

新型粒子群优化算法

巩敦卫, 张 勇, 张建化, 周 勇

(中国矿业大学 信息与电气工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘要: 现有粒子群优化存在局部收敛、对可调参数敏感等缺点. 基于此, 本文提出一种新型粒子群优化算法. 首先, 通过分析社会个体对其环境的认知规律, 简化粒子更新公式使粒子位置的更新仅与粒子自身速度及其邻域内最优粒子位置相关. 其次, 基于粒子速度划分提出一种优势粒子速度小概率变异、劣势速度随机赋值方法. 最后, 通过优化 4 个典型测试函数验证了本文所提方法在优化解的质量、算法收敛速度及鲁棒性等方面的优异性能.

关键词: 粒子群优化; 粒子更新; 邻域; 函数优化

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A

Novel particle swarm optimization algorithm

GONG Dun-wei, ZHANG Yong, ZHANG Jian-hua, ZHOU Yong

(School of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou Jiangsu 221008, China)

Abstract: Existing particle swarm optimization has disadvantages of local convergence and being sensitive to adjustable parameters. A novel particle swarm optimization algorithm is proposed to avoid the above disadvantages in this paper. Firstly, the formula for updating particles is simplified by analyzing the cognition rule of individuals to their environment, the update of a particle location is only related to its own velocity and the optimal particle location in its neighborhood. Secondly, strategies of mutation for superior particle velocities with a small probability and the random evaluation for inferior particle velocities are presented based on partition of particle velocities. Finally, the significant performance in quality of the optimal solutions, convergence speed and robustness of algorithm proposed in this paper are validated by optimizing four benchmark functions.

Key words: particle swarm optimization; update of a particle; neighbor; function optimization

1 引言 (Introduction)

粒子群优化(particle swarm optimization, PSO)是一种新兴的优化技术, 其思想来源于人工生命和演化计算理论. 因具有易于实现、可调参数少、收敛速度快等优点, 粒子群优化已得到广大学者的普遍重视^[1]. 然而, 在很多情况下, 尤其当惯性权重 w ^[2]及约束因子 χ ^[3]较小时, 粒子群优化算法存在局部收敛^[4]的缺点.

He等分析4种生物学聚集机制, 通过在算法中增加被动聚集机制提高了粒子群的多样性^[5], 却同时增加了算法的计算花费. Ratnaweera等提出一种自组织分层粒子群优化算法, 在优化过程中通过调整加速度系数, 动态调节算法的局部搜索及全局搜索能力^[6]. 然而, 考虑函数对算法“认知”部分和“社会”部分偏重的差异, 此加速度系数自调整策

略仅对某些函数有效. 另外, Settles等基于遗传算法和粒子群优化算法各自特点, 提出一种混杂算法^[7]. Poli等利用遗传规划方法, 针对特定优化问题改进了粒子更新公式^[8]. 上述各种算法虽然在不同程度上提高了粒子群优化的性能, 但较多的可调参数使算法很难在相同参数设置下, 对不同类型的优化函数得到满意的优化结果.

针对现有粒子群优化算法易陷入局部收敛、对可调参数敏感的缺陷, 本文从社会学角度讨论社会个体对其环境的认知规律, 提出简洁的粒子更新公式, 使粒子仅依靠自身速度及邻域中最佳位置完成其位置更新. 另一方面, 为了充分利用粒子更新中所得优势粒子速度信息, 一种优势粒子速度小概率变异、劣势速度随机赋值方法也被相应提出. 最后, 通过算例验证所提算法的优越性.

