

具有输入饱和的非线性关联大系统的分散控制

马跃超^{1,2}, 张庆灵¹

(1. 东北大学 系统科学研究所, 辽宁 沈阳 110004; 2. 燕山大学 理学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 考虑了一类具有输入饱和的不确定非线性关联大系统的分散输出反馈鲁棒镇定问题, 利用Riccati方程的方法和矩阵的Moore-Penrose逆给出了这类系统的一种分散输出反馈鲁棒镇定控制器的设计方法. 同时, 考虑了一类具有输入饱和的不确定非线性相似关联大系统, 利用相似系统的结构特点, 简化了分散输出反馈鲁棒镇定的条件.

关键词: 输入饱和; 鲁棒镇定; 分散控制; Riccati方程; 输出反馈

中图分类号: TP 13 **文献标识码:** A

Decentralized control for nonlinear large-scale interconnected systems with input saturation

MA Yue-chao^{1,2}, ZHANG Qing-ling¹

(1. Institute of Systems Science, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;

2. College of science, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China)

Abstract: The problem of decentralized output feedback robust stabilization for a class of uncertain nonlinear large-scale interconnected systems with input saturation is considered in this paper. By using Riccati equation approach and matrix Moore-Penrose inverse, a decentralized output feedback controller is designed. Meanwhile, a class of uncertain nonlinear similar large-scale interconnected systems with input saturation is considered. Taking into account the similar structure of the systems, decentralized output feedback robust stabilization condition for the nonlinear similar systems with input saturation is simplified.

Key words: input saturation; robust stabilization; decentralized control; Riccati equation; output feedback

1 引言(Introduction)

输出反馈控制是控制理论中的一个重要课题, 近年来, 在非线性系统的输出控制方面取得了一些结果^[1]. 但较深入的结果还不多. 而非线性关联大系统输出反馈镇定的研究所取得的成果更是有限^[2,3], 原因在于输出反馈控制问题本身的复杂性, 更在于非线性组合大系统的复杂性. 输入饱和是实际控制系统的一个普遍特征, 如果不考虑其输入饱和而设计控制器, 闭环系统的稳定性无法保证. 关于线性系统具有输入饱和的镇定问题的研究已有一些结果^[4~6]. 然而, 关于非线性关联大系统输入饱和镇定研究还不多, 特别, 关于不确定非线性关联大系统中具有输入饱和时的分散输出反馈鲁棒控制, 很少有人注意. 本文对一类具有饱和输入的不确定非线性关联

大系统的分散输出反馈鲁棒控制问题进行讨论, 利用Riccati方程的方法, 通过变化Riccati方程的形式并结合Lyapunov函数和矩阵理论设计出一种分散输出反馈鲁棒镇定控制器. 本文还考虑了一类特殊的具有饱和输入的不确定非线性相似关联大系统^[7], 结合相似结构的特点, 给出了该系统可分散输出反馈鲁棒镇定的简洁充分条件.

2 问题描述(Problems statement)

引入如下记号: A^+ 表示矩阵 A 的Moore-Penrose逆, 且 $AA^+A = A$; $\|\cdot\|$ 表示谱范数; $A > 0$ ($A < 0$)表示 A 是正定阵(负定阵); $V_n^\omega(E)$ 表示定义在集合 E 上的 n 维解析向量场集合; $|A|$ 表示矩阵 A 每个元素取绝对值后的矩阵; $\lambda_{\min}(A)$ 表示矩阵 A 的最小特征值.

