

多传感器时滞系统信息融合最优Kalman滤波器

孙书利, 吕楠, 白锦花, 陈卓

(黑龙江大学 电子工程学院自动化系, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 基于线性最小方差最优加权融合估计算法, 对多传感器的离散线性状态时滞随机系统, 给出了一种非增广分布式加权融合最优Kalman滤波器. 推导了状态时滞系统任两个传感器子系统之间的滤波误差互协方差阵的计算公式. 它与状态增广加权融合滤波器具有相同的精度. 与每个传感器的局部滤波器相比, 分布式融合滤波器具有更高的精度. 与状态和观测增广最优滤波器相比, 具有较小的精度, 但避免了增广所带来的高维计算和大的空间存储, 可减小计算负担. 仿真例子验证了其有效性.

关键词: 状态时滞系统; 多传感器; 信息融合; 最优Kalman滤波器

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Multi-sensor information fusion optimal Kalman filter for time-delay systems

SUN Shu-li, LÜ Nan, BAI Jin-hua, CHEN Zhuo

(Automation Department, College of Electronics Engineering, Heilongjiang University, Harbin Heilongjiang 150080, China)

Abstract: Based on the optimal weighted fusion estimation algorithm with minimum variance, a non-augmentation distributed weighted fusion optimal Kalman filter is given for discrete linear state time-delay stochastic systems with multiple sensors. The cross-covariance matrix of filtering errors between any two-sensor subsystems is derived for state time-delay systems. It has the same accuracy with weighted fusion filter with state augmentation. Compared with local filter based on each sensor, the distributed fusion filter has higher accuracy. Compared with the optimal filter with state and measurement augmentation, it has lower accuracy, but avoids the high-dimension computation and the large memory by augmentation, and has the reduced computational burden. A simulation example also shows its effectiveness.

Key words: state time-delay system; multisensor; information fusion; optimal Kalman filter

1 引言(Introduction)

时滞系统的状态估计问题广泛出现在化学、生物和传感器网络系统中. 对时滞系统的状态估计可采用状态增广的方法^[1], 但它要求较大的存储空间和高维计算. 文献[2]提出了非增广的最优滤波方法, 它避免了状态增广的缺点. 当多个传感器对系统进行观测时, 采用增广的集中式滤波将会带来较大的计算负担, 且不利于故障检测和分离. 由于分布式滤波器具有并行结构、易于故障的检测与分离、且具有可靠性等优点, 近几年已得到了广泛而深入的研究^[3~10]. 早在20世纪80年代初, Barshalom^[3]就研究了两传感器子系统之间的相关性, 并给出了互协方差阵的计算公式. 文献[4]研究了分布式滤波的并行网络结构. 文献[5]提出了著名的联邦Kalman滤波器, 它采用噪声方差阵的上界代替噪声方差阵并假设初

始局部估计误差不相关, 从而避免了互协方差阵的计算, 具有一定的保守性. 文献[6, 7]在正态分布的假设下给出一种极大似然融合估计算法. 文献[8]对集中式、分布式和混合式滤波基于一个统一的线性模型给出了统一的加权最小二乘和最好线性无偏融合估计算法. 文献[9~11]在线性最小方差意义下给出了矩阵加权、对角阵加权和标量加权三种加权融合算法. 并将其应用于带有色噪声系统滤波、信号处理和多模型平滑问题^[12~14]. 其中矩阵加权融合估计算法与极大似然融合算法^[6]以及分布式最好线性无偏估计算法^[8]具有相同的结果. 但避免了正态分布的假设和基于线性模型的推导. 文献[15]考虑了带观测时滞多传感器系统的滤波问题, 要求求解一系列串联的Kalman滤波器. 这种方法在传感器发生故障时滤波很难保证. 以上文献都没有考虑状态时

滞系统的分布式滤波问题,且有关时滞系统的分布式滤波问题报道甚少,而研究时滞系统的分布式滤波具有重要的理论意义和实际应用价值.

本文对带多个传感器状态时滞随机系统,基于加权最优融合估计算法,首先通过状态增广方法给出了一种分布式加权融合最优Kalman滤波器.但由于维数的增高将会带来存储和计算负担.为减小计算负担,本文又给出了一种非增广分布式加权融合最优Kalman滤波器,它避免了状态增广引起的高维计算和大的存储空间.且非增广的分布式加权融合最优滤波器具有与增广加权融合相同的估计精度.与状态和观测增广最优滤波相比具有近似的精度.而避免了增维所带来的缺点.