2 粒子群优化算法 (Particle swarm optimization)

粒子群优化算法是由Kennedy等借鉴鸟类寻找食物的自然现象提出的一类基于种群的随机全局优化技术^[9]. 在此算法中, 粒子通过跟踪两个极值来更新自己, 一个是粒子 x_i 本身所找到的最佳位置 $pbest_i = (pbest_{i1}, pbest_{i2}, \dots, pbest_{id})$, 称为粒子 x_i 的个体极值; 另一个是整个粒子群迄今为止搜索到的最佳位置 $gbest = (gbest_1, gbest_2, \dots, gbest_d)$, 称为粒子群全局极值. 由:

$$v_{ij}(t+1) = wv_{ij}(t) + c_1r_1(pbest_{ij}(t) - x_{ij}(t)) + c_2r_2(gbest_j(t) - x_{ij}(t)), \quad (1)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1), \quad (2)$$

完成粒子更新, 其中: $i = 1, 2, \dots, N$, N 为粒子群规模; $j = 1, 2, \dots, d$, d 为决策变量维数; c_1, c_2 是非负常数; r_1, r_2 是 $[0, 1]$ 之间的随机数; w 是惯性权值, 它用来控制先前速度对当前速度的影响, 从而协调粒子的全局搜索和局部搜索能力; $v_{ij} \in [-v_{\max}, +v_{\max}]$, $v_{\max}$ 由用户设定.

3 新型粒子群优化算法 (Novel particle swarm optimization algorithm, NPSO)

3.1 粒子更新(Update of particles)

从社会学角度出发, 不同个体之间虽然存在信息共享的社会认知部分, 但每个个体都是基于自身利益考虑的, 即尽可能快地找到最优解. 出于这个目的, 每个粒子会尽可能多地利用其他个体信息. 然而, 现实中个体对环境的认识是有限的, 换句话说, 每个粒子最多只能认知(或观察)并利用周围一定数目或一定区域内的其他个体信息. 人在社会交际网中的有限性, 正说明了这一点. 另外, 考虑自然界中优胜劣汰思想的普遍性, 对于自私的个体, 它是不会轻易放弃自己已有最佳位置的, 除非找到比自己现有位置更优的位置或多次搜索没有得到更好位置. 基于此, 本文简化粒子更新公式如下:

$$v_{ij}(t+1) = v_{ij}(t) + r(lbest_{ij}(t) - x_{ij}(t)), \quad (3)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1). \quad (4)$$

其中: $lbest_i(t)$ 为 $x_i(t)$ 所在邻域中最佳粒子位置, 简称邻域极值; r 为 $[0, 1]$ 中随机数. 式(1)中第1部分为速度冲量, 第2部分相当于传统粒子群优化算法中社会认知部分, 但此时仅考虑邻域内的粒子最优位置.

对式(4)中新生粒子 $x_i(t+1)$, 本小节采取如下新生粒子保存策略以满足自然界中优胜劣汰思想: 只有 $x_i(t+1)$ 优于 $x_i(t)$ 时才被保留.

3.2 邻域粒子的选择(Selection of neighborhood particles)

下面给出几种不同的邻域粒子选择方法.

方法1 选择决策空间中与粒子 $x_i(t)$ 欧氏距离最近的 $num(\leq N)$ 个粒子为其邻域粒子;

方法2 选择决策空间 $i(t)$ 方向上与粒子 $x_i(t)$ 欧氏距离最近的 num 个粒子为其邻域粒子, 其中 $i(t)$ 为一随进化代数不断变化的属于 $\{1, 2, \dots, d\}$ 的数.

方法3 从粒子群中随机选择 num 个粒子作为其邻域粒子.

分析前两种方法可知, 从 N 个粒子中选择距离最近的 num 个粒子需要 $O((num+1)N)$ 次运算及比较, 其中计算 $x_i(t)$ 到种群中其他粒子距离需要运算 $O(N)$ 次, 比较所得距离之间大小确定 num 个邻域粒子需要 $O(numN)$. 而利用方法3选择邻域粒子只需 $O(1)$ 运算. 在这里, $O(N)$ 表示当 $N \rightarrow \infty$ 时与 N 为同阶无穷大量的一个数, 特别地, $O(1)$ 表示一个有界量.