考虑如下不确定非线性关联大系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + \Delta f_i(x_i) + B_i(\sigma_i(u_i)) + \\ f_i(x_i) + \Delta g_i(x_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^N H_{ij}(x_j), \\ y_i = C_i x_i, \\ i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i \in \mathbb{R}^{m_i}$, $y_i \in \mathbb{R}^{m_i}$, $A_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$, $B_i \in \mathbb{R}^{n_i \times m_i}$, $C_i \in \mathbb{R}^{m_i \times n_i}$, $\sigma_i: \mathbb{R}^{m_i} \rightarrow \mathbb{R}^{m_i}$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 是饱和函数; $\sum_{j=1, j \neq i}^N H_{ij}(x_j) \in V_{n_i}^\omega(\Omega)$ 是互联项 (Ω 是 $x_i = 0$ 的某邻域, $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \dots \times \Omega_N$ 是 $x_i = 0$ 的邻域), $H_{ij}(x_j) \in V_{n_i}^\omega(\Omega_j)$; $f_i(x_i) \in V_{m_i}^\omega(\Omega_i)$ 是第 i 个子系统的匹配非线性项, $\Delta f_i(x_i)$ 和 $\Delta g_i(x_i)$ 分别是第 i 个子系统的非匹配不确定项和匹配不确定项; 不失一般性, 假设 $H_{ij}(0) = 0$, $f_i(0) = 0$ ($i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, N$).

考虑下列不确定非线性相似关联大系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i = A x_i + \Delta f_i(x_i) + B(\sigma_i(u_i)) + \\ f_i(x_i) + \Delta g_i(x_i) + \sum_{j=1, j \neq i}^N H_{ij}(x_j), \\ y_i = C x_i, \\ i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (2)$$

本文的问题是: 系统(1)满足什么条件时, 能找到输出反馈 $u_i = K_i y_i$ ($i = 1, 2, \dots, N$) 使

问题 1 对于第 i 个闭环子系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A x_i + \Delta f_i(x_i) + B(\sigma_i(K_i y_i)) + \\ & f_i(x_i) + \Delta g_i(x_i) \end{aligned} \quad (3)$$

在区域 Ω_i 上关于 $x_i = 0$ 渐近稳定.

问题 2 对于完全闭环系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= A x_i + \Delta f_i(x_i) + B(\sigma_i(K_i y_i) + f_i(x_i) + \\ & \Delta g_i(x_i)) + \sum_{j=1, j \neq i}^N H_{ij}(x_j), \\ i &= 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (4)$$

在区域 Ω 上关于 $x = 0$ 渐近稳定.

引理 1 σ 为饱和函数, 则

$$\left\| \frac{1}{2}s - \sigma(s) \right\| \leq \frac{1}{2}\|s\|, \forall s \in \mathbb{R}^m. \quad (5)$$

引理 2^[8] 若 $\Phi(x)$ 是 $\mathbb{R}^p$ 上的 n 维解析向量场且 $\Phi(0) = 0$, 则存在 $n \times p$ 阶解析函数矩阵 $N(x)$, 使得 $\Phi(x) = N(x)x$.

由 $H_{ij}(x_j) \in V_{n_i}^\omega(\Omega_j)$; $f_i(x_i) \in V_{m_i}^\omega(\Omega_i)$, $H_{ij}(0) = 0$, $f_i(0) = 0$ ($i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, N$), 所以存在解析函数阵 $M_i(x_i)$, $R_{ij}(x_j)$ 使得

$$f_i(x_i) = M_i(x_i)x_i, H_{ij}(x_j) = R_{ij}(x_j)x_j. \quad (6)$$

其中: $i \neq j, i, j = 1, 2, \dots, N$.

3 主要结论(Main results)

假设 1 $\|\Delta f_i(x_i)\| \leq \alpha_i \|x_i\|$, $i = 1, 2, \dots, N$, $\|\Delta g_i(x_i)\| \leq \beta_i \|x_i\|$, $i = 1, 2, \dots, N$.

