

基于幂函数载波的混沌退火搜索算法

修春波¹, 张雨虹², 顾盛娜¹

(1. 天津工业大学 自动化系, 天津 300160; 2. 唐山学院 信息工程系, 河北 唐山 063000)

摘要: 提出了一种用于求解组合优化问题的混沌优化策略. 在寻优过程中, 利用混沌搜索的方法确定解矩阵的变化位置, 使得解矩阵在合法解空间内不断遍历寻优. 为提高混沌搜索的充分性和遍历性, 混沌载波采用幂函数载波的方式, 并结合模拟退火的思想来确保算法具有跳出局部极小到达全局最优的遍历寻优能力. 该算法可用于多种实际工程问题的求解中. 仿真结果验证了该算法的有效性.

关键词: 混沌搜索; 模拟退火; 幂函数载波; 组合优化

中图分类号: TP301.6 **文献标识码:** A

Chaos annealing searching algorithm based on power function carrier

XIU Chun-bo¹, ZHANG Yu-hong², GU Sheng-na¹

(1. Department of Automation, Tianjin Polytechnic University, Tianjin 300160, China;

2. Department of Information Engineering, Tangshan College, Hebei Tangshan 063000, China)

Abstract: Chaos searching strategy for combination optimization problem is proposed. In the process of optimization, the operation position of the solution matrix can be determined by chaos search, which makes the algorithm search the optimization result in the legal solution space. The power function carrier is adopted to improve the ergodicity and the sufficiency of the chaos optimization, and the simulated annealing is implemented to improve the optimization effect, therefore, the algorithm can get rid of the local minimum and reach the global minimum. The algorithm can be applied to solve many actual engineering problems. The simulation results prove the validity.

Key words: chaos searching; simulated annealing; power function carrier; combination optimization

1 引言(Introduction)

大量的实际工程问题最终都可转换为优化问题进行求解^[1,2]. 混沌的遍历性, 随机性等独特的优点, 在函数优化计算中显示出优越的性能^[3,4]. 而对于组合优化问题, 一般则要采用神经网络或模拟退火等方法才能进行求解^[5]. 为此, 本文提出了一种针对组合优化问题的混沌优化策略, 结合模拟退火思想可以很好地解决各种实际工程问题.

2 混沌优化策略(Chaos searching strategy)

2.1 问题描述(Problem formulation)

一般组合优化问题解的形式都可用矩阵来表示. 例如, 旅行商问题(TSP)是组合优化中的经典问题, 该问题的解矩阵 $V = \{v_{ij}\}$ 可表示为每行每列都只有一个1的方阵形式, 其中 $v_{ij} = 1$ 表示第 j 次经过第 i 个城市, $v_{ij} = 0$ 表示第 j 次不经过第 i 个城市. 为表示方便, 称 n 阶单位矩阵 $E = (e_1, e_2, \dots, e_n)$ 的列向量为单位坐标向量. 则 n 城市TSP问题的解矩阵 V

就可由这 n 个单位坐标向量排列组成. 例如对于A, B, C, D, E的5城市TSP问题, 如解矩阵 $V = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5) = (e_3, e_1, e_5, e_2, e_4)$, 则所走的距离为 $d = d_{CA} + d_{AE} + d_{EB} + d_{BD} + d_{DC}$.

为求解问题方便, 定义两种解矩阵操作. 设当前解矩阵为

$$V = [v_1, v_2, \dots, v_{i-1}, v_i, v_{i+1}, \dots, v_{j-1}, v_j, v_{j+1}, \dots, v_n].$$

其中 v_i 为列向量.

定义 1 ij 行(列)交换操作: 将矩阵的第 i 行(列)与第 j 行(列)互换.

例如, 原解矩阵进行 ij 列交换操作后结果为

$$V' = [v_1, v_2, \dots, v_{i-1}, v_j, v_{i+1}, \dots, v_{j-1}, v_i, v_{j+1}, \dots, v_n].$$

定义 2 ij 行(列)移位操作: 将矩阵的第 i 行(列)从矩阵中抽出, 第 $i-1$ 及之前的行(列)依次后移一

行(列)后,再将第 j 及之前的行(列)向前移1行(列),将抽出的第 i 行(列)放在原第 j 行(列)的位置上.