2 问题的阐述(Problem formulation)

考虑带 L 个传感器的离散时滞随机系统

$$x(t+1) = \sum_{k=0}^d \varphi_k(t)x(t-k) + \gamma(t)w(t), \quad (1)$$

$$y^{(i)}(t) = h^{(i)}(t)x(t) + v^{(i)}(t), i=1, 2, \dots, L, \quad (2)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态, $y^{(i)}(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$ 为第 i 个传感器的观测, 白噪声 $w(t) \in \mathbb{R}^r$ 和 $v^{(i)}(t) \in \mathbb{R}^{m_i}$ 分别为系统噪声和第 i 个传感器的观测噪声, $\varphi_k(t)$, $\gamma(t)$ 和 $h^{(i)}(t)$ 为适当维数的时变矩阵. 上标 (i) 表示第 i 个传感器, L 表示传感器的个数.

假设 1 $w(t)$ 和 $v^{(i)}(t)$, $i = 1, 2, \dots, L$ 是零均值、方差为 $Q_w(t)$ 和 $Q_{v^{(i)}}(t)$ 的独立白噪声.

假设 2 初始状态 $x(-k)$, $k = 0, 1, \dots, d$ 与白噪声 $w(t)$ 和 $v^{(i)}(t)$, $i = 1, 2, \dots, L$ 相互独立, 且 $E[x(-k)] = \mu_k$, $E[(x(-k) - \mu_k)(x(-l) - \mu_l)^T] = P_0(k, l)$, $k, l = 1, 2, \dots, d$.

问题是基于观测 $(y^{(i)}(0), \dots, y^{(i)}(t))$, $i = 1, 2, \dots, L$, 求状态 $x(t)$ 的加权融合最优Kalman滤波器 $\hat{x}^{(o)}(t|t)$.

3 加权融合最优Kalman滤波器(Weighted fusion optimal Kalman filter)

3.1 增广方法(Augmentation approach)

引入增广状态 $X(t) = [x(t)^T, \dots, x(t-d)^T]^T$, 则系统(1)(2)可化为等价模型

$$X(t+1) = \Phi(t)X(t) + \Gamma(t)w(t), \quad (3)$$

$$y^{(i)}(t) = H^{(i)}(t)X(t) + v^{(i)}(t), i=1, 2, \dots, L, \quad (4)$$

其中:

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} \varphi_0(t) & \varphi_1(t) & \dots & \varphi_{d-1}(t) & \varphi_d(t) \\ I & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & I & 0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\Gamma(t) = \begin{bmatrix} \gamma(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, H^{(i)}(t) = [h^{(i)}(t), 0, \dots, 0], \quad (6)$$

其中 I 表示适当维数的单位矩阵. 对系统(3)(4), 基于每个传感器应用Kalman滤波算法可获得局部最优Kalman滤波器 $\hat{X}^{(i)}(t|t)$, 进而获得原系统 $x(t)$ 的局部滤波器 $\hat{x}^{(i)}(t|t) = [I, 0, \dots, 0]\hat{X}^{(i)}(t|t)$. 然后应用加权融合算法^[9]可获得最优加权融合Kalman滤波器 $\hat{x}^{(o)}(t|t)$.

3.2 非增广方法(Non-augmentation approach)

上面的方法由于采用状态增广使得系统维数增高, 这会给Kalman滤波算法带来计算负担. 为减小计算负担, 对各局部子系统我们可采用非状态增广的最优Kalman滤波方法^[2], 它避免了状态增广所带来的高维计算, 可减小计算负担.

引理 1^[2] 在假设1, 2下, 时滞系统(1)(2)基于每个传感器子系统有局部最优Kalman滤波器

$$\hat{x}^{(i)}(t+1|t) = \sum_{k=0}^d \varphi_k(t)\hat{x}^{(i)}(t-k|t), \quad (7)$$

$$\hat{x}^{(i)}(t-k|t) = \hat{x}^{(i)}(t-k|t-1) + K^{(i)}(t-k|t)\varepsilon^{(i)}(t), \quad (8)$$

$$\varepsilon^{(i)}(t) = y^{(i)}(t) - h^{(i)}(t)\hat{x}^{(i)}(t|t-1), \quad (9)$$