假设 2 (A_i, B_i) 能控, (A_i, C_i) 可检测. 取正定阵 $R \in \mathbb{R}^{m_i \times m_i}$ 当 $\lambda_{\min}(R^{-1}) > 1$, 有 $(R^{-1} - I)$ 正定, 由假设 2 对任意的正定阵 $Q_i \in \mathbb{R}^{n_i \times n_i}$, $R_i \in \mathbb{R}^{m_i \times m_i}$, 当 $\lambda_{\min}(R_i^{-1}) > 1$ 时, 下列 Riccati 方程有正定解 P_i ($i = 1, 2, \dots, N$):

$$\begin{aligned} A_i^T P_i + P_i A_i - P_i B_i R_i^{-1} B_i^T P_i + \\ P_i B_i B_i^T P_i + Q_i + \beta_i^2 I = 0. \end{aligned} \quad (7)$$

假设 3 存在非奇异阵 F_i , 使得

$$B_i^T P_i = F_i C_i (i = 1, 2, \dots, N). \quad (8)$$

注 1 假设 3 是输出反馈问题的基本要求.

定理 1 设系统(1)是满足假设 1~3 的非线性组合大系统, 如果矩阵 $W^T(x) + W(x)(W(x) = (W_{ij}(x_j))_{N \times N})$ 是区域 Ω 上的正定阵, 其中

$$W_{ij}(x_j) = \begin{cases} 1 - \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i B_i\| \|R_i^{-1} B_i^T P_i Q_i^{-\frac{1}{2}}\| - \\ 2\alpha_i \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i\| \|Q_i^{-\frac{1}{2}}\| - \\ 2\|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i B_i M_i(x_i) Q_i^{-\frac{1}{2}}\|, & i = j; \\ -2\|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i R_{ij}(x_i) Q_j^{-\frac{1}{2}}\|, & i \neq j. \end{cases}$$

这里: Q_i, R_i 根据需要进行选择, $\lambda_{\min}(R_i^{-1}) > 1$, P_i 由(7)确定; $R_{ij}(x_i), M_i(x_i)$ 由式(6)确定. 则分散输出反馈

$$u_i = -R_i^{-1} B_i^T P_i C_i^+ y_i, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (9)$$

使第 i 个闭环子系统(3)在区域 Ω_i 上关于 $x_i = 0$ 渐近稳定; 使系统(1)的闭环系统(4)在区域 Ω 上关于 $x = 0$ 渐近稳定.

证 对于第 i 个闭环子系统(3), 设 Lyapunov 函数 $V_i(x_i) = x_i^T P_i x_i$ 把 $V_i(x_i)$ 沿系统(3)的轨迹对 t 求导, 再结合式(8)和(9),

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= \dot{x}_i^T P_i x_i + x_i^T P_i \dot{x}_i = \\ & x_i^T (P_i A_i + A_i^T P_i) + \\ & 2x_i^T P_i B_i \sigma_i(-R_i^{-1} B_i^T P_i C_i^+ y_i) + \\ & 2x_i^T P_i B_i (f_i(x_i) + \Delta g_i(x_i)) + 2x_i^T P_i \Delta f_i(x_i) = \\ & -x_i^T (-P_i B_i R_i^{-1} B_i^T P_i + P_i B_i B_i^T P_i + Q_i + \\ & \beta_i^2 I) x_i + 2x_i^T P_i B_i \sigma_i(-R_i^{-1} B_i^T P_i C_i^+ y_i) + \\ & 2x_i^T P_i \Delta f_i(x_i) + 2x_i^T P_i B_i (f_i(x_i) + \Delta g_i(x_i)) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -x_i^T Q_i x_i + 2x_i^T P_i B_i \left(\frac{1}{2} R_i^{-1} F_i C_i x_i + \right. \\
& \left. \sigma_i(-R_i^{-1} F_i C_i^+ C_i x_i) \right) + 2x_i^T P_i B_i \Delta g_i(x_i) - \\
& x_i^T P_i B_i B_i^T P_i x_i - x_i^T \beta_i^2 I x_i + \\
& 2x_i^T P_i B_i f_i(x_i) + 2x_i^T P_i \Delta f_i(x_i).
\end{aligned}$$

