模型集为 $M = \{m_1, m_2, \dots, m_n\}$, 模型转换过程符合马尔可夫过程. 在无条件约束下 $m_j(k)$ 到 $m_i(k+1)$ 的转移概率 $pr\{m_i(k+1)|m_j(k)\}$ 记为 π_{ji} . 模型 m_i 在 k 时刻为匹配模型的概率称为模型概率 $pr\{m_i(k)|Z(k)\}$, 记为 $\mu_i(k)$. 其中 $Z_k = \{z(1),$

$z(2), \dots, z(k)\}$ 表示系统的量测集合. IMM-UKF滤波过程包括输入交互、UKF滤波、模型概率更新和输出融合4部分. 初始马尔可夫转移概率满足条件:

$$\pi_{ji} = pr\{m_i(k)|m_j(k-1)\}, m_i, m_j \in M, (21)$$

$$\sum_{i=1}^n \pi_{ji} = 1, j = 1 \sim n.$$

模型预测概率:

$$\mu_{j|i}(k-1) = \frac{\pi_{ji}\mu_j(k-1)}{\sum_{j=1}^n \pi_{ji}\mu_j(k-1)}. \quad (22)$$

1) 输入交互过程重新初始化滤波输入:

$$\hat{X}_{oi}(k-1) = \sum_{j=1}^n \hat{X}_j(k-1)\mu_{j|i}(k-1), \quad (23)$$

$$P_{oi}(k-1) =$$

$$\sum_{j=1}^n \mu_{j|i}\{P_j(k-1) + [\hat{X}_j(k-1) - \hat{X}_{oi}(k-1)][\hat{X}_j(k-1) - \hat{X}_{oi}(k-1)]^T\}. \quad (24)$$

每个滤波周期的初值由上一滤波周期所得到的所有状态估值和模型条件转移概率计算得到, 利用了系统所有的先验及后验信息.

2) UKF滤波: 经过输入交互的状态向量和误差方差阵作为滤波器下一时刻初值, 计算西格玛矩阵

$$\chi(k)^a = [\hat{X}_{oi}(k)^a \hat{X}_{oi}(k)^a + \sqrt{(L+\lambda)P_{oi}^a(k)} \hat{X}_{oi}^a - \sqrt{(L+\lambda)P_{oi}^a(k)}]. \quad (25)$$

其中增广向量为 $\hat{X}_{oi}^a = [\hat{X}_{oi}^T \ w^T \ v^T]^T$, 增广西格玛矩阵 $\chi^a = [(\chi_{oi}^x)^T \ (\chi^w)^T \ (\chi^v)^T]^T$, 则状态一步预测方程

$$\hat{X}_i^x(k, k-1) = f(\chi_{oi}^x(k-1)). \quad (26)$$

UKF时间更新方程与量测更新方程同式(9)~(18).

3) 模型概率更新: 模型概率的计算是假设检验过程, 一般采用贝叶斯假设检验方法, 同时检验滤波器组各个滤波器的残差. 由卡尔曼滤波理论可知如果滤波器模型与实际模型匹配, 则滤波残差为零均值方差为 $S(k)$ 的高斯白噪声, 因此 k 时刻模型 m_i 为匹配模型的似然函数 $f_i(k)$ 为

$$f_i(k) = N[\varepsilon_i(k) : 0, S_i(k)] = \frac{1}{(2\pi)^m |S_i|^{1/2}} \exp(-\frac{1}{2} \varepsilon_i^T S_i^{-1} \varepsilon_i). \quad (27)$$

其中: ε_i 是残差估值. $S_i = E(\varepsilon_i \varepsilon_i^T) = P_{zz}^i$ 是残差方差的期望, 这里因观测噪声是可加噪声, 式(13)改为

$$P_{zz}(k) = R_i + \sum_{h=0}^{2L} W_h [Z_h(k, k-1) - \hat{Z}(k, k-1)] \cdot [Z_h(k, k-1) - \hat{Z}(k, k-1)]^T. \quad (28)$$

