文章编号: 1000−8152(2008)02−0075−06

基于T-S模型的非线性时滞系统非脆弱保性能模糊控制

殷培强, 俞 立, 郑 科

(浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310032)

摘要: 针对一类用 T-S 模糊模型描述的非线性时滞系统, 采用状态反馈的并行分布补偿方法, 研究其保守性较小的非脆弱保性能模糊控制问题, 使闭环系统在控制器存在加性摄动的情况下, 其闭环性能指标值低于确定的上界. 利用线性矩阵不等式处理方法, 导出了非脆弱保性能模糊控制律的存在条件, 通过建立和求解一个线性矩阵不等式问题, 给出了非脆弱保性能模糊控制律的设计方法. 仿真结果表明了所提出方法的有效性.

关键词: 模糊时滞系统; 非脆弱控制; 线性矩阵不等式; 保性能控制

中图分类号: TP273.4 **文献标识码**: A

T-S model-based non-fragile guaranteed cost fuzzy control for nonlinear time-delay systems

YIN Pei-qiang, YU Li, ZHENG Ke

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310032, China)

Abstract: This paper is concerned with the non-fragile guaranteed cost control problem for a class of nonlinear time-delay systems described by T-S fuzzy model. The objective is to design a more relaxed non-fragile guaranteed cost state feedback controller via the parallel distributed compensation (PDC) approach such that the closed-loop system is asymptotically stable and the closed-loop performance is no more than a certain upper bound in the presence of the additive controller gain perturbations. A sufficient condition for the existence of such non-fragile guaranteed cost controllers is derived via the linear matrix inequality (LMI) approach. The design problem of the non-fragile guaranteed cost fuzzy controller is formulated as an LMI problem, which can be efficiently solved with the existing convex optimization techniques. Finally, the simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: fuzzy time-delay systems; non-fragile control; linear matrix inequality; guaranteed cost control

1 引言(Introduction)

通常在控制器的离线设计时, 都假定控制器能精确计算控制信号. 然而在系统实际运行过程中, 这一条件并不总是能够得到满足. 控制器由于受到各种干扰因素而存在不确定性的部分. 比如计算机字长的限制, 模–数和数–模信号转换的固有误差等. 通常的鲁棒控制器能有效处理控制对象的不确定性, 但对控制器本身的不确定性却很敏感, 或者说很脆弱[1]. 因而需要设计能处理控制器不确定性的非脆弱控制器. 近年来, 针对线性系统的非脆弱控制研究取得了一系列成果[2~5], 但对非线性系统的非脆弱控制问题仍缺少有效的解决方法. 另外, 时滞现象广泛存在于化学过程, 液压和轧制过程控制等实际系统中, 并且是造成系统性能下降甚至不稳定的原因之一. 故近年来时滞系统已成为控制理论的研究热点之一. 文[6]研究了具有结构不确定性的时滞系统最优非脆弱保性能控制, 文[7]研究了不确定广义时滞系统的非脆弱保性能控制问题, 考虑了状态和输入都存在时滞的情况, 文[8]对一类不确定动态多时滞系统提出了针对可加性摄动的非脆弱保性能控制律的设计方法, 文[9]对一类不确定离散时滞广义系统提出了针对可乘性摄动和加性摄动的非脆弱鲁棒控制律的设计方法. 然而, 针对非线性时滞系统的非脆弱控制结果较少. 因此本文研究一类基于T-S模型的非线性时滞系统非脆弱控制问题.

对一个非线性系统, 可以用一个T-S模糊模型来近似[10], 并能达到任意精度[11,12], 本文针对一类用T-S模糊模型描述的非线性时滞系统, 考虑控制器存在加性摄动的情况下, 研究其保守性较小的非脆弱保性能控制问题, 提出了具有非脆弱特性的保性

收稿日期: 2005−11−29; 收修改稿日期: 2006−6−23.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60525304); 国家“863”基金资助项目(2006AA04Z178).

能模糊控制律设计方法, 进而通过实例仿真验证了所提出方法的有效性.

在全文中, $\begin{bmatrix} U & V \\ * & W \end{bmatrix}$表示分块对称矩阵$\begin{bmatrix} U & V \\ V^{\mathrm{T}} & W \end{bmatrix}$, 其中 U 和 W 是对称矩阵.