例如,原解矩阵进行 ij 列移位操作后结果为

$$V'' = [v_1, v_2, \dots, v_{i-1}, v_{i+1}, \dots, v_{j-1}, v_j, v_i, v_{j+1}, \dots, v_n].$$

根据矩阵理论,可得如下定理:

定理 1 TSP问题的任意一个合法解都可经过多次交换(或移位)操作转换为单位阵;同样,单位阵经过多次交换(或移位)操作可转换为任意合法解的形式.

证 由于 n 城市TSP问题的当前任意合法解 V 是由 n 个单位坐标向量的不同排列组成的.因此可将 V 中的 e_i 与第 i 列进行交换(或移位)操作, $i = 1, 2, \dots, n$.从而可将当前解矩阵 V 转换为单位阵 E .而对于单位阵 E ,按照上述相反的顺序进行交换(或移位)操作,则可转换为当前合法解 V .

证毕.

推论 1 TSP问题的任意一个合法解都可通过某给定的合法解经过多次交换(或移位)操作得到.

2.2 混沌优化算法(Chaos optimization algorithm)

根据上述定理,可将TSP问题的当前解初始化为任一合法解,然后将“交换”和“移位”两种操作看作寻优手段(分别以概率 p 和 q 来选取,且 $p + q = 1$),利用混沌搜索确定操作位置,从而实现优化问题的求解.算法框图如图1所示,其中 $\gamma > 1$ 为逃逸系数, J^* , J_{n+1} , J_n 分别为当前最优指标值、当前和上次寻优指标值, V_{n+1} 和 V_n 分别为当前和上次寻优结果.混沌发生机制选择式(1)的Logistic映射.其中 $\mu = 4.0$ 时,系统处于混沌状态:

$$x_{n+1} = \mu x_n(1 - x_n). \quad (1)$$

由于上述Logistic映射产生的混沌序列在 $(0,1)$ 区间内搜索的概率是不同的,根据皮隆-佛洛本纽斯方程可知,其轨道概率密度函数为

$$\rho(x) = \frac{1}{\pi(x(1-x))^{1/2}}, \quad x \in [0, 1]. \quad (2)$$

因此,为了提高混沌搜索的充分性和遍历性,可采用文献[4]中的幂函数载波方式实现混沌载波,即

$$x'_n = \begin{cases} x_n^s, & x_n \in [0, a], \\ x_n, & x_n \in [a, b], \\ x_n^t, & x_n \in [b, 1]. \end{cases} \quad (3)$$

其中: $0 < a < b < 1$, $0 < s < 1$, $t > 1$, x_n 为由式(1)产生的混沌变量, x'_n 为幂函数载波后获得的混沌变量.经过上述操作,可提高混沌序列在 $(0,1)$ 区间内搜索的均匀性,从而提高寻优效率.

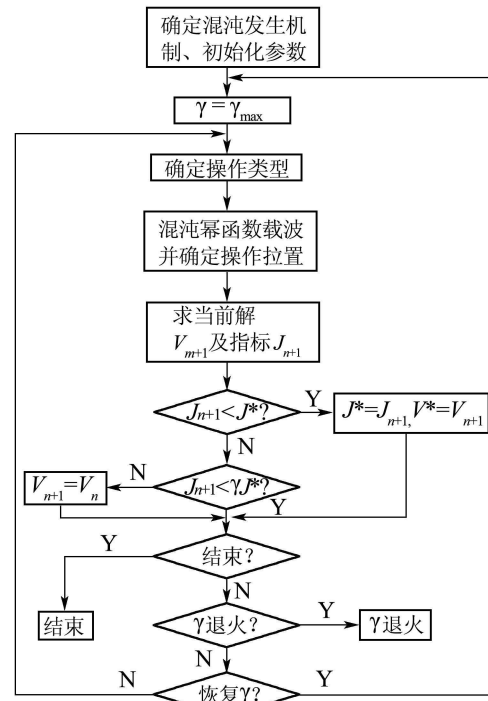


图1 混沌优化策略算法框图

Fig. 1 Flow chat of chaos optimization strategy

解矩阵操作位置 i 和 j 利用式(4)(5)求取

$$i = [x'_{n+1} \cdot \text{CityNumber}] + 1, \quad (4)$$

$$j = [x'^2_{n+1} \cdot \text{CityNumber}] + 1. \quad (5)$$

操作符“ $[\cdot]$ ”为取整操作. x'_{n+1} 和 x'^2_{n+1} 为经过幂函数载波后的混沌变量,其值仍在 $(0,1)$ 区间内,因此上式取整加1后, i, j 都为1至 CityNumber 之间的整数.