更新模型概率:

$$u_i(k) = P\{m_i(k)|Z(k)\} = \frac{f_i(k) \sum_{j=1}^n \pi_{ji}\mu_j(k-1)}{\sum_{i=1}^n f_i(k) \sum_{j=1}^n \pi_{ji}\mu_j(k-1)}. \quad (29)$$

4) 输出综合: 各滤波器估计值的模型概率加权融合即IMM-UKF的最终输出结果:

$$\hat{X}(k) = \sum_{i=1}^n \hat{X}_i(k)\mu_i(k), \quad (30)$$

$$P(k) = \sum_{i=1}^n \mu_i(k) \{P_i(k-1) + [\hat{X}_i(k-1) - \hat{X}(k-1)][\hat{X}_i(k-1) - \hat{X}(k-1)]^T\}. \quad (31)$$

4 IMM 滤波器模型集(Models of the IMM filters)

IMM估计首先设计一个含有多个模型的模型集来描述系统可能的运动模态, 模型集的建立要符合贝叶斯的完备性与独立性原则, 并假设模型之间的转移是马尔可夫过程. 本文选取DR为主系统, 以东向位置, 北向位置和航向角为滤波器状态变量建立滤波方程, GPS作为辅助导航系统提供观测信息, IMM-UKF输出的导航参数估计值就是系统最终的定位结果. 利用航位推算定位首先要考虑车体姿态的问题, 正常情况下车辆是平稳行驶的, 因此认为滚转角和俯仰角接近零, 仅考虑车辆的航向角 α (本体系 y 轴与正北方向夹角, 顺时针为正). 可以得到滤波器状态方程

$$\begin{cases} x(k+1) = x(k) + v(k) \sin(\alpha(k))\Delta t + \xi_x(k), \\ y(k+1) = y(k) + v(k) \cos(\alpha(k))\Delta t + \xi_y(k), \\ \alpha(k+1) = \alpha(k) - \omega_z(k)\Delta t + \xi_\alpha(k). \end{cases} \quad (32)$$

以GPS输出的东向、北向位置, 东向、北向速度为观测量的观测方程:

$$\begin{cases} x_{gps}(k) = x(k) + \eta_x(k), \\ y_{gps}(k) = y(k) + \eta_y(k), \\ v_{e_{gps}}(k) = v(k) \sin \alpha(k) + \eta_{ve}(k), \\ v_{n_{gps}}(k) = v(k) \cos \alpha(k) + \eta_{vn}(k). \end{cases} \quad (33)$$

其中: x, y 为东向和北向位置, v 为车辆前向速度, ω_z 是安装在本体系坐标轴的陀螺测量得到的航向角速率, ξ, η 分别为系统噪声和观测噪声, Δt 为采样时间间隔. 可见状态方程和观测方程都是非线性的.

考虑车辆行进过程中的系统噪声与量测噪声变化的不确定性, 引入一组系统白噪声和观测白噪声,

其方差阵分别记为 Q_i, R_i , 得到一组模型集:

$$X(k+1) = f(X(k), u) + \xi(k, m(k)), \quad (34)$$

$$Z(k) = h(X(k)) + \eta(k, m(k)). \quad (35)$$

本文为了方便演示仿真结果, 选取模型集 $M = \{m_1, m_2\}$, 实际应用时可根据具体情况确定模型集中模型的个数. 考虑两种情况: m_1 是噪声较大的情况, m_2 是噪声较小的情况: $\sigma_{Q1} = 100\sigma_{Q2}$, $\sigma_{R1} = 10\sigma_{R2}$

5 仿真及结果分析(Simulation results and analysis)

为验证算法得可行性, 利用两小时的跑车数据进行仿真, 每秒进行一次滤波, 比较两模型各自的滤波估值和IMM-UKF融合输出结果. 图1是北向位置误差50~300s时段的细节图, 图2和图3分别是模型1 和模型2的单模型UKF的估计与IMM-UKF融合估计的北向位置误差和东向位置误差对比图, 实线代表IMM-UKF估计误差, 虚线代表单模型UKF估计误差. 图4给出模型概率变化情况.