2 问题的描述(Problem statement)

考虑如下具有状态和输入时滞的T-S模糊模型[8]:

Model Rule i:

IF $z_1(t)$ is M_{i1} and $\cdots$ and $z_p(t)$ is M_{ip} THEN

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + A_{id} x(k-\tau_1) + B_i u(t) + \\ \qquad B_{id} u(t-\tau_2), i = 1, 2, \cdots, r, \\ x(t) = \psi(t), \qquad -\tau_1 \leqslant t \leqslant 0, \\ u(t) = 0, \qquad -\tau_2 \leqslant t \leqslant 0, \end{cases} \tag{1}$$

其中: M_{ij} 是模糊集合, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 和 $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 分别是系统的状态和控制向量, $0 \leqslant \tau_1 < \infty, 0 \leqslant \tau_2 < \infty$ 分别为系统的状态和控制输入的滞后时间, $\psi(t)$ 是系统状态的初始值, $z_1(t), \cdots, z_p(t)$ 是已知的前提变量, 可以是状态变量的函数, 外部扰动等, r 是模型规则数, A_i 和 B_i 是适当维数的已知常数矩阵. 用中心平均法解模糊, 可得系统模型:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum\limits_{i=1}^{r} w_i(z(t))\varPhi}{\sum\limits_{i=1}^{r} w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))\varPhi_i. \tag{2}$$

其中:

$$\varPhi_i = A_i x(t) + A_{id} x(t-\tau_1) + B_i u(t) + B_{id} u(t-\tau_2),$$
$$w_i(z(t)) = \prod_{j=1}^{p} M_{ij}(z_j(t)),$$
$$z(t) = [z_1(t), \cdots, z_p(t)]^{\mathrm{T}},$$
$$h_i(z(t)) = w_i(z(t)) / \sum_{i=1}^{r} w_i(z(t)),$$

$M_{ij}(z_j(t))$是$z_j(t)$对于M_{ij}的隶属度, 并且

$$\sum_{i=1}^{r} h_i(z(t)) = 1.$$

假定系统的状态可以直接测量得到, 采用PDC结构的模糊控制器[12], 并考虑其非脆弱性, 令 $\varOmega_i$ 表示第i个子系统对应的控制律:

$\varOmega_i$ IF $z_1(t)$ is M_{i1} and $\cdots$ and $z_p(t)$ is M_{ip} THEN

$$u(t) = -(F_i + \Delta F_i) x(t), \quad i = 1, \cdots, r,$$

其中: F_i为要设计的状态反馈增益矩阵, ΔF_i 为控制器增益的加性摄动, 具有结构形式$\Delta F_i = D_c \Delta_c E_{fi}$, D_c, E_{fi}是反映不确定性结构的常数矩阵, $\Delta_c(t) \in \mathbb{R}^{l \times j}$是满足$\Delta_c^{\mathrm{T}}(t)\Delta_c(t) \leqslant I$的不确定矩阵. 则整个系统的控制律为

$$u(t) = \frac{\sum\limits_{i=1}^{r} w_i(z(t))(F_i + \Delta F_i) x(t)}{\sum\limits_{i=1}^{r} w_i(z(t))} = \sum_{i=1}^{r} h_i(z(t))(F_i + \Delta F_i) x(t). \tag{3}$$

相应的闭环系统为

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(z(t)) h_j(z(t)) \{[A_i - B_i(F_j + \Delta F_j)] x(t) + A_{id} x(t-\tau_1) - B_{id}(F_j + \Delta F_j) x(t-\tau_2)\}. \tag{4}$$

对系统(1), 定义如下的性能指标

$$J = \int_0^{\infty} [x^{\mathrm{T}}(t) W_1 x(t) + u^{\mathrm{T}}(t) W_2 u(t)] \mathrm{d}t. \tag{5}$$

其中W_1和W_2为正定的加权矩阵. 本文的目的是设计状态反馈增益矩阵F_i, 使得对所有允许的不确定性, 闭环系统(4)是渐近稳定的, 且闭环性能指标满足$J \leqslant J^*$. 其中J^*是某个确定的常数. 称具有这样性质的控制律是不确定系统(1)和性能指标(5)的一个非脆弱保性能模糊控制律.

3 主要结论(Main results)

引理1[12] 对任意适当维数的向量x_1, x_2和矩阵Y, 有如下不等式成立:

$$x_1^{\mathrm{T}} Y x_2 + x_2^{\mathrm{T}} Y^{\mathrm{T}} x_1 \leqslant x_1^{\mathrm{T}} Y R^{-1} Y^{\mathrm{T}} x_1 + x_2^{\mathrm{T}} R x_2,$$

其中R是任意的对称正定矩阵.