$$K^{(i)}(t-k|t) = P^{(i)}(t-k, t|t-1)h^{(i)T}(t)Q_{\varepsilon^{(i)}}^{-1}(t), \quad (10)$$

$$Q_{\varepsilon^{(i)}}(t) = h^{(i)}(t)P^{(i)}(t, t|t-1)h^{(i)T}(t) + Q_{v^{(i)}}(t), \quad (11)$$

$$P^{(i)}(t+1, t+1|t) = \sum_{k=0}^d \sum_{l=0}^d \varphi_k(t)P^{(i)}(t-k, t-l|t)\varphi_l^T(t) + \gamma(t)Q_w(t)\gamma^T(t), \quad (12)$$

$$P^{(i)}(t-k, t-l|t) = P^{(i)}(t-k, t-l|t-1) - K^{(i)}(t-k|t)Q_{\varepsilon^{(i)}}(t)K^{(i)T}(t-l|t), \quad (13)$$

初值 $\hat{x}^{(i)}(-k|-1) = 0$, $P^{(i)}(-k, -l|-1) = P_0(k, l)$, $k = 0, 1, \dots, d$; $l = 0, 1, \dots, d$, 且 $P^{(i)}(t-k, t-l|t) = P^{(i)T}(t-l, t-k|t)$. $K^{(i)}(t-k|t)$ 为增益阵, $\varepsilon^{(i)}(t)$ 为新息, $P^{(i)}(t-k, t-l|t)$ 和 $P^{(i)}(t+1, t+1|t)$ 为估计误差方差阵.

定理 1 在假设1, 2下, 系统(1)(2)的第 i 个与第 j 个局部估计之间的估计误差互协方差阵为

$$P^{(ij)}(t+1, t+1|t) =$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=0}^d \sum_{l=0}^d \varphi_k(t) P^{(ij)}(t-k, t-l|t) \varphi_l^T(t) + \\
& \gamma(t) Q_w(t) \gamma^T(t), \\
& P^{(ij)}(t-k, t-l|t) = \\
& P^{(ij)}(t-k, t-l|t-1) + \\
& K^{(i)}(t-k|t) Q_{\varepsilon^{(ij)}}(t) K^{(j)T}(t-l|t) - \\
& K^{(i)}(t-k|t) h^{(i)}(t) P^{(ij)}(t, t-l|t-1) - \\
& P^{(ij)}(t-k, t|t-1) h^{(j)T}(t) K^{(j)T}(t-l|t), \\
& Q_{\varepsilon^{(ij)}}(t) = h^{(i)}(t) P^{(ij)}(t, t|t-1) h^{(j)T}(t), \quad (15)
\end{aligned}$$

其中初值

$$P^{(ij)}(-k, -l| -1) = P_0(k, l), k=0, -1, \dots, -d.$$

证 由式(1)和(7)有最优预报误差为

$$\tilde{x}^{(i)}(t+1|t) = \sum_{k=0}^d \varphi_k(t) \tilde{x}^{(i)}(t-k|t) + \gamma(t) w(t), \quad (17)$$

其中:

$$\begin{aligned}
\tilde{x}^{(i)}(t+1|t) &= x(t+1) - \hat{x}^{(i)}(t+1|t), \\
\tilde{x}^{(i)}(t-k|t) &= x(t-k) - \hat{x}^{(i)}(t-k|t).
\end{aligned}$$

应用射影理论, 由假设1, 2和式(17)引出预报误差互协方差阵为式(14).

由式(2)和(9)有

$$\varepsilon^{(i)}(t) = h^{(i)}(t) \tilde{x}^{(i)}(t|t-1) + v^{(i)}(t), \quad (18)$$

由式(8)有最优估计误差为

$$\tilde{x}^{(i)}(t-k|t) = \tilde{x}^{(i)}(t-k|t-1) - K^{(i)}(t-k|t) \varepsilon^{(i)}(t), \quad (19)$$

最优估计误差互协方差阵计算为

$$\begin{aligned}
& P^{(ij)}(t-k, t-l|t) = \\
& P^{(ij)}(t-k, t-l|t-1) + \\
& K^{(i)}(t-k|t) E[\varepsilon^{(i)}(t) \varepsilon^{(j)T}(t)] K^{(j)T}(t-l|t) - \\
& K^{(i)}(t-k|t) E[\varepsilon^{(i)}(t) \tilde{x}^{(j)T}(t-l|t-1)] - \\
& E[\tilde{x}^{(i)}(t-k|t-1) \varepsilon^{(j)T}(t)] K^{(j)T}(t-l|t), \quad (20)
\end{aligned}$$

由假设1~2和式(18)有式(16). 而且

$$\begin{aligned}
& E[\varepsilon^{(i)}(t) \tilde{x}^{(j)T}(t-l|k-1)] = \\
& h^{(i)}(t) P^{(ij)}(t, t-l|t-1), \quad (21)
\end{aligned}$$

将式(21)代入式(20)引出(15). 证毕.