由式(5)和(8)

$$\begin{aligned}
& \left\| \frac{1}{2} R_i^{-1} F_i C_i x_i + \sigma_i(-R_i^{-1} F_i C_i x_i) \right\| \leq \\
& \frac{1}{2} \|R_i^{-1} F_i C_i x_i\| = \frac{1}{2} \|R_i^{-1} B_i^T P_i x_i\|. \quad (10)
\end{aligned}$$

由假设1和引理2得

$$\begin{aligned}
& 2x_i^T P_i B_i f_i(x_i) = 2x_i^T P_i B_i M_i(x_i) x_i = \\
& x_i^T (Q_i^{\frac{1}{2}})^T (Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i B_i M_i(x_i) Q_i^{-\frac{1}{2}} Q_i^{\frac{1}{2}} x_i \leq \\
& \|Q_i^{-\frac{1}{2}}\|^T P_i B_i M_i(x_i) Q_i^{-\frac{1}{2}} \|Q_i^{\frac{1}{2}} x_i\|^2, \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& (2x_i^T P_i B_i \Delta g_i(x_i) - x_i^T P_i B_i B_i^T P_i x_i - x_i^T \beta_i^2 I x_i) \leq \\
& 2\|x_i^T P_i B_i\| \|\Delta g_i(x_i)\| - \|x_i^T P_i B_i\|^2 - \beta_i^2 \|x_i\|^2 \leq 0, \quad (12)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& x_i^T P_i \Delta f_i(x_i) \leq \\
& \alpha_i \|x_i^T (Q_i^{-\frac{1}{2}})^T (Q_i^{\frac{1}{2}})^T P_i\| \|Q_i^{-\frac{1}{2}}\| \|Q_i^{\frac{1}{2}} x_i\| \leq \\
& \alpha_i \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i\| \|Q_i^{-\frac{1}{2}}\| \|Q_i^{\frac{1}{2}} x_i\|^2. \quad (13)
\end{aligned}$$

由式(10)~(13)得

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & -x_i^T Q_i x_i + \|x_i^T P_i B_i\| \|R_i^{-1} B_i^T P_i x_i\| + \\
& \|2x_i^T P_i \Delta f_i(x_i)\| + \|2x_i^T P_i B_i f_i(x_i)\| \leq \\
& -x_i^T (Q_i^{\frac{1}{2}})^T Q_i^{\frac{1}{2}} x_i + \|x_i^T (Q_i^{\frac{1}{2}})^T (Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i B_i\| \cdot \\
& \|R_i^{-1} B_i P_i (Q_i^{-\frac{1}{2}}) (Q_i^{\frac{1}{2}}) x_i\| + 2\alpha_i \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i\| \cdot \\
& \|Q_i^{-\frac{1}{2}}\| \|Q_i^{\frac{1}{2}} x_i\|^2 + \\
& \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i B_i M_i(x_i) Q_i^{-\frac{1}{2}}\| \|Q_i^{\frac{1}{2}} x_i\|^2 = \\
& -(1 - \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i B_i\| \|R_i^{-1} B_i^T P_i (Q_i^{-\frac{1}{2}})\| - \\
& 2\|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i B_i M_i(x_i) Q_i^{-\frac{1}{2}}\| - \\
& 2\alpha_i \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i\| \|Q_i^{-\frac{1}{2}}\|) \|Q_i^{\frac{1}{2}} x_i\|^2.
\end{aligned}$$

由于 $W^T(x) + W(x)$ 在区域 Ω 上正定, 所以 $W_{ii} > 0, i = 1, 2, \dots, N$, 这样 $\dot{V}_i$ 在区域 Ω_i 上负定, 问题1可解.

