

文章编号: 1000-8152(2007)06-0969-04

改进量子进化算法及其在物流配送路径优化问题中的应用

高 辉, 徐光辉, 王哲人

(哈尔滨工业大学 交通科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150090)

摘要: 量子进化算法的性能直接受量子旋转门旋转角计算方法的影响. 文中提出一种改进量子进化算法, 核心是设计了基于量子比特概率幅比值自适应计算量子旋转门旋转角的新方法, 算法具有收敛速度快和全局搜索能力强的特点. 通过 0/1 背包问题分析了新方法中相关参数对算法性能的影响, 并应用算法求解物流配送路径优化问题, 仿真表明改进量子进化算法性能优于量子进化算法和传统进化算法.

关键词: 进化算法; 量子进化算法; 量子旋转门; 0/1 背包问题; 物流配送

中图分类号: TP18 文献标识码: A

An improved quantum evolutionary algorithm and its application to a real distribution routing problem

GAO Hui, XU Guang-hui, WANG Zhe-ren

(School of Communication Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150090, China)

Abstract: The method of calculating the rotational angle of a quantum rotary gate plays an important role in the performance of quantum evolutionary algorithm(QEA). An improved quantum evolutionary algorithm(IQEA) is proposed, which adaptively calculates the rotational angle of quantum rotary gate based on the probability amplitude ratio of the corresponding states. Rapid convergence and good global search capability characterize the performance of IQEA. The influence of the relative parameter to the performance of IQEA is demonstrated on 0/1 knapsack problem, and then IQEA is applied to a real distribution routing problem, the results show that IQEA is superior to the previous quantum evolutionary algorithm and other conventional evolutionary algorithms.

Key words: evolutionary algorithm; quantum evolutionary algorithm; quantum rotary gate; 0/1 knapsack problem; physical distribution

1 引言(Introduction)

以遗传算法为代表的进化算法理论证明能从概率意义上以随机方式搜索到问题最优解, 但往往伴随着“早熟”和“停滞”现象. 为此, 人们借鉴量子计算的概念和原理, 提出量子进化算法(quantum evolutionary algorithm, QEA)^[1~3], QEA 基于量子比特构造量子染色体, 增加解的多样性, 以克服“早熟”现象, 利用量子旋转门进化量子染色体, 确保进化的方向性, 以避免“停滞”现象.

在 QEA 中, 量子旋转门旋转角的取值直接影响算法的收敛速度和搜索能力, 而通过查表方式给出的旋转角是不连续的、离散的, 对问题解空间的搜索具有跳跃性, 不够精细和全面, 并且费时. 为此, 提出根据量子比特概率幅比值以解析方式自适应计算量子旋转门旋转角的新方法, 以克服上述不足, 进而

形成改进量子进化算法(improved quantum evolutionary algorithm, IQEA), IQEA 收敛速度快, 全局搜索能力强. 通过对 0/1 背包问题的求解, 分析新方法中相关参数对 IQEA 性能的影响, 并得出相应参数的理想值. 最后, 通过对物流配送路径优化问题的求解, 表明 IQEA 的优良性能和求解实际问题的能力.

2 改进量子进化算法(IQEA)

2.1 量子进化算法(QEA)

在 QEA 中, 长度为 m 的量子染色体可描述为

$$\begin{bmatrix} \alpha_1 \cdots \alpha_i \cdots \alpha_m \\ \beta_1 \cdots \beta_i \cdots \beta_m \end{bmatrix}. \quad (1)$$

式中: α_i 和 β_i 分别是量子比特 $|0\rangle$ 态和 $|1\rangle$ 态的概率幅, 且满足归一化条件: $|\alpha_i|^2 + |\beta_i|^2 = 1, i = 1, \dots, m$. 一个量子染色体可以表征问题解空间中任意

解的叠加态,通过对量子染色体的随机测量,量子染色体以概率的形式坍塌到一个以二进制形式表示的解,量子染色体能很好地维持解的多样性. QEA采用量子旋转门作为进化策略,原理是使当前解逐渐逼近搜索到的最优解,将需要的结果以概率的形式增加,不需要的结果以概率的形式减弱,保证进化的方向性. 设算法进化到第 t 代时,群体为 $P(t) = \{p_1^t, \dots, p_N^t\}$,相应适应值为 $f(t) = \{f_1^t, \dots, f_N^t\}$,对于量子染色体 p_j^t 的第 i 个基因位 $(\alpha_i, \beta_i)^T$,经量子旋转门进化为 $(\alpha'_i, \beta'_i)^T$ 的过程可描述为

$$\begin{bmatrix} \alpha'_i \\ \beta'_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_i \\ \beta_i \end{bmatrix}. \quad (2)$$