算法利用混沌搜索的方法确定对解矩阵 V 的操作位置,每一次操作相当于寻找到解空间中的一个可能解.幂函数载波操作以及以不同的概率选择交换和移位操作增强了混沌搜索的充分性和遍历性.因为逃逸系数 $\gamma > 1$,所以当前指标可随机升高,从而使得算法不会停留在局部极小点,保证了算法具有跳出局部极小的能力,增强了算法全局寻优的能力.由于 J^* 在整个优化过程中不断减小,所以 γJ^* 也不断地减小,这样就保证了寻优指标在整个寻优过程中的总趋势是不断减小的,从而保证了算法的收敛性和有效性.

另外,由于算法本身属于单一机制的优化算法,即不具有并行性,每一时刻仅保留一个解,如果选用固定的逃逸系数 γ ,当问题的复杂度增加时,在求解过程中就容易丢失最优解.因此,对于中大规模的TSP问题,可结合模拟退火思想,对逃逸系数 γ 实行退火操作来提高算法的寻优效率.设定 $\gamma \in [\gamma_{\min}, \gamma_{\max}]$,在算法初期选用较大的逃逸系

数 $\gamma_{\max}$, 最优值连续若干次不变后, 则按文献[6]中的退火规律减小 γ 的值, 直到 $\gamma_{\min}$ 为止. 当再次达到指定迭代次数而最优值不变时, 说明算法进入了局部极小范围内, 这时重新设置逃逸系数为 $\gamma_{\max}$, 使得算法在当前搜索到的最优值基础上, 能够跳出局部极小, 增强算法的全局寻优和自适应能力. 重复上述操作, 直到达到指定循环次数为止.

3 仿真结果(Simulation results)

利用本文算法, 分别针对10城市、30城市、50城市以及75城市的TSP问题^[5]进行求解.

Hopfield网络对10城市TSP问题的寻优效率较低, 很难求得最优解^[5]. 而基于退火策略的混沌神经网络(ACNN)模型^[7]则具有较好的寻优性能, 但ACNN算法对参数变化很敏感, 较小的参数变化会严重影响寻优结果^[7]. 本文算法在50次实验中可全部求得最优解, 且寻优结果对参数变化不敏感, 参数在一定范围内变化不影响最终的寻优结果.

对于30城市TSP问题, ACNN算法的寻优效率明显下降^[7], 在50次实验中仅有15次求得最优解, 算法的波动率^[7]为6.27%, 而利用模拟退火算法(SA)则仅有3次求得最优解, 寻优结果波动率为10.47%^[5]. 与之相比较, 如果逃逸系数选择固定值, 本文算法在50次实验中有45次求得最优解, 波动率仅为0.638%, 如果对逃逸系数实行退火操作, 则50次实验全部可获得最优解. 可见, 对逃逸系数 γ 实施退火操作, 可进一步改善算法的寻优性能.

对于50城市TSP问题, 很多优化方法不再能够有效地求出最优解, 或者寻优结果波动率很大^[5]. 而本文算法在50次实验中有12次可以成功求得最优解427.855, 且波动率仅为0.862. 寻优性能远高于SA、ACNN等方法^[5]. 图2为当前最优解的指标(曲线1)与当前解的指标(曲线2)随更新次数变化的关系图.