引理2[12] 假设在任何t时刻, 被激活的模糊规则数小于或等于s, $1 \leqslant s \leqslant r$, 则有

$$\sum_{i=1}^{r} h_i^2(z(t)) - \frac{1}{s-1} \sum_{j=1}^{r} 2 h_i(z(t)) h_j(z(t)) \geqslant 0.$$

针对闭环系统(4)和性能指标(5), 利用引理2将文献[12]的定理59推广到保守性更小的保性能控制问题, 可得如下结论:

定理 1 对于式(4)所描述的闭环系统, 若存在对称正定矩阵P, R_1, R_2和半正定矩阵Q_0 , 对所有允许的不确定性, 满足

$$\begin{aligned} & PG_{ii} + G_{ii}^{\mathrm{T}} P + P A_{id} R_1^{-1} A_{id}^{\mathrm{T}} P + R_1 + P R_2 P + \\ & P B_{id}(F_i + \Delta F_i) P^{-1} R_2^{-1} P^{-1} \times \\ & (F_i + \Delta F_i)^{\mathrm{T}} B_{id}^{\mathrm{T}} P + W_1 + (F_i + \Delta F_i)^{\mathrm{T}} \times \\ & W_2 (F_i + \Delta F_i) + (s-1) Q_0 < 0, \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned} & P[(G_{ij} + G_{ji})/2] + [(G_{ij} + G_{ji})/2]^{\mathrm{T}} P + \\ & P(A_{id} R_1^{-1} A_{id}^{\mathrm{T}} + A_{jd} R_1^{-1} A_{jd}^{\mathrm{T}}) P/2 + R_1 + P R_2 P + \end{aligned}$$

$$P[B_{id}(F_j+\Delta F_j)P^{-1}R_2^{-1}P^{-1}\times (F_j+\Delta F_j)^{\mathrm T}B_{id}^{\mathrm T}+B_{jd}(F_i+\Delta F_i)P^{-1}\times R_2^{-1}P^{-1}(F_i+\Delta F_i)^{\mathrm T}B_{jd}^{\mathrm T}]P/2+W_1-Q_0+(F_i+\Delta F_i)^{\mathrm T}W_2(F_i+\Delta F_i)/2+(F_j+\Delta F_j)^{\mathrm T}W_2(F_j+\Delta F_j)/2\leqslant 0. \quad (7)$$

其中$r\geqslant s\geqslant 1, G_{ij}=A_i-B_i(F_j+\Delta F_j)$, 则控制律(3)是系统(1)的一个非脆弱保性能控制律, 相应的闭环系统性能指标满足

$$J<x^{\mathrm T}(0)Px(0)+\int_{-\tau_1}^{0}x^{\mathrm T}(t)R_1x(t)\mathrm dt+\int_{-\tau_2}^{0}x^{\mathrm T}(t)PR_2Px(t)\mathrm dt. \quad (8)$$

证　定义如下的Lyapunov 函数

$$V(x)=x^{\mathrm T}(t)Px(t)+\int_{t-\tau_1}^{t}x^{\mathrm T}(t)R_1x(t)\mathrm dt+\int_{t-\tau_2}^{t}x^{\mathrm T}(t)PR_2Px(t)\mathrm dt,$$

沿闭环系统(4), 将$V(x)$对时间进行求导并利用引理1和引理2可得

$$\dot V(x)<-\sum_{i=1}^{r}h_i^2(z(t))x^{\mathrm T}(t)[W_1+(F_i+\Delta F_i)^{\mathrm T}W_2(F_i+\Delta F_i)+(s-1)Q_0]x(t)-2\sum_{i=1}^{r}\sum_{i<j}h_i(z(t))h_j(z(t))x^{\mathrm T}(t)[W_1+(F_i+\Delta F_i)^{\mathrm T}W_2(F_i+\Delta F_i)/2+(F_j+\Delta F_j)^{\mathrm T}W_2(F_j+\Delta F_j)/2-Q_0]x(t)\leqslant -x^{\mathrm T}(t)W_1x(t)-u^{\mathrm T}(t)W_2u(t)<0, \quad (9)$$

所以系统(4)是渐近稳定的.