3.3 粒子速度的更新(Update of particle velocities)

考虑新生粒子与先前粒子的优劣, 粒子群优化算法中粒子速度可以被分为两类: 一类是能提高粒子质量的, 即由此速度向量产生的新粒子优于先前粒子, 称之为优势粒子速度; 另一类是对提高粒子质量没有帮助的, 称之为劣势粒子速度. 传统粒子群优化中, 劣势粒子速度的保留在很大程度上对提高算法性能是没有帮助的, 而且有时出现负面影响. 基于此, 本文提出一种新型粒子速度更新策略, 其思想为: 提高粒子质量的优势粒子速度被保留并进行小概率变异, 而劣势粒子速度由粒子群中粒子所生成的随机向量代替.

考虑式(4), 在速度 $v_i(t+1)$ 的作用下 $x_i(t) \in P(t)$ 到达位置 $x_i(t+1) \in P(t+1)$, 下面从两个方面考虑 $v_i(t+1)$ 的更新.

情况1 $v_i(t+1)$ 为劣势速度, 即 $x_i(t)$ 优于 $x_i(t+1)$. 此时利用粒子群 $P(t+1)$ 中粒子之间的差值初始化 $v_i(t+1)$, 取

$$v_i(t+1) = r(x_{k_1}(t+1) - x_{k_2}(t+1)). \quad (5)$$

其中 $x_{k_1}(t+1), x_{k_2}(t+1)$ 为 $P(t+1)$ 中任意不同粒子. 式(5)中 $r(x_{k_1}(t+1) - x_{k_2}(t+1))$ 类似差分进化^[10]中扰动因子, 能在保证算法收敛性的基础上有效提高粒子群的多样性.

情况2 $v_i(t+1)$ 为优势速度, 即 $x_i(t+1)$ 优于 $x_i(t)$. 此时保留 $v_i(t+1)$ 并赋以小概率变异. 变异操作伪代码如图1所示, 其中 p_m 为变异概率, $bound(j, 1), bound(j, 2)$ 分别为第 j 个决策变量取值的上下界, r_3, r_4, r_5, r_6 为 $[0, 1]$ 上随机数.

上述方法通过保留优势粒子速度, 使粒子在此速度冲量影响下继续搜索, 增加了算法搜索到更好结果的可能性, 而对劣势粒子速度的初始化有效保证了粒子群的多样性.

```

For ( $j = 1$  to  $d$ )
   $h = bound(j, 2) - bound(j, 1)$ 
  If  $r_3 < p_m$ 
    If  $r_4 < 0.5$ 
       $v_{ij}(t+1) = -0.1 \cdot r_5 \cdot h$ 
    Else
       $v_{ij}(t+1) = +0.1 \cdot r_6 \cdot h$ 
    Endif
  Endif
Endfor

```

图1 变异操作伪代码

Fig. 1 Code of mutation

3.4 算法步骤(Steps of algorithms)

基于前3小节, 新型粒子群优化算法步骤可描述为:

Step 1 初始化粒子群中粒子位置及速度;

Step 2 计算粒子适应值, 由3.2节新生粒子保存策略更新粒子位置, 3.3节优势粒子速度小概率变异、劣势粒子速度随机生成方法更新粒子速度;

Step 3 利用邻域粒子选择方法3更新粒子邻域

极值;

Step 4 由式(3)和式(4)更新粒子位置及速度;

Step 5 判断终止条件是否满足, 若满足, 则算法停止, 输出优化解; 否则, 转Step 2.

4 算例 (Examples)

本节通过优化典型目标函数, 与PSO-PC(particle swarm optimizer with passive congregation)^[5]、HPSO-TVAC (hierarchical particle swarm optimizer with time-varying acceleration coefficients)^[6]及PSO-TVIW (particle swarm optimizer with time-varying inertia weight)^[11]等算法进行比较, 验证算法NPSO的优越性. 本节选取文献[12]中 $f_3(x)$, $f_5(x)$, $f_9(x)$ 及 $f_{15}(x)$ 作为算法测试函数.