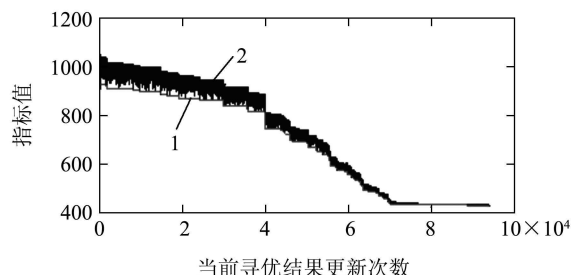


图2 寻优过程指标变化图

Fig. 2 Time-evolutions of optimization index

从图中可见, 由于逃逸系数 γ 的存在, 当前解的指标可在一定范围内随机地升高, 但当前最优解的指标始终保持不增状态, 这样随着寻优步数的增加, 最优值不断下降, 最终可求得最优解, 从而保证了算

法的收敛性.

对于75城市TSP问题, Fogel^[8]得到的最优解为549.18, 本文算法最终得到的最优解为543.45, 优于Fogel所求结果, 该解如图3所示.

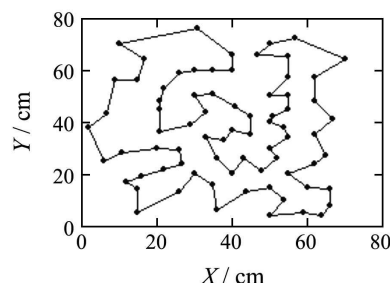


图3 75城市TSP问题所求结果

Fig. 3 Optimization solution for 75 cities TSP

4 实际问题中的应用(Application in engineering problems)

4.1 特征点匹配(Feature points matching)

特征点匹配是目标识别中的关键技术. 本文采用文献[9]中的方法来计算各像素点的特征值. 根据实际问题的需要, 可选模板图像的特征阈值大于目标图像的特征阈值, 这样, 模板图像中的 M 个特征点就都可在目标图像中的 N 个特征点中找到相应的匹配点. 因此, 寻优指标可定义为

$$E = A \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^N \sum_{j=1}^M \sum_{l=1}^N C_{ikjl} v_{ik} v_{jl}. \quad (6)$$

其中 $V = \{v_{ik}\}$ 为解矩阵, $v_{ik} \in (0, 1)$, $v_{ik} = 1$ 表示模板图像中的第 i 个特征点与目标图像中的第 k 个特征点相匹配; $v_{ik} = 0$ 表示这两个特征点不匹配.

$$C_{ikjl} = (d_{ij}^m - d_{kl}^o)^2. \quad (7)$$

d_{ij}^m 表示模板图像中第 i 个特征点与第 j 个特征点之间的距离, d_{kl}^o 表示目标图像中第 k 个特征点与第 l 个特征点之间的距离.

本文首先将解矩阵初始化为一个合法解(例如, 初始化模板图像第 i 个特征点与目标图像的第 i 个特征点相匹配, 即 $v_{ii} = 1, v_{ij} = 0, i \neq j$), 然后利用本文算法对解矩阵的列进行优化操作, 从而产生新的合法解并不断进行寻优, 最后就可解决上述优化问题, 同时避免了非法解的产生.

利用电视跟踪系统在10 min内采集到250帧图像. 利用本文算法可以完全正确地实现对这些图像中飞行目标的特征点匹配.

4.2 火力分配(Firepower distribution)

防空火力的最优分配是作战计划的重要内容. 假设防空兵群有 m 个火力单元, 空情显示有 n 个空袭目标. 目标 j 的威胁性系数为 ω_j , 第 i 个火力单元对第 j 个目标进行射击的毁伤概率(易损系数)为 e_{ij} . 火

力分配用矩阵 $V = \{v_{ij}\}$ 来描述, 这里 v_{ij} 表示对于第 j 个目标使用第 i 个火力单元的数量. 可将问题的寻优指标确定为逃脱火力打击目标的威胁度的数学期望最小, 即

$$J = \sum_{x=1}^n \omega_x \prod_{i=1}^m (1 - e_{ix})^{v_{ix}}. \quad (8)$$

对于该问题, 首先初始化一个合法解, (例如, 初始化所有的火力单元都打击第一个目标, 即 $v_{i1} = 1; v_{ij} = 0; i = 1, 2, \dots, m; j = 2, 3, \dots, n$), 然后利用混沌序列确定要分配的武器及分配的目标, 并进行不断寻优, 最后求得较好的分配方案. 以文献[10]中的实验数据为例, 本文可寻得较好的分配方案为

$$a(4), b(11, 13), c(3, 12), d(6), e(10), f(15), \\ g(9), h(1, 5), i(8), j(7), k(2, 14).$$

最终寻优指标为1.402, 小于文献[10]给出的两组结果(1.63和1.556), 且所用时间为0.092 s, 可以满足战时需要.