对式(9)两边积分得

$$-\int_0^{\mathrm T}[x^{\mathrm T}(t)W_1x(t)+u^{\mathrm T}(t)W_2u(t)]\mathrm dt> x^{\mathrm T}(T)Px(T)-x^{\mathrm T}(0)Px(0)+\int_{T-\tau_1}^{\mathrm T}x^{\mathrm T}(t)R_1x(t)\mathrm dt-\int_{-\tau_1}^{0}x^{\mathrm T}(t)R_1x(t)\mathrm dt+\int_{T-\tau_2}^{\mathrm T}x^{\mathrm T}(t)PR_2Px(t)\mathrm dt-\int_{-\tau_2}^{0}x^{\mathrm T}(t)PR_2Px(t)\mathrm dt.$$

由于闭环系统稳定, 故有

$$\lim_{t\to\infty}x^{\mathrm T}(t)Px(t)=0,$$

$$\lim_{T\to\infty}\int_{T-\tau_1}^{T}x^{\mathrm T}(t)R_1x(t)\mathrm dt=0,$$

$$\lim_{T\to\infty}\int_{T-\tau_2}^{T}x^{\mathrm T}(t)PR_2Px(t)\mathrm dt=0,$$

从而

$$J=\int_0^{\infty}[x^{\mathrm T}(t)W_1x(t)+u^{\mathrm T}(t)W_2u(t)]\mathrm dt< x^{\mathrm T}(0)Px(0)+\int_{-\tau_1}^{0}x^{\mathrm T}(t)R_1x(t)\mathrm dt+\int_{-\tau_2}^{0}x^{\mathrm T}(t)PR_2Px(t)\mathrm dt.$$

定理得证.

以下采用线性矩阵不等式处理方法, 根据定理1导出非脆弱保性能模糊控制律的设计方法.

定理 2　对系统(1), 若存在矩阵$X>0,\bar R_1>0,R_2>0,M_i$和$Y_0\geqslant 0$, 以及标量$\bar\varepsilon_{ii1}>0,\bar\varepsilon_{ii2}>0\bar\varepsilon_{ij1}>0,\bar\varepsilon_{ij2}>0,\bar\varepsilon_{ij3}>0,\bar\varepsilon_{ij4}>0(i<j)$, 使得

$$U_{ii}+(s-1)Y_9<0, \quad (10)$$

$$V_{ij}-2Y_{15}<0, i<j\ \ \text{s.t.}\ h_i\bigcap h_j\neq\phi. \quad (11)$$

其中: $r\geqslant s>1, i,j=1,2,\cdots,r$,

$$U_{ii}=\begin{bmatrix}U_1 & U_2\\ * & U_3\end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$U_1=\begin{bmatrix}S & X & B_{id}M_i & X & -M_i^{\mathrm T}\\ * & -\bar R_1 & 0 & 0 & 0\\ * & * & -R_2 & 0 & 0\\ * & * & * & -\bar W_1 & 0\\ * & * & * & * & -\bar W_2\end{bmatrix},$$

$$U_2=\begin{bmatrix}XE_{fi}^{\mathrm T} & \bar\varepsilon_{ii1}B_iD_c & 0 & \bar\varepsilon_{ii2}B_{id}D_c\\ 0&0&0&0\\ 0&0&XE_{fi}^{\mathrm T}&0\\ 0&0&0&0\\ 0&-\bar\varepsilon_{ii1}D_c&0&0\end{bmatrix},$$

$$U_3=\mathrm{diag}\{-\bar\varepsilon_{ii1}I,-\bar\varepsilon_{ii1}I,-\bar\varepsilon_{ii2}I,-\bar\varepsilon_{ii2}I\},$$

$$S=XA_i^{\mathrm T}+A_iX-B_iM_i-M_i^{\mathrm T}B_i^{\mathrm T}+A_{id}\bar R_1A_{id}^{\mathrm T}+R_2,$$

$$Y_9=\mathrm{diag}\{Y_0,0,0,0,0,0,0,0,0\},$$

$$Y_{15}=\mathrm{diag}\{Y_0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0\},$$

$$V_{ij}=\begin{bmatrix}V_1 & V_2 & V_3\\ * & V_4 & 0\\ * & * & V_5\end{bmatrix},$$

$$V_1=\begin{bmatrix}Z & X & B_{id}M_j & B_{jd}M_i & X\\ * & -\bar R_1/2 & 0 & 0 & 0\\ * & * & -R_2 & 0 & 0\\ * & * & * & -R_2 & 0\\ * & * & * & * & -\bar W_1/2\end{bmatrix},$$