式中 θ_i 为旋转角,由下式计算:

$$\theta_i = \Delta\theta_i s(\alpha_i, \beta_i)\pi. \quad (3)$$

式中 $\Delta\theta_i$ 和 $s(\alpha_i, \beta_i)$ 的取值见表1. $\Delta\theta_i$ 为量子旋转门旋转角的大小,控制算法的收敛速度,函数 $s(\alpha_i, \beta_i)$ 控制量子旋转门旋转角的方向,使算法向最优解方向搜索.

表1 函数 $s(\alpha_i, \beta_i)$ 和 $\Delta\theta_i$ 查询表

Table 1 Lookup table of $s(\alpha_i, \beta_i)$ and $\Delta\theta_i$

x_i	b_i	$f_x \geq f_b$	$s(\alpha_i, \beta_i)$				$\Delta\theta_i$
			$\alpha_i\beta_i > 0$	$\alpha_i\beta_i < 0$	$\alpha_i = 0$	$\beta_i = 0$	
0	0	F	0	0	0	0	0
0	0	T	0	0	0	0	0
0	1	F	0	0	0	0	0
0	1	T	+1	-1	0	0	0.05
1	0	F	+1	-1	0	± 1	0.01
1	0	T	-1	+1	± 1	± 1	0.025
1	1	F	-1	+1	± 1	0	0.005
1	1	T	-1	+1	± 1	0	0.025

表中: x_i 为 p_j^t 对应的二进制解 x 的第 i 位, b_i 为搜索到最优二进制解 b 的第 i 位, $f_x \geq f_b$ 表示解 x 优于解 b .

为避免由量子染色体坍塌为二进制解时,出现不变解的情况^[4],对式(2)中 $(\alpha'_i, \beta'_i)^T$ 作如下处理:

$$\begin{bmatrix} \alpha'_i \\ \beta'_i \end{bmatrix} = \begin{cases} (\sqrt{\varepsilon}, \sqrt{1-\varepsilon})^T, & |\alpha'_i|^2 \leq \varepsilon, \\ (\sqrt{1-\varepsilon}, \sqrt{\varepsilon})^T, & |\alpha'_i|^2 \geq (1-\varepsilon), \\ (\alpha'_i, \beta'_i)^T, & \text{其他.} \end{cases} \quad (4)$$

式中 ε 是一个较小的正数.

2.2 改进量子进化算法(IQEA)

QEA通过式(3)和表1给出的量子旋转门旋转角是不连续的、离散的,不利于对问题解空间的全面搜索,并且计算复杂度高,耗费机时.为此,提出量子旋转门旋转角计算的新方法,进而形成IQEA.

定义1 满足归一化条件的一对实数,构成一个量子比特的概率幅,记为 $(\alpha, \beta)^T$.

定义2 比值 γ_α 为一个量子比特基态 $|1\rangle$ 相对于基态 $|0\rangle$ 的概率幅的比率,当 $\alpha \neq 0$ 时,表示为

$$\gamma_\alpha = |\beta|/|\alpha|. \quad (5)$$

定义3 比值 γ_β 为一个量子比特基态 $|0\rangle$ 相对于基态 $|1\rangle$ 的概率幅的比率,当 $\beta \neq 0$ 时,表示为

$$\gamma_\beta = |\alpha|/|\beta|. \quad (6)$$

比值 γ_α 和 γ_β 反映了由概率幅构成的相平面中概率幅的相对关系,且互为倒数.基于上述定义,可设计旋转角 θ_i 计算公式:

$$\theta_i = \begin{cases} (F_1\theta_0 \exp(-(\gamma_{\alpha_i}))^{F_2}), & f_x \geq f_b \text{ 或 } x_i = b_i, \\ (-F_1\theta_0 \exp(-(\gamma_{\alpha_i}))^{-F_2}), & \text{其他,} \end{cases} \quad (7)$$

$$F_1 = \text{sgn}((x_i - 0.5)\alpha_i\beta_i), \quad (8)$$

$$F_2 = \text{sgn}(x_i - 0.5). \quad (9)$$

在式(7)中, F_1 控制旋转角的方向,使算法向着最优解的方向搜索; θ_0 为初始旋转角,是固定值,并与 F_2 和 γ_{α_i} 一起计算旋转角的大小,实现对算法性能的控制;在式(8)(9)中, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数.由式(7)~(9)计算的旋转角是连续的,对问题解空间的搜索更为全面和精细,并节约机时,同时,根据量子比特概率幅比值自适应计算旋转角,实现由算法的进化状态控制进化过程的目的.