对于系统(4)构造Lyapunov函数

$$V(x_1, x_2, \dots, x_N) = \sum_{i=1}^N x_i^T P_i x_i.$$

结合式(8)(9), 把 $V(x_1, x_2, \dots, x_N)$ 沿闭环系统(4)的轨迹对 t 求导得

$$\begin{aligned}
\dot{V} = & \sum_{i=1}^N x_i^T [P_i B_i R_i^{-1} B_i^T P_i - P_i B_i B_i^T P_i - \\
& Q_i + \beta_i^2 I] x_i + \sum_{i=1}^N x_i^T P_i \Delta f_i(x_i) + \\
& \sum_{i=1}^N 2x_i^T P_i B_i [\sigma_i(-R_i^{-1} B_i^T P_i C_i^+ y_i) + f_i(x_i) + \\
& \Delta g_i(x_i)] + \sum_{i=1}^N 2x_i^T P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N R_{ij}(x_j) x_j = \\
& - \sum_{i=1}^N x_i^T Q_i x_i + \sum_{i=1}^N 2x_i^T P_i B_i [\frac{1}{2} R_i^{-1} F_i C_i x_i + \\
& \sigma_i(-R_i^{-1} F_i C_i x_i)] + \sum_{i=1}^N 2x_i^T P_i \sum_{j=1, j \neq i}^N R_{ij}(x_j) x_j + \\
& \sum_{i=1}^N x_i^T P_i B_i f_i(x_i) + \sum_{i=1}^N x_i^T P_i \Delta f_i(x_i) + \\
& \sum_{i=1}^N (x_i^T P_i B_i \Delta g_i(x_i) - x_i^T \beta_i^2 I x_i - x_i^T P_i B_i B_i^T P_i x_i).
\end{aligned}$$

结合式(10)~(13)和引理2

$$\begin{aligned}
\dot{V} \leq & - \sum_{i=1}^N \{ (1 - \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i B_i\| \|R_i^{-1} B_i^T P_i (Q_i^{-\frac{1}{2}})\| - \\
& 2\|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i B_i M_i(x_i) Q_i^{-\frac{1}{2}}\| - 2\alpha_i \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i\| \cdot \\
& \|Q_i^{-\frac{1}{2}}\|) \|Q_i^{\frac{1}{2}} x_i\|^2 - \\
& 2 \sum_{j=1, j \neq i}^N \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i R_{ij}(x_j) Q_j^{-\frac{1}{2}}\| \cdot \\
& \|(Q_i^{\frac{1}{2}}) x_i\| \|(Q_j^{\frac{1}{2}}) x_j\| \} = -\frac{1}{2} Y^T (W^T(x) + W(x)) Y.
\end{aligned}$$

其中 $Y = [\|(Q_1^{\frac{1}{2}}) x_1\| \|(Q_2^{\frac{1}{2}}) x_2\| \dots \|(Q_N^{\frac{1}{2}}) x_N\|]$. 由 $W^T(x) + W(x)$ 在区域 Ω 上的正定性, $\dot{V}$ 在区域 Ω 上是负定. 所以系统(4)在区域 Ω 上关于 $x = 0$ 渐近稳定. 证毕.

注2 镇定域 Ω 的大小由 $W^T(x) + W(x)$ 的正定性可估计, 而且可通过适当选择正定阵 Q_i, R_i 来调节.

推论1 假设系统(1)满足假设1~3, 且存在常值矩阵 L_{ij}, L_i , 使得对所有 $x_j \in \Omega_j$ 有

$$\begin{aligned}
& |(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i R_{ij}(x_j) Q_j^{-\frac{1}{2}}| \leq L_{ij}, \\
& |(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i B_i M_i(x_i) Q_i^{-\frac{1}{2}}| \leq L_i, \\
& i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j.
\end{aligned}$$

如果 $W^T + W$ 正定, 其中 $W = (W_{ij})_{N \times N}$:

$$W_{ij} = \begin{cases} 1 - \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i B_i\| \|R_i^{-1} B_i^T P_i Q_i^{-\frac{1}{2}}\| - \\ 2 \|L_i\| - 2\alpha_i \|(Q_i^{-\frac{1}{2}})^T P_i\| \|Q_i^{-\frac{1}{2}}\|, & i = j; \\ -2\|L_{ij}\|, & i \neq j. \end{cases}$$

则分散输出反馈

$$u_i = -R_i^{-1} B_i^T P_i C_i^+ y_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

使问题1和问题2可解. 这里 Q_i, R_i 根据需要选择, $\lambda_{\min}(R_i^{-1}) > 1$, P_i 由式(7)确定; $R_{ij}(x_i), M_i(x_i)$ 由式(6)确定.