$$V_2=\begin{bmatrix}-M_i^{\mathrm T} & -M_j^{\mathrm T} & \bar\varepsilon_{ij1}B_iD_c & \bar\varepsilon_{ij2}B_jD_c & XE_{fi}^{\mathrm T}\\ 0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0\\ 0&0&0&0&0\end{bmatrix},$$

$$V_3=\begin{bmatrix} XE_{fj}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & \bar\varepsilon_{ij3}B_{id}D_c & \bar\varepsilon_{ij4}B_{jd}D_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & XE_{fj}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & XE_{fi}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$V_4=\begin{bmatrix} -\bar W_2 & 0 & \bar\varepsilon_{ij1}D_c & 0 & 0 \\ * & -\bar W_2 & 0 & \bar\varepsilon_{ij2}D_c & 0 \\ * & * & -\bar\varepsilon_{ij1}I & 0 & 0 \\ * & * & * & -\bar\varepsilon_{ij2}I & 0 \\ * & * & * & * & -\bar\varepsilon_{ij1}I \end{bmatrix},$$

$$V_5=\mathrm{diag}\{-\bar\varepsilon_{ii2}I,-\bar\varepsilon_{ii3}I,-\bar\varepsilon_{ii4}I,-\bar\varepsilon_{ii3}I,-\bar\varepsilon_{ii4}I\}, \tag{13}$$

$$Z=XA_i^{\mathrm{T}}+A_iX-B_iM_j-M_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}+XA_j^{\mathrm{T}}+ A_jX-B_jM_i-M_i^{\mathrm{T}}B_j^{\mathrm{T}}+A_{id}\bar R_1A_{id}^{\mathrm{T}}+ A_{jd}\bar R_1A_{jd}^{\mathrm{T}}+2R_2,$$

则系统(1)存在非脆弱保性能控制律(3), 其中的增益矩阵$F_i=M_iX^{-1}$, 相应的闭环性能指标满足

$$J<x^{\mathrm{T}}(0)Px(0)+\int_{-\tau_1}^{0}x^{\mathrm{T}}(t)\bar R_1^{-1}x(t)\mathrm{d}t+ \int_{-\tau_2}^{0}x^{\mathrm{T}}(t)PR_2Px(t)\mathrm{d}t. \tag{14}$$

证 式(6)可写成

$$\bar U_{ii}+(s-1)Q_5+\begin{bmatrix}-E_{fi}^{\mathrm{T}}\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\varDelta_c^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}PB_iD_c\\0\\0\\0\\D_c\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}+ \begin{bmatrix}PB_iD_c\\0\\0\\0\\D_c\end{bmatrix}\varDelta_c\begin{bmatrix}-E_{fi}^{\mathrm{T}}\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}+\begin{bmatrix}0\\0\\(E_{fi}X)^{\mathrm{T}}\\0\\0\end{bmatrix}\varDelta_c^{\mathrm{T}}\cdot \begin{bmatrix}PB_{id}D_c\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}+\begin{bmatrix}PB_{id}D_c\\0\\0\\0\\0\end{bmatrix}\varDelta_c\begin{bmatrix}0\\0\\(E_{fi}X)^{\mathrm{T}}\\0\\0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}<0. \tag{15}$$

其中:

$$\bar U_{ii}=\begin{bmatrix} \bar S & I & PB_{id}M_i & I & -F_i^{\mathrm{T}} \\ * & -R_1^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -R_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -W_1^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & -W_2^{-1} \end{bmatrix},$$

$$\bar S=(A_i-B_iF_i)^{\mathrm{T}}P+P(A_i-B_iF_i)+ PA_{id}R_1^{-1}A_{id}^{\mathrm{T}}P+PR_2P,$$

$$Q_5=\mathrm{diag}\{Q_0,0,0,0,0\}.$$

根据文献[13]中的引理5.4.1, 并应用矩阵的Schur补性质, 式(15)对所有允许的不确定性成立, 当且仅当存在标量$\varepsilon_{ii1}>0,\varepsilon_{ii2}>0$, 使得下式成立:

$$\hat U+(s-1)Q_9<0. \tag{16}$$

其中:

$$\hat U=[\hat U_1\ \ \hat U_2],$$

$$Q_9=\mathrm{diag}\{Q_0,0,0,0,0,0,0,0,0\},$$

$$\hat U_1=\begin{bmatrix} S & I & PB_{id}M_i & I & -F_i^{\mathrm{T}} \\ * & -R_1^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -R_2 & 0 & 0 \\ * & * & * & -W_1^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & -W_2^{-1} \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * \end{bmatrix},$$