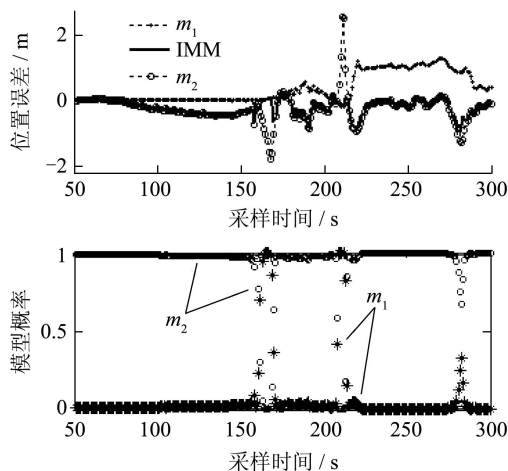


图1 北向位置误差与模型概率细节图

Fig. 1 Detail of north position and model probability

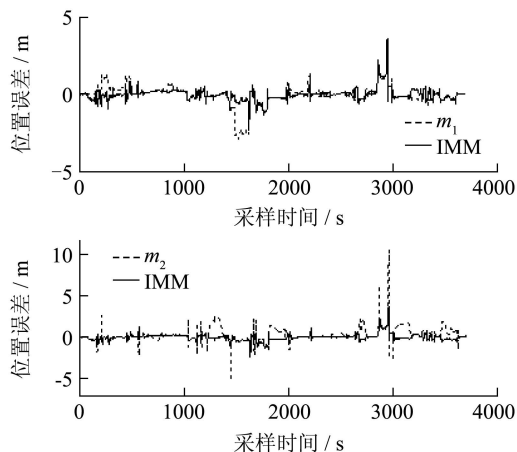


图2 北向位置误差曲线

Fig. 2 Curve of the north position errors

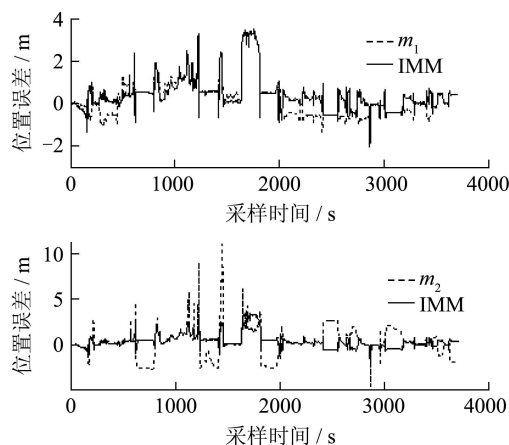


图3 东向位置误差曲线

Fig. 3 Curve of the east position errors

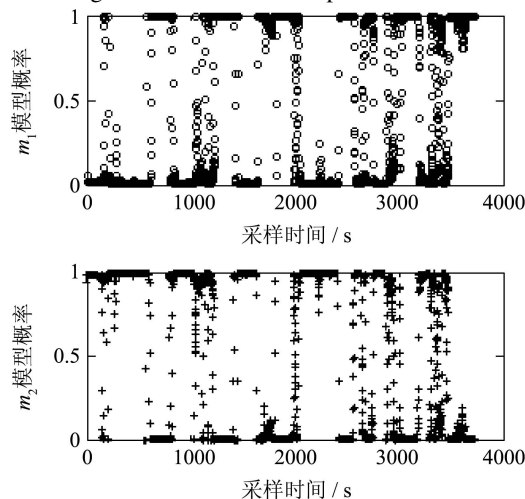


图4 模型概率

Fig. 4 Model probability

由图1可见, 在50s~160s两模型误差绝对值相差较小, 由于 m_2 给定的观测噪声方差阵小($R_2 = 0.1R_1$), 因此 m_2 模型概率占优. 在160s~163s, 车辆处于加速启动状态, 噪声较小的 m_2 不再是适配模型, 其误差绝对值由0.17m上升到0.627m, 相应地 m_2 模型概率由0.95降至0.05, 此时 m_1 占优直到168s的峰值时刻. 在169s~171s, 车辆运动趋于平稳, m_2 的误差绝对值由1.6m回落至0.49m, 其模型概率由0.02回升为0.93, m_2 占优. 在208s~214s车辆向北有较大机动, 由图1可知 m_2 的误差又发生一次由0.006m到2.5m的突变, 两模型在7s内完成两次切换. 此后至300s, 由于车辆平稳运行, m_1 的估计误差大于 m_2 估计误差, 因此仍然是 m_2 占优. 全部采样点的的滤波情况如图2,3所示不再赘述. 以上说明:

a) 在两模型估计误差相近的情况下(误差绝对值之差 $< 0.5m$), 认为 m_2 为适配模型, 这与量测噪声方差阵的选取有关.