定理2 在假设1~2下, 多传感器时滞系统(1)~(2)有最优加权融合Kalman滤波器

$$\hat{x}^{(o)}(t|t) = \sum_{i=1}^L A^{(i)}(t) \hat{x}^{(i)}(t|t), \quad (22)$$

其中局部最优滤波器 $\hat{x}^{(i)}(t|t)$ 由引理1计算. 权重

$A^{(i)}(t), i=1, 2, \dots, L$ 可由融合算法^[9]计算为

$$A(t) = \Sigma^{-1}(t) e(e^T \Sigma^{-1}(t) e)^{-1}, \quad (23)$$

其中 $A(t) = [A^{(1)}(t), \dots, A^{(L)}(t)]^T$ 和 $e = [I, \dots, I]^T$ 是 $nL \times n$ 矩阵. $\Sigma(t) = (P^{(ij)}(t, t|t))$ 是 $nL \times nL$ 的矩阵. 加权融合最优滤波器的方差阵计算为

$$P^{(o)}(t) = (e^T \Sigma^{-1}(t) e)^{-1}, \quad (24)$$

且有关系 $P^{(o)}(t) \leq P^{(i)}(t, t|t), i=1, 2, \dots, L$.

与状态增广方法相比, 非增广加权融合最优滤波器避免了高维计算, 可减小计算负担. 且它们具有相同的精度. 这在仿真研究中可以看到.

4 仿真研究(Simulation research)

考虑一个由AR模型描述的语音信号的估计问题, 假设它被3个传感器观测, 问题可描述如下:

$$\begin{aligned}
& s(t+1) = \\
& a_0 s(t) + a_1 s(t-1) + a_2 s(t-2) + w(t), \quad (25) \\
& y^{(i)}(t) = h^{(i)} s(t) + v^{(i)}(t), \quad (26)
\end{aligned}$$

其中 $s(t)$ 为信号, 假设 $w(t)$ 和 $v^{(i)}(t)$ 是零均值、方差为 Q_w 和 $Q_{v^{(i)}}$ 的独立白噪声. 求信号 $s(t)$ 的最优加权融合Kalman滤波器 $\hat{s}^{(o)}(t|t)$.

在仿真中取 $a_0 = 1.5, a_1 = -0.1, a_2 = -0.5; Q_w = 1, Q_{v^{(1)}} = 1, Q_{v^{(2)}} = 2, Q_{v^{(3)}} = 3; h^{(1)} = 0.4, h^{(2)} = 0.5, h^{(3)} = 0.6$; 初值 $s(-k) = 0, P_0(k, l) = 0.1; k, l = 0, 1, 2$. 取50个采样数据. 由引理1可求得局部最优Kalman滤波器 $\hat{s}^{(i)}(t|t), i=1, 2, 3$. 由定理1和定理2可获得非增广分布式最优加权融合滤波器 $\hat{s}^{(o)}(t|t)$. 结果如图1~4所示, 图中实线表示真值, 虚线表示估值. 各局部滤波器(LF)、非增广加权融合滤波器(NAWFF)、状态增广加权融合滤波器(SAWFF), 以及状态和观测增广最优滤波器(SMAOF)的误差方差的稳态值如表1所示, 可见状态和观测增广最优滤波器的精度高于分布式最优加权融合滤波器, 而融合估计的精度高于局部滤波器. 非增广融合与增广融合具有相同的精度. 虽然非增广融合滤波的精度低于状态和观测增广滤波, 但避免了增维带来的缺点, 且分布式结构使得融合滤波器具有可靠性.