$$\hat U_2=\begin{bmatrix} E_{fi}^{\mathrm{T}} & \varepsilon_{ii1}^{-1}PB_iD_c & 0 & \varepsilon_{ii2}^{-1}PB_{id}D_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & XE_{fi}^{\mathrm{T}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{ii1}^{-1}D_c & 0 & 0 \\ -\varepsilon_{ii1}^{-1}I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\varepsilon_{ii1}^{-1}I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\varepsilon_{ii2}^{-1}I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\varepsilon_{ii2}^{-1}I \end{bmatrix}.$$

对上式左边分别左乘和右乘

$$Q_5=\mathrm{diag}\{P^{-1},I,I,I,I\},$$

并令

$$X=P^{-1},Y_0=XQ_0X,M_i=F_iX,$$
$$\bar R_1=R_1^{-1},\bar W_1=W_1^{-1},\bar W_2=W_2^{-1},$$
$$\bar\varepsilon_{ii1}=\varepsilon_{ii1}^{-1},\bar\varepsilon_{ii2}=\varepsilon_{ii2}^{-1},\bar\varepsilon_{ij1}=\varepsilon_{ij1}^{-1},$$
$$\bar\varepsilon_{ij2}=\varepsilon_{ij2}^{-1},\bar\varepsilon_{ij3}=\varepsilon_{ij3}^{-1},\bar\varepsilon_{ij4}=\varepsilon_{ij4}^{-1}(i<j),$$

即可得式(10), 同理可证式(11)(7)等价, 定理2得证.

定理2是一个具有线性矩阵不等式约束的凸优化问题, 可以应用LMI工具箱中的线性矩阵不等式求解器feasp来求解.

4 仿真例子(Example)

考虑文献[14]中的非线性时滞系统, 系统模型如

下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -0.1x_1^3(t) - 0.0125x_1(t-4) - \\ \qquad 0.02x_2(t) - 0.67x_2^3(t) - 0.1x_2^3(t-4) - \\ \qquad 0.005x_2(t-4) + u(t), \\ \dot{x}_2(t) = x_1. \end{cases} \tag{17}$$

其中:

$$-1.5 \leqslant x_1(t) \leqslant 1.5,$$
$$-1.5 \leqslant x_2(t) \leqslant 1.5,$$
$$M_{11}(x_2(t)) = 1 - \frac{x_2^2(t)}{2.25},$$
$$M_{12}(x_2(t)) = \frac{x_2^2(t)}{2.25}.$$

上述非线性系统可表示成如下时滞T-S模型:

Model Rule 1:

IF $x_2(t)$ is M_{11}, THEN

$$\dot{x}(t) = A_1x(t) + A_{1d}x(t-4) + B_1u(t) + B_{1d}u(t-4),$$

Model Rule 2:

IF $x_2(t)$ is M_{12}, THEN

$$\dot{x}(t) = A_2x(t) + A_{2d}x(t-4) + B_2u(t) + B_{2d}u(t-4).$$

其中:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -0.02 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$
$$A_{1d} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.005 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$
$$A_2 = \begin{bmatrix} -0.1125 & -1.527 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$
$$A_{2d} = \begin{bmatrix} -0.0125 & -0.23 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$
$$B_1 = B_2 = [1 \quad 0]^{\mathrm{T}}, \quad B_{d1} = B_{d2} = [0 \quad 0]^{\mathrm{T}},$$
$$D_c = [1 \quad 1], \quad E_{f1} = E_{f2} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

取$W_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, W_2 = 0.01$采用本文提出的方法设计保性能非脆弱控制器, 并与文献[14]中不考虑非脆弱性的保性能控制结果进行比较.