4.1 算法参数设置(Parameter settings of algorithms)

不同算法的参数设置如表1, 其中 c_3 为PSO-PC算法中粒子更新公式被动聚集项的系数. 考虑篇幅限制, 本节略去3种邻域粒子选择方法之间的优劣比较, 直接选取最佳邻域粒子选择方法3作为NPSO的设置. 另外, 当决策空间维数 $n \leq 10$ 时, 种群规模取 $N = 50$, 最大进化代数取 $T = 1000$; 决策空间维数 $n = 30$ 时, 种群规模取 $N = 100$, 最大进化代数取 $T = 2000$.

表1 不同算法的参数设置

Table 1 Parameter settings of different algorithms

算法	参数设置
NPSO	邻域粒子选择方法3, $num = 0.2N$
PSO-TVIW	$w = 0.9 - \frac{0.9 - 0.4}{T}t$, $c_1 = 2$, $c_2 = 2$
PSO-PC	$w = 0.9 - \frac{0.9 - 0.2}{T}t$, $c_1 = 0.5$, $c_2 = 0.5$, $c_3 = 0.6$
HPSO-TVAC	$w = 0$, $c_1 = 2.5 - (2.5 - 0.5)\frac{t}{T}$, $c_2 = (2.5 - 0.5)\frac{t}{T} + 0.5$

4.2 实验结果及性能分析(Experimental results and analysis of performance)

为了测试算法性能, 本文采用如下3种性能指标^[7]: 固定进化代数内算法平均最优结果, 到达确定阈值的平均进化代数和达标率(其中函数 $f_3(x)$ 阈值取0.00001, 函数 $f_5(x)$ 及 $f_9(x)$ 阈值取为0.001, 函数 $f_{15}(x)$ 取0.00031).

表2出示了500代内4种算法优化上述测试函数50次所得平均优化结果. 由表2可以看出, 对低维函数 $f_{15}(x)$, NPSO能在500代之内得到满意结果; 对高维优化函数, 尽管NPSO在优化函数 $f_9(x)$ 时效果差于HPSO-TVAC, 但对于函

数 $f_3(x)$ 和函数 $f_5(x)$, NPSO所得优化结果要优于其他算法.

表3出示了4种算法优化上述函数50次所得平均最优结果, 而表4出示了不同算法的达标率及平均进化代数.

对于 $f_3(x)$, 当决策变量维数 $n = 10$ 时, PSO-PC及HPSO-TVAC虽然同NPSO一样都能得到满意结果(表3), 而且达标率也为100%(表4), 但是考虑性能指标2, NPSO所需进化代数要明显少于上述两种方法(表4). 当 $n = 30$ 时, NPSO能同样以100%的达标率得到满意结果, 而其他方法中最优方法HPSO-TVAC(其平均最优结果为0.0912)却没有

一次得到满意结果, 达标率为0(表4).

对于 $f_5(x)$, 由表3可知NPSO所得结果要优于其他3种算法, 而表4中数据也表明只有NPSO的达标率大于0, 存在满意结果. 对于函数 $f_9(x)$, 虽然NPSO略劣于HPSO-TVAC, 但要明显优于其他

两种算法.

对于低维目标函数 $f_{15}(x)$, 由表4可以看出NPSO所得结果有很高的可靠性, 其达标率为100%, 而次优算法HPSO-TVAC的达标率仅为68%.