2.3 初始旋转角对IQEA性能的影响(Influence of the initial rotation angle on IQEA)

在式(7)中, θ_0 的值直接影响算法的收敛速度和搜索能力^[5]. θ_0 过大,搜索网格就很大,减少解的多样性,易出现“早熟”现象;反之, θ_0 过小,搜索网格就很小,收敛速度会很慢,易出现“停滞”现象.为此,通过对0/1背包问题的求解讨论 θ_0 对算法性能的影响,最终确定一个适当的 θ_0 .

0/1背包问题 对于给定权值集合 w_i ,利润集合 p_i 及背包容量 C ,求一个二进制向量 $x = (x_1, \dots, x_m)$,并满足

$$\max f(x) = \sum_{k=1}^m p_k x_k \quad (10)$$

$$\text{s.t. } \sum_{i=1}^m w_i x_i \leq C. \quad (11)$$

式中 m 为各集合元素的个数.对于100项0/1背包问题,取背包容量 $C = 20$,测试数据采用权值和利润强相关性的数据集:

$$w_i = \text{uniformly random}[1, 10], \quad (12)$$

$$p_i = w_i + 5. \quad (13)$$

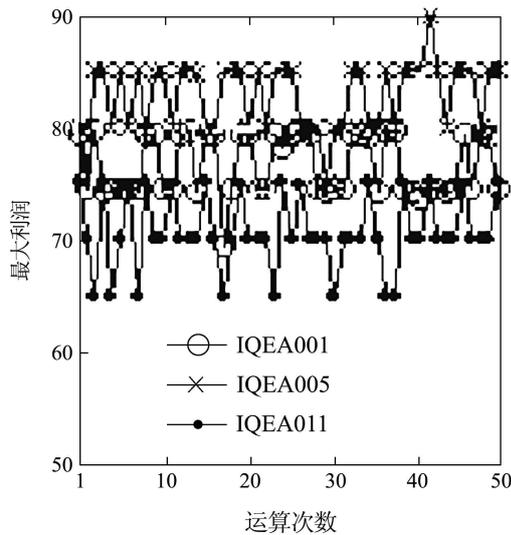
分别取 θ_0 为 $0.01\pi, \dots, 0.11\pi$ 等6个值,应用IQEA求

解问题, 相关参数: 群体规模 $N = 4$, $\varepsilon = 0.01$, 终止代数 $g = 1000$, 分别独立运行 50 次. 表 2 列出了运行结果统计数据, 图 1 对不同 θ_0 时算法性能进行了比较.

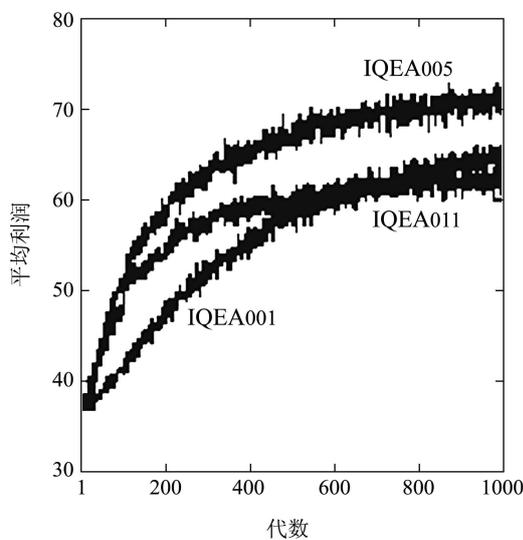
表 2 不同 θ_0 时算法运算结果

Table 2 Simulating results of IQEA with different θ_0

算法	θ_0	最优值	最差值	平均值	方差值
IQEA001	0.01π	84.98	74.98	80.57	2.9483
IQEA003	0.03π	74.77	64.97	71.55	3.1064
IQEA005	0.05π	89.99	74.98	82.76	3.0475
IQEA007	0.07π	74.99	64.98	71.65	2.7621
IQEA009	0.09π	79.98	69.96	76.05	2.5189
IQEA011	0.11π	84.98	74.98	80.57	2.9487