b) 除情况a外, 估计误差大的模型概率趋近于零, 系统最终输出总是接近误差小的模型滤波结果,

受精度差的模型影响很小,因此IMM-UKF融合输出保持跟踪估计误差小的模型输出。

c) 该算法的模型切换速度较快,可以响应7s的模型误差突变,非占优模型与占优模型互换仅需两个滤波步长。

6 结论(Conclusion)

本文提出了IMM-UKF滤波算法,根据系统噪声及观测噪声的变化设计模型集,每个模型的U卡尔曼滤波器并行工作,输出结果是各滤波器估计的IMM概率加权融合。为验证算法进行了跑车试验,采集了两个多小时的数据进行仿真,结果表明IMM-UKF总是跟踪误差最小的模型,而且每次模型切换时间与车辆起停时间基本吻合。以上说明该算法能够准确实时跟踪车辆运动变化情况来选择模型,其定位精度要好于每个单模型UKF。本算法的关键是模型集的选取,模型过多会产生不必要的竞争影响结果,模型过少在滤波过程会导致无适配模型而影响滤波精度,因此模型集的建立要遵循准确与精简的原则。

参考文献(References):

- [1] JULIER S J, UHLMANN J K, DURRANT-WHYTE H F. A new approach for filtering nonlinear systems[C]//*Proc of American Control Conference*. Seattle, WA: IEEE Press, 1995: 1628 – 1632.
- [2] JULIER S J, UHLMANN J K. The scaled unscented transformation[C]//*Proc of American Control Conference*. Anchorage, AK: IEEE Press, 2002: 4555 – 4559.
- [3] LI X R, BAR-SHALOM Y. Performance prediction of the IMM algorithms[J]. *IEEE Trans on American Electrochemical Society (AES)*, 1993, 29(3): 755 – 770.
- [4] LI X R, BAR-SHALOM Y. Model-Set adaptation in multiple-model estimation for hybrid systems[C]//*Proc of American Control Conference*. San Francisco, CA: [s.n.], 1992: 1794 – 1799.
- [5] KIRUBARAJAN T, BAR-SHALOM Y. Kalman filter versus IMM estimator: When do we need the latter?[J]. *IEEE Trans on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(4): 1452 – 1456.
- [6] 梁彦, 程咏梅. 交互式多模型算法性能分析[J]. *控制理论与应用*, 2001, 18(4): 487 – 492.
(LANG Yan, CHENG Yongmei. Analysis on the performance and properties of interacting multiple models algorithm[J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(4): 487 – 492.)
- [7] BOERS Y, DRIESSEN J N. Interacting multiple model particle filter[J]. *IEEE Proc: Radar Sonar Navigation*, 2003, 150(5): 344 – 349.

作者简介:

臧荣春 (1974—), 女, 哈尔滨工业大学航天工程与力学系博士研究生, 主要研究方向为GPS全球定位系统、组合导航、智能交通、信息融合算法, E-mail: springirl@hit.edu.cn;

崔平远 (1961—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 哈尔滨工业大学深空探测基础研究中心主任, 飞行器动力学与控制研究所所长, 主要研究方向为飞行器建模与智能控制、深空探测器自主导航与控制、车辆组合导航、月球车行为控制与自主导航, E-mail: cui@astro.hit.edu.cn;

崔桔涛 (1970—), 男, 哈尔滨工业大学航天工程与力学系教授, 主要研究方向为深空探测器导航、自主导航与控制;

金艺 (1974—), 女, 1997年毕业于齐齐哈尔大学, 现为大庆油田电力集团宏伟热电厂工程师, 研究方向为热工程控保护、自动控制。