下面讨论系统(2). 由于系统(2)的相似性, 可以获得镇定的简单充分条件.

定理 2 设系统(2)是满足假设1~3的非线性相似组合大系统, 取 $\beta = \max \beta_i, \alpha = \max \alpha_i, 1 \leq i \leq N$. 并且 $W^T(x) + W(x)(W(x) = (W_{ij}(x_j))_{N \times N})$ 是区域 Ω 上的正定阵, 其中

$$W_{ij}(x_j) = \begin{cases} 1 - \|(Q^{-\frac{1}{2}})^T P B\| \|R^{-1} B^T P Q^{-\frac{1}{2}}\| - \\ 2\alpha \|(Q^{-\frac{1}{2}})^T P\| \|Q^{-\frac{1}{2}}\| - \\ 2\|(Q^{-\frac{1}{2}})^T P B M_i(x_i) Q^{-\frac{1}{2}}\|, & i = j; \\ -2\|(Q^{-\frac{1}{2}})^T P R_{ij}(x_i) Q^{-\frac{1}{2}}\|, & i \neq j. \end{cases}$$

这里: Q, R 为正定阵, $\lambda_{\min}(R^{-1}) > 1$, P 由式(7)确定; $R_{ij}(x_j), M_i(x_i)$ 由式(6)确定. 则分散输出反馈

$$u_i = -R^{-1} B^T P C^+ y_i, \quad i = 1, 2, \dots, N$$

使问题1和问题2可解.

证明同定理1.

分散鲁棒镇定控制器的设计步骤:

- 1) 由引理2确定 $R_{ij}(x_j)$ 和 $M_i(x_i)$.
- 2) 根据需要选取正定阵 Q_i 和 R_i , 求出Riccati方

程(7)的正定解 P_i .

3) 由 $W^T(x) + W(x)$ 的正定性估计出区域 Ω .

4) 设计分散鲁棒镇定控制器(9) ($1 \leq i \leq N$).

4 结论(Conclusion)

本文考虑了一类具有输入饱和的不确定非线性关联大系统及一类具有输入饱和的不确定非线性相似关联大系统的分散输出反馈鲁棒镇定问题, 利用Riccati方程的变换形式和矩阵Moore-Penrose逆, 设计出一种分散输出反馈鲁棒镇定控制器.

参考文献(References):

- [1] HASSAN K K, FARZAD E. Semi-global stabilization of a class of nonlinear systems using output feedback[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1993, 38(9): 1412 - 1415.
- [2] ZHENG D Z. Decentralized output stabilization of interconnected systems using out feedback [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(11): 1297 - 1300.
- [3] SANDEEP J, FARSHAD K. Decentralized adaptive control of a class of large-scale interconnected nonlinear systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 42(2): 136 - 154.
- [4] SABERI A, LIN Z, TEEL A R. Control of linear systems with saturating actuator[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(3): 368 - 378.
- [5] LI B, CHEN B S, WANG S S. The stability of feedback control with nonlinear saturating: Time domain approach[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1988, 33(5): 483 - 487.
- [6] ZHAI Ding, ZHANG Qingling. Decentralized control for composite systems with input saturation[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(2): 280 - 282.
- [7] YANG G H, ZHANG S Y. Stability for large-scale composite systems with similarity[J]. *Automatica*, 1995, 31(2): 337 - 340.
- [8] BANKS S P, ALJURANI S K. Lie algebra and stability of nonlinear systems[J]. *Int J Control*, 1994, 60(3): 315 - 329.

作者简介:

马跃超 (1963—), 男, 博士研究生, 研究领域为鲁棒控制、广义系统、复杂系统, E-mail: myc6363@126.com;

张庆灵 (1956—), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为广义系统、鲁棒控制.