(a)



(b)

图 1 不同 θ_0 时算法性能比较

Fig. 1 Performance comparison of IQEA with different θ_0

由表 2 知, 当 $\theta_0 = 0.05\pi$ 时, 运算结果最优值明显高于其他 θ_0 时最优值, 表明算法具有更强的搜索能

力; 同时, 尽管运算结果方差值不是最小, 但平均值最大, 表明算法具有很好鲁棒性和较好的稳定性. 图 1(a) 描绘了不同 θ_0 时算法 50 次独立运行后最大利润分布情况. 可以看出, IQEA005 的最优解的质量最好. 图 1(b) 描绘了算法 50 次独立运行中群体平均利润平均值随代数的变化关系. 可以发现, 在整个进化过程中, IQEA005 的收敛速度和解的平均质量都是最优的, 能很好的兼顾解的多样性和收敛速度的平衡. 仿真试验表明: θ_0 值为 0.05π 比较理想.

3 IQEA 在物流配送路径优化问题中的应用 (Application of IQEA in the physical distribution routing problem)

物流配送路径优化问题是指从配送中心用多辆汽车向多个需求点送货, 每个需求点的位置和需求数量一定, 要求合理安排汽车路线, 使总运距最短或总费用最低并满足以下条件^[6]: 1) 每条配送路径上各需求点的需求量之和不超过汽车载重量; 2) 每条配送路径的长度不超过汽车一次配送的最大行驶距离; 3) 每个需求点的需求必须满足, 且只能由一辆汽车送货.

假设某物流配送中心有 5 辆汽车, 汽车载重量均为 8t, 一次配送的最大行驶距离均为 50km, 需要向 20 个客户送货, 物流配送中心的坐标为 (14.5km, 13.0km), 各客户的位置坐标 (km) 和需求数量 (t) 见表 3, 要求合理安排配送路线, 使配送总里程最短. 为了比较说明 IQEA 的性能, 采用不同的搜索方法求解算例.

表 3 需求点的位置坐标及需求点的需求量

Table 3 Location and demand of demand sites

客户编号	位置坐标	需求量	客户编号	位置坐标	需求量
1	(12.8, 8.5)	0.1	11	(6.7, 16.9)	0.9
2	(18.4, 3.4)	0.4	12	(14.8, 2.6)	1.3
3	(15.4, 16.6)	1.2	13	(1.8, 8.7)	1.3
4	(18.9, 15.2)	1.5	14	(17.1, 11.0)	1.9
5	(15.5, 11.6)	0.8	15	(7.4, 1.0)	1.7
6	(3.9, 10.6)	1.3	16	(0.2, 2.8)	1.1
7	(10.6, 7.6)	1.7	17	(11.9, 19.8)	1.5
8	(8.6, 8.4)	0.6	18	(13.2, 15.1)	1.6
9	(12.5, 2.1)	1.2	19	(6.4, 5.6)	1.7
10	(13.8, 5.2)	0.4	20	(9.6, 14.8)	1.5

1) 最优保留遗传算法 (OMGA): 群体规模 30, 染色体长度 23, 蒙特卡罗选择, 单点交叉, 交叉概率 0.95, 变异采用换位算子, 变异概率 0.05, 最优保留.

2) 改进遗传算法 (AGA): 群体规模 30, 染色体长度 23, 排序选择, 两点交叉, 交叉概率 0.95, 变异采用换位算子, 变异概率 0.05, 增加逆转算子, 最优保留.

3) 量子进化算法 (QEA): 群体规模 6, 量子染色体长度 115, $\varepsilon = 0.01$.

4) 改进量子进化算法(IQEA): 群体规模6, 量子染色体长度115, $\theta_0 = 0.05\pi$, $\varepsilon = 0.01$.

各种算法均独立运行50次, 每次终止代数1500, 运算结果统计数据如表4, 数据表明: IQEA求解的最优值优于QEA,OMGA和AGA, 表明IQEA具有更强的搜索能力, IQEA搜索到的最优解为107.84 km, 对应配送路径为0-4-3-17-11-20-0, 0-6-13-16-15-19-8-0, 0-5-14-2-12-9-10-7-1-0, 0-18-0. IQEA求解的平均值为113.91 km, 要优于QEA,OMGA和AGA, 同时, 相对于文献[6]求解的平均值122.00 km有较大的提高, 而IQEA所求解的方差要小于QEA,OMGA和AGA, 表明IQEA具有更好的鲁棒性和稳定性.