当$\psi(0) = [-2 \quad 0]^{\mathrm{T}}$时, 采用本文方法, 即考虑非脆弱性, 利用MATLAB中的LMI工具箱求解定理2中的式(10)(11), 可得:

$$P = \begin{bmatrix} 9.3220 & -4.5729 \\ -4.5729 & 3.2968 \end{bmatrix},$$
$$R_1 = \begin{bmatrix} 0.0011 & 0.0001 \\ 0.0001 & 0.0010 \end{bmatrix},$$
$$R_2 = \begin{bmatrix} 42.0889 & -0.0371 \\ -0.0371 & 2.7211 \end{bmatrix},$$

且得到模糊控制律增益矩阵:

$$F_1 = [33.1414 \quad 45.9969],$$
$$F_2 = [33.0585 \quad 45.8460].$$

采用文[14]的方法, 得到保性能控制律增益矩阵:

$$F_1 = [2.9091 \quad 2.9898],$$
$$F_2 = [3.0144 \quad 1.0927].$$

仿真结果如图1、图2所示. 图1、图2分别是状态$x_1(t)$和$x_2(t)$的响应曲线. 其中图(a)为采用本文非脆弱保性能控制方法得到的仿真曲线, 图(b)为文献[14]中不考虑非脆弱性的保性能控制方法得到的仿真曲线. 实线为控制器不存在摄动下的响应曲线, 虚线为控制器存在负摄动下的响应曲线, 即取

$$D_c = [1 \quad 1], E_{f1} = E_{f2} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \varDelta_c = -I.$$

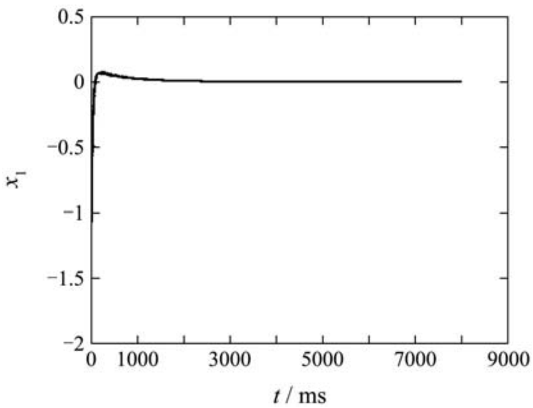

图 1(a) 考虑非脆弱性的闭环系统状态$x_1(t)$的响应

Fig. 1(a) Response of $x_1(t)$ with the non-fragile controller

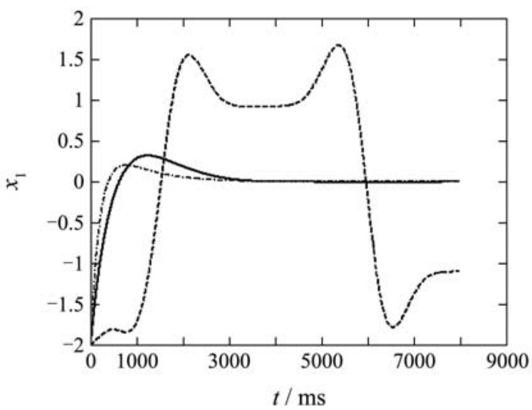

图 1(b) 不考虑非脆弱性的闭环系统状态$x_1(t)$的响应

Fig. 1(b) Response of $x_1(t)$ with the fragile controller

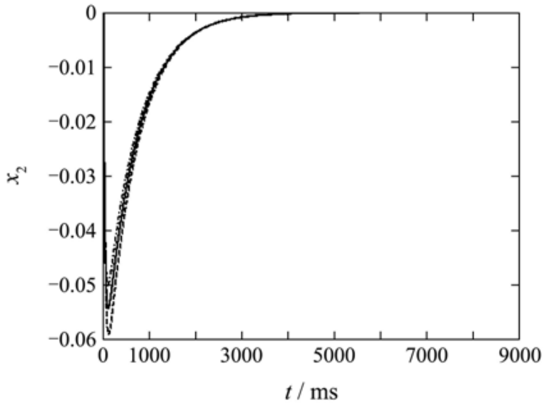

图 2(a) 考虑非脆弱性的闭环系统状态$x_2(t)$的响应

Fig. 2(a) Response of $x_2(t)$ with the non-fragile controller

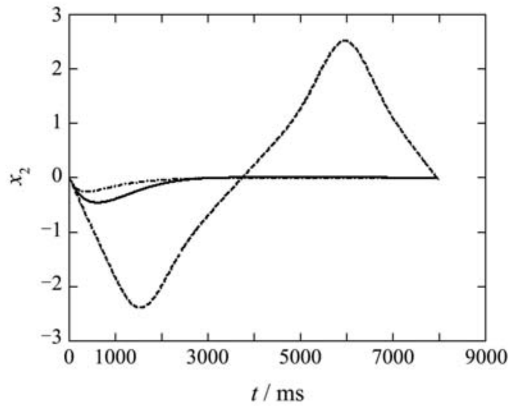

图 2(b) 不考虑非脆弱性的闭环系统状态$x_2(t)$的响应

Fig. 2(b) Response of $x_2(t)$ with the fragile controller

点划线为控制器存在正摄动下的响应曲线, 即取$\varDelta_c = I$. 为了检验控制器的非脆弱性, 分别在控制律上叠加加性摄动, 仿真考虑了控制律存在正摄动和负摄动的情况, 由仿真结果可以看出, 不考虑非脆弱时, 扰动可能会导致系统不稳定, 而考虑非脆弱时系统都是稳定的, 并保持良好的性能. 因此, 本文提出的时滞系统非脆弱控制方法是有效的.