5 结论(Conclusions)

本文针对组合优化问题提出了一种混沌优化策略, 利用混沌搜索的方法, 确定解矩阵交换和移位操作的位置, 从而寻得问题的全局最优解. 由于混沌发生机制所产生的混沌序列在不同的区间内搜索概率不同, 为提高混沌搜索的充分性和遍历性, 混沌载波采用幂函数载波的方式, 从而提高了寻优效率, 逃逸系数保证了算法具有了跳出局部极小到达全局最优的能力. 对逃逸系数实行退火操作可进一步提高算法的寻优能力. 同时该算法避免了神经网络等优化算法所存在的非法解的问题. 大量实验结果验证了该算法的有效性.

参考文献(References):

- [1] 李茂军, 罗安, 童调生. 人工免疫算法及其应用研究[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(2): 153 – 157.
(LI Maojun, LUO An, TONG Tiaosheng. Artificial immune algorithm and its applications[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(2): 153 – 157.)

- [2] 刘洪杰, 王秀峰. 多峰搜索的自适应遗传算法[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(2): 302 – 304.
(LIU Hongjie, WANG Xiufeng. Adaptive genetic algorithm for multi-peak searching[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(2): 302 – 304.)
- [3] 修春波, 刘向东, 张宇河. 混沌优化与模糊控制在混沌控制中的应用[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(1): 63 – 66.
(XIU Chunbo, LIU Xiangdong, ZHANG Yuhe. Applications of optimization and fuzzy control in chaos control[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(1): 63 – 66.)
- [4] 唐巍. 基于幂函数载波的混沌优化方法及其应用[J]. 控制与决策, 2005, 20(9): 1043 – 1046.
(TANG Wei. Chaotic optimization method based on power function carrier and its applications[J]. *Control and Decision*, 2005, 20(9): 1043 – 1046.)
- [5] 王凌. 智能优化算法及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
(WANG Ling. *Intelligent Optimization Algorithms with Applications*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2001.)
- [6] 翁妙凤, 高晶. 基于退火策略的混沌神经网络及其在TSP中的应用[J]. 小型微型计算机系统, 2002, 23(5): 574 – 576.
(WENG Miaofeng, GAO Jing. Chaotic neural network based on annealing strategy and their application to TSP[J]. *Mini-Micro System*, 2002, 23(5): 574 – 576.)
- [7] 王凌, 郑大钟. 一种基于退火策略的混沌神经网络优化算法[J]. 控制理论与应用, 2000, 17(1): 139 – 142.
(WANG Ling, ZHENG Dazhong. A kind of chaotic neural network optimization algorithm based on annealing strategy[J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(1): 139 – 142.)
- [8] FOGEL D B. Applying evolutionary programming to selected traveling salesman problems[J]. *Cybernetics and System*, 1993, 24(1): 27 – 36.
- [9] NASRABADI N M, CHOO C Y. Hopfield network for stereo vision correspondence[J]. *IEEE Trans on Neural Network*, 1992, 3(1): 5 – 13.
- [10] 康英军, 李为民, 李续武. Hopfield神经网络的防空火力最优分配问题[J]. 火力与指挥控制, 2003, 28(6): 35 – 37.
(KANG Yingjun, LI Weimin, LI Xuwu. A study of the optimal aerial defense firepower distribution based on HNN[J]. *Fire Control and Command Control*, 2003, 28(6): 35 – 37.)

作者简介:

修春波 (1978—), 男, 博士, 目前研究方向为智能优化计算等,

E-mail: xiuchunbo@tjpu.edu.cn;

张雨虹 (1978—), 女, 硕士, 目前研究方向为智能信息处理等;

顾盛娜 (1984—), 女, 硕士, 目前研究方向为复杂系统建模等.