表4 运算结果

算法	最优值	最差值	平均值	方差值
IQEA	107.84	123.89	113.91	3.3287
QEA	114.06	129.97	120.51	4.5289
AGA	117.35	158.03	134.41	11.0315
OMGA	122.21	217.10	142.09	25.3175

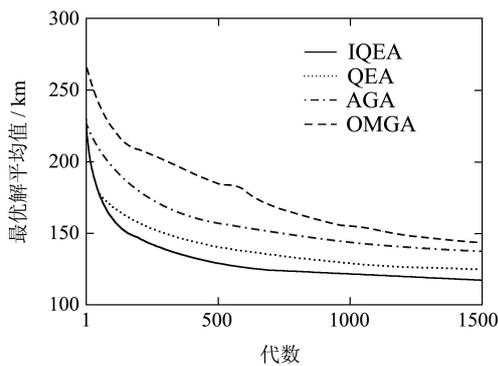


图2 不同算法的迭代过程

Fig. 2 Iteration of different algorithms

图2描绘了各算法在50次独立运算中最优解平均值随代数的变化情况, 从求解质量和收敛速度两个方面再次表明IQEA比QEA,OMGA和AGA具有更好的性能: 一方面, 在整个进化过程中, IQEA和QEA的求解质量明显要优于OMGA和AGA, 而IQEA的求解质量要优于QEA; 另一方面, IQEA和QEA的收敛速度都要优于OMGA和AGA, 同时, 虽然IQEA和QEA在进化初始阶段收敛速度几乎相同, 但随着进化代数的增加, IQEA的收敛速度明显高于QEA. 更值得注意的是, 尽管IQEA和QEA的群体规模小于OMGA和AGA, 但性能却优于OMGA和AGA, 原

因在于量子进化算法使用量子染色体, 增加了了解的多样性, 量子旋转门作为进化策略, 充分利用了群体进化的历史信息, 加快收敛速度, 提高了全局搜索能力. 而IQEA的性能优于QEA, 原因在于IQEA采用计算量子旋转门旋转角的新方法, 实现了了解的多样性和收敛速度的平衡.

4 结论(Conclusion)

文中根据量子比特概率幅比值设计了以解析方式自适应计算量子旋转门旋转角的新方法, 进而形成改进量子进化算法, 算法具有收敛速度快, 全局搜索能力强等特点. 通过求解0/1背包问题给出了新方法中相关参数的理想值, 并通过对物流配送路径优化问题的求解, 表明IQEA比QEA,AGA和OMGA具有更好的性能.

参考文献(References):

- [1] HAN K H, KIM J H. Quantum-inspired evolutionary algorithm for a class of combinatorial optimization[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2002, 6(6): 580 – 593.
- [2] HAN K H, KIM J H. Genetic quantum algorithm and its application to combinatorial optimization problems[C]//*Proc of 2000 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway, USA: IEEE Press, 2000, 7: 1354 – 1360.
- [3] HAN K H, KIM J H. On setting the parameters of quantum-inspired evolutionary algorithm for practical application[C]//*Proc of 2003 IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway, USA: IEEE Press, 2003, 12: 178 – 184.
- [4] HAN K H, KIM J H. Quantum-inspired evolutionary algorithms with a new termination criterion, H_e gate, and two-phase scheme[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2004, 8(2): 156 – 168.
- [5] ZHANG G X, JIN W D, HU L Z. Quantum evolutionary algorithm for multiobjective optimization problems[C]//*Proc of 2003 IEEE, Int Symposium on Intelligent Control*. Houston, Texas: IEEE Press, 2003, 10: 703 – 708.
- [6] 郎茂祥, 胡思继. 用混合遗传算法求解物流配送路径优化问题的研究[J]. *中国管理科学*, 2002, 10(5): 51 – 56.
(LANG Maoxiang, HU Siji. Study of the optimization of physical distribution routing problem by using hybrid genetic algorithm[J]. *Chinese J of Management Science*, 2002, 10(5): 51 – 56.)

作者简介:

高 辉 (1969—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为智能控制、智能交通和交通运输工程等, E-mail: zr_gh@sina.com;

徐光辉 (1964—), 男, 副教授, 目前研究方向为道路交通系统动力学与城市轨道交通等, E-mail: Highx@163.com;

王哲人 (1935—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为道路工程等, E-mail: wzr@163.com.