5 结论(Conclusion)

在实际的控制系统中, 必然存在一定的控制器增益摄动. 如果控制系统对控制器受到的干扰非常敏感, 则只要控制器存在微小扰动, 控制特性就会和预计的有很大差异, 甚至出现不稳定的情况, 这在实际的控制场合中是不愿意看到的. 因此本文提出了基于T-S模型的非脆弱保性能模糊控制方法, 能有效抵御控制器参数的摄动, 在控制器存在可加性摄动的情况下仍能很好的保持控制特性, 为实现非线性时滞对象的非脆弱控制提供了有效途径.

参考文献(References):

[1] KEEl L, BHATTACHARYYA S. Robust, fragile, or optimal?[J]. *IEEE Trans on Automatica Control*, 1997, 42(8): 1098 – 1105.

[2] CORRADO J R, HADDAD W M. Static output feedback controllers for systems with parametric uncertainty and controller gain variation[C]// *Proc of the American Control Conference*. San Diego, California: [s.n.], 1999, 2(2-4): 915 – 919.

[3] YANG G H, WANG J L. Non-fragile H control for linear systems with multiplicative controller gain variations[J]. *Automatica*, 2001, 37(5): 727 – 737.

[4] PARK J H, JUNG H Y. On the design of nonfragile guaranteed cost controllers for a class of uncertain dynamic systems with state delays[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2004, 150(1): 245 – 257.

[5] XU S Y, JAMES L, WANG J L, et al. Non-fragile positive real control for uncertain linear neutral delay systems[J]. *Systems & Control Letters*, 2004, 52(1): 59 – 74.

[6] 熊军林, 张庆灵. 具有结构不确定性的时滞系统的最优非脆弱保性能控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(3): 503 – 506.
(XIONG Junlin, ZHANG Qingling. Optimal non-fragile guaranteed cost control for time-delay systems with structured uncertainties[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(3): 503 – 506.)

[7] YUE D, JAMES L. Non-fragile guaranteed cost control for uncertain descriptor systems with time-varying state and input delays[J]. *Optimal Control Applications and Methods*, 2005, 4(26): 85 – 105.

[8] PARK J H, JUNG H Y. On the design of non-fragile guaranteed cost controller for a class of uncertain dynamic systems with state delays[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2004, 150(1): 245 – 257.

[9] PARK J H. Robust non-fragile control for uncertain discrete delay large-scale systems with a class of controller gain variations[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2004, 149(1): 147 – 164.

[10] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control[J]. *IEEE Trans on System Man Cyber*, 1985, 15(1): 116 – 132.

[11] WANG L X. Fuzzy systems as universal approximators[C]// *Proc of IEEE Int Conf Fuzzy Systems*. San Diego, USA: [s.n.], 1992: 1163 – 1170.

[12] TANAKA K, WANG H O. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*[M]. USA: John Wiley & Sons, Inc, 2001.

[13] 俞立. 鲁棒控制–线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(YU Li. *Robust Control-methods for Linear Matrix Inequality*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

[14] 吴忠强, 岳东, 许世范. 基于T-S模型的不确定时滞系统的保代价控制[J]. 模糊系统与数学, 2004, 18(2): 108 – 114.
(WU Zhongqiang, YUE Dong, XU Shifan. The guaranteed cost control of uncertain time-delay system based on T-S model[J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2004, 18(2): 108 – 114.)

作者简介:

殷培强 (1981—), 男, 浙江工业大学硕士研究生, 研究方向为模糊控制、鲁棒控制等, E-mail: yinxin23108@hotmail.com;

俞 立 (1961—), 男, 浙江工业大学自动化系教授, 博士生导师, 研究领域为鲁棒控制、网络控制等;

郑 科 (1980—), 男, 浙江工业大学硕士研究生, 研究方向为模糊控制、鲁棒控制、鲁棒滤波等.