表2 500代内4种算法所得平均优化结果

Table 2 Average of optimal results with four algorithms after 500 iterations

算法	$f_3(x)$	$f_5(x)$	$f_9(x)$	$f_{15}(x)$
NPSO	0.05	52.8	6.91	3.1×10^{-4}
PSO-TVIW	8.01×10^3	9.14×10^7	321.2	0.001
PSO-PC	4.89×10^4	5.42×10^7	284.7	0.002
HPSO-TVAC	4.90×10^2	119.7	5.47	7.32×10^{-4}

表3 最大进化代数下4种算法所得平均最优结果

Table 3 Average of optimal results with different algorithms after maximal iterations

函数(维数)	NPSO	PSO-TVIW	PSO-PC	HPSO-TVAC
$f_3(n=10)$	10^{-5}	3.33×10^{-4}	10^{-5}	10^{-5}
$f_3(n=30)$	10^{-5}	418.54	12.71	0.0912
$f_5(n=10)$	0.0469	17.21	11.63	2.97
$f_5(n=30)$	8.29	61.25	30.14	28.97
$f_9(n=10)$	1.08	1.81	7.03	0.04
$f_9(n=30)$	4.86	64.35	33.12	1.90
f_{15}	3.08	9.17×10^{-4}	1.3×10^{-3}	4.86×10^{-4}

表4 不同算法所得优化结果的达标率及平均进化代数

Table 4 Average of iterations and satisfactory ratios with different algorithms

函数(维数)	NPSO	PSO-TVIW	PSO-PC	HPSO-TVAC
$f_3(n=10)$	100%(215)	16%(985)	100%(953)	100%(828)
$f_3(n=30)$	100%(1175)	0	0	0
$f_5(n=10)$	22%(1727)	0	0	0
$f_5(n=30)$	8%(4394)	0	0	0
$f_9(n=10)$	18%(1762)	26%(1991)	0	78%(1164)
$f_9(n=30)$	0	0	33.120	54%(3752)
f_{15}	100%(484)	8%(995)	48%(985)	68%(984)

5 总结 (Conclusion)

考虑传统算法对参数敏感度较强、易于局部收敛等缺点, 本文通过改变粒子更新公式、完善粒子速度利用策略, 提出一种新型粒子群优化算法. 最后, 通过优化4个典型测试函数并与3种粒子群优化改进算法进行比较, 实验结果表明: 除函数 $f_9(x)$ 所得优化结果略劣于HPSO-TVAC外, 对其他测试函数本文算法都能以较高达标率得到理想结果; 由于本文算法中增加了邻域粒子选择操作, 算法计算复杂性不免有所提高, 但考虑算法所需进化代数较少的优点, 本文所提算法仍能在相对少的时间得到满意结果.

参考文献 (References):

- [1] HU X H, SHI Y, EBERHART R. Recent advances in particle swarm[C] // *Proc of the 2004 Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway NJ: IEEE Press, 2004, 1: 90 – 97.
- [2] XIE X F, ZHANG W J, YANG Z L. A dissipative particle swarm optimization[C] // *Proc of the 2002 Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway NJ: IEEE Press, 2002: 1456 – 1461.
- [3] CLERC M, KENNEDY J. The particle swarm - explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2002, 6(1): 58 – 73.
- [4] DAS S, KONAR A. Improving particle swarm optimization with differentially perturbed velocity[C] // *Proc of Genetic and Evolutionary Computation*. New York: ACM Press, 2005: 177 – 184.

$$Q_2^* = \begin{bmatrix} 0.7265 & 0.2878 \\ 0.2878 & 0.9059 \end{bmatrix},$$

$$K_1^* = \begin{bmatrix} 0.3159 \\ 0.2533 \end{bmatrix}, K_2^* = \begin{bmatrix} 0.2478 \\ 0.3901 \end{bmatrix},$$

$$\Delta J(K_1^*, K_2^*, \Delta W^*, \Delta V^*) = 0.2672 < 0.3.$$

6 结论(Conclusion)

本文针对具有不确定噪声的离散时间Markov跳跃系统, 给出了确保误差估计性能指标的噪声协方差矩阵的结构扰动和非结构扰动的上界, 并在此界限内采用极小极大鲁棒估计器对状态进行估计. 它不仅能极小化不确定下的最坏性能, 而且能够将估计误差性能指标对理想值的偏离度控制在任意设定的允许范围内.