表1 局部滤波、分布式最优加权融合滤波与增广最优滤波的精度比较

Table 1 Comparison of accuracy for local filters, distributed optimal weighted fusion filter and augmented optimal filter

滤波器	LF1	LF2	LF3	NAWFF	SAWFF	SMAOF
方差	3.2094	3.8961	4.0222	1.7489	1.7489	1.5210

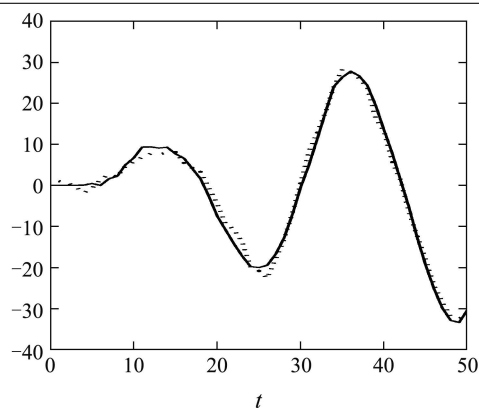


图1 基于单传感器1的Kalman滤波器

Fig. 1 Kalman filter based on single sensor 1

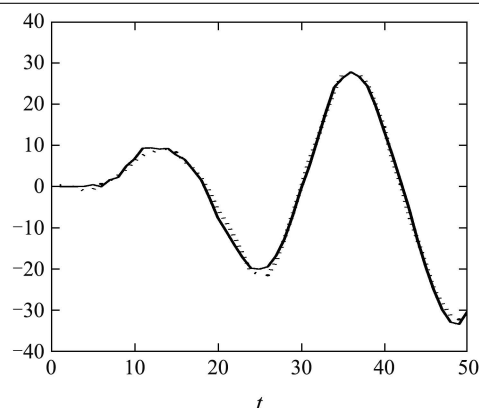


图4 分布式加权融合Kalman滤波器

Fig. 4 Distributed weighted fusion Kalman filter

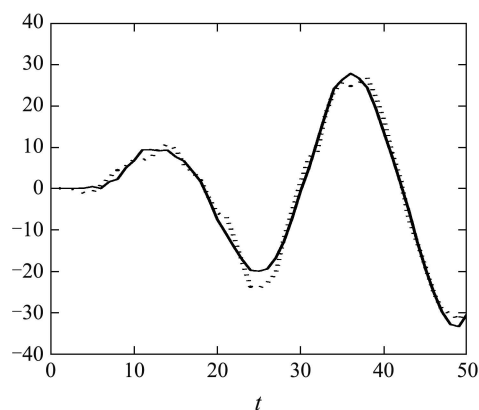


图2 基于单传感器2的Kalman滤波器

Fig. 2 Kalman filter based on single sensor 2

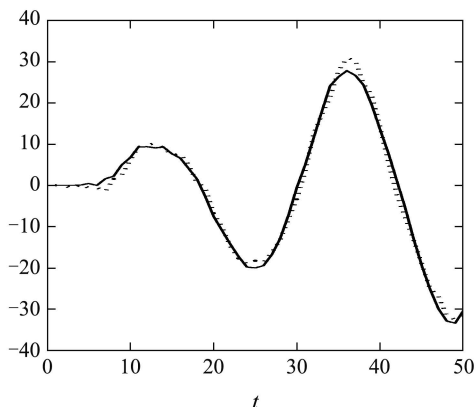


图3 基于单传感器3的Kalman滤波器

Fig. 3 Kalman filter based on single sensor 3

5 结论(Conclusion)

基于线性最小方差加权融合估计算法,对带多个传感器的状态时滞随机系统,首先应用状态增广方法给出了一种加权融合最优Kalman滤波器,它要求高维计算.为减小计算负担,又给出了一种非增广加权融合最优滤波器,它避免了由于状态增广所带来的高维计算,且与增广加权融合具有相同的估计精度.推得了状态时滞系统任两个传感器子系统之间的滤波误差互协方差阵.与状态和观测增广最优滤波器相比,非增广的加权融合滤波器具有近似的精度,但避免了高维计算和大的存储空间.