参考文献(References):

- [1] ANDERSON B D O, MOORE J B. *Optimal Filtering*[M]. Englehood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1979.
- [2] MARITON M. *Jump Linear Systems in Automatic Control*[M]. New York: Marcel-Dekker, 1990.
- [3] PENG S, EL-KÉBIR B, RAMESH K. Agarwal. Kalman filtering for

continuous-time uncertain systems with markovian jumping parameters[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(8): 1592 – 1597.

- [4] MAGDI S M, PENG S, ABDULLA I. Robust Kalman filtering for discrete-time Markovian jump systems with parameter uncertainty[J]. *J of Computational and Applied Mathematics*, 2004, 169(1): 53 – 69.
- [5] WANG Z D, LAM J, LIU X H. Nonlinear filtering for state delayed systems with Markovian switching[J]. *IEEE Trans on Signal Processing*, 2003, 51(9): 2321 – 2328.

作者简介:

朱 进 (1978—), 男, 2001年、2006年毕业于中国科学技术大学自动化系, 获学士、博士学位, 主要研究方向为Markov跳跃系统、随机滤波与控制, E-mail: zhujin@ustc.edu;

奚宏生 (1950—), 男, 教授, 博士生导师, 1977年毕业于中国科学技术大学数学系, 获硕士学位, 主要研究方向为离散事件动态系统、通信网络的性能分析与优化, E-mail: xih@ustc.edu.cn;

季海波 (1964—), 男, 教授, 博士生导师, 1990年获北京大学理学博士学位, 主要研究方向为非线性系统的建模与控制、随机与混合系统, E-mail: jihb@ustc.edu.cn;

王 冰 (1975—), 男, 讲师, 2006年毕业于中国科学技术大学自动化系, 获博士学位, 主要研究方向为非线性随机控制, 现在河海大学电机工程学院工作, E-mail: icekingking@hhu.edu.cn.

(上接第114页)

- [5] HE S, WU Q H, WEN J Y, et al. A particle swarm optimizer with passive congergation[J]. *Biosystems*, 2004, 78(1/3): 135 – 147.
- [6] RATNAWEERA A, HALGAMUGE K S. Self organizing hierarchical particle swarm optimizer with timevarying acceleration coefficients[J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2004, 8(3): 140 – 254.
- [7] MATTHEW S, TERENCE S. Breeding swarms: a GA/PSO hybrid[C] // *Proc of Genetic and Evolutionary Computation*. New York: ACM Press, 2005: 161 – 168.
- [8] POLI R, LANGDON W B, HOLLAND O. Extending particle swarm optimization via genetic programming[C] // *EuroGP 2005*. Berlin: Springer Press, 2005: 291 – 300.
- [9] KENNEDY J, EBERHART R C. Particle swarm optimization[C] // *Proc of IEEE Int Conf on Neural Networks*. Piscataway, NJ: IEEE Press, 1995: 1942 – 1948.
- [10] STORN R, PRICE K. Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces[J]. *J of Global Optimization*, 1997, 11(2): 341 – 359.
- [11] SHI Y, EBERHART R. Empirical study of particle swarm optimization[C] // *Proc of the 1999 Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway NJ: IEEE Press, 1999, 3: 101 – 106.
- [12] VESTERSTRM J, THOMSEN R. A comparative study of differential evolution, particle swarm optimization, and evolutionary algorithms on numerical benchmark problems[C] // *Proc of the 2004 Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway NJ: IEEE Press, 2004, 2: 1980 – 1987.

作者简介:

巩敦卫 (1970—), 男, 教授, 博士生导师, 工学博士, 从事进化计算、智能控制的研究, E-mail: dwgong@vip.163.com;

张 勇 (1979—), 男, 博士研究生, 从事智能计算的研究, E-mail: yongzh401@126.com;

张建华 (1979—), 男, 硕士, 从事进化计算研究;

周 勇 (1974—), 男, 工学博士, 从事进化算法、数据挖掘研究.