参考文献(References):

- [1] KAILATH T, SAYED A H, HASSIBI B. *Linear Estimation*[M]. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1999.
- [2] PRIEMER R, VACROUX A G. Estimation in linear systems with multiple time delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1969, 13(4): 384 – 387.
- [3] BARSHALOM Y. On the track-to-track correlation problem[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1981, 26(2): 571 – 572.
- [4] HASHEMIPOUR H R, ROY S, LAUB A J. Decentralized structures for parallel Kalman filtering[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1988, 33(1): 88 – 93.
- [5] CARLSON N A. Federated square root filter for decentralized parallel processes[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1990, 26(3): 517 – 525.
- [6] KIM K H. Development of track to track fusion algorithm[C] // *Proceedings of American Control Conference*. Maryland: [s.n.], 1994: 1037 – 1041.
- [7] CHEN H, KIRUBARAJAN T, BARSHALOM Y. Performance limits of track-to-track fusion versus centralized estimation: theory and application[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(2): 386 – 398.
- [8] LI X R, ZHU Y M, WANG J, et al. Optimal linear estimation fusion-part I: unified fusion rules[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(9): 2192 – 2208.
- [9] SUN S L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter with application[J]. *Aerospace Science and Technology*, 2004, 8(1): 57 – 62.
- [10] SUN S L, DENG Z L. Multi-sensor optimal information fusion Kalman filter[J]. *Automatica*, 2004, 40(6): 1017 – 1023.

- [11] SUN S L. Distributed optimal component fusion weighted by scalars for fixed-Lag Kalman smoother[J]. *Automatica*, 2005, 41(12): 2153 – 2159.
- [12] 孙书利, 邓自立. 带有色观测噪声系统多传感器标量加权最优信息融合稳态Kalman滤波器[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(4): 635 – 638.
(SUN Shuli, DENG Zili. Multi-sensor optimal information fusion steady-state Kalman filter weighted by scalars for systems with colored measurement noises[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(4): 635 – 638.)
- [13] SUN S L. Optimal multi-sensor Kalman smoothing fusion for discrete multichannel ARMA signals[J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2005, 3(2): 168 – 172.
- [14] 孙书利. 多模型多传感器信息融合Kalman平滑器[J]. *控制理论与应用*, 2005, 22(2): 211 – 217.
(SUN Shuli. Multi-model and multi-sensor information fusion Kalman smoother[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(2): 211 – 217.)
- [15] LU X, ZHANG H S, WANG W, et al. Kalman filtering for multiple time-delay systems[J]. *Automatica*, 2005, 41(7): 1017 – 1023.

作者简介:

孙书利 (1971—), 男, 博士, 教授, 目前研究方向为状态估计、时滞系统、传感器网络、多传感器信息融合等, E-mail: sunsl@hlju.edu.cn;

吕楠 (1981—), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为时滞系统滤波、信息融合滤波, E-mail: ln4321@sina.com;

白锦花 (1982—), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为故障检测与隔离、信息融合滤波, E-mail: ln4321@sina.com;

陈卓 (1983—), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为信号处理、信息融合滤波, E-mail: ln4321@sina.com.

(上接第500页)

- [9] MANDILARA A, CLARK J W, BYRD M S. Elliptical orbits in the Bloch sphere[J]. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, 2005, 7(2): 277 – 282.
- [10] MICHAEL A N, ISAAC L C. *Quantum Computation and Quantum Information*[M]. London: Cambridge University Press, 2000.
- [11] 陈宗海, 董道毅, 张陈斌. 量子控制导论[M]. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2005.
(CHEN Zonghai, DONG Daoyi, ZHANG Chenbin. *Introduction to Quantum Control*[M]. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2005.)
- [12] D'ALESSANDRO D, DAHLEH M. Optimal control of two-level quantum systems[J]. *IEEE Transaction on Automatica Control*, 2001, 46: 866 – 876.
- [13] 张镇九, 张昭理, 李爱民. 量子计算与通信加密[M]. 武汉: 华中师范大学出版社, 2002.
(ZHANG Zhengjiu, ZHANG Zhaoli, LI Aimin. *Quantum Computation and Communication Encrypting*[M]. Wuhan: Huazhong Normal University Press, 2002.)

作者简介:

陈宗海 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 中国自动化学会理事, 中国系统仿真学会常务理事, 研究方向为复杂系统建模、仿真与控制、模式识别与智能系统、量子控制等, E-mail: chenzh@ustc.edu.cn;

朱明清 (1982—), 男, 硕士研究生, 研究方向为量子计算和量子控制;

张陈斌 (1980—), 男, 博士研究生, 研究方向是量子信息和量子控制的研究;

李明 (1980—), 男, 博士研究生, 研究方向是量子信息和量子控制的研究.