文章编号: 1000−8152(2008)03−0543−04

具有干扰的马尔科夫跳跃线性系统几乎处处稳定性充分条件

高丽君[1]，武玉强[1]，方玉光[2]

(1. 曲阜师范大学 自动化研究所, 山东 曲阜 273165; 2. 美国佛罗里达大学 电气与计算机工程系, 美国 32611)

摘要: 跳跃线性系统是一类具有随机跳变参数的线性系统, 其跳变参数根据给定的有限状态马尔科夫链演化, 这样的模型可以用来描述出现故障或者在结构上突然发生变化的系统. 本文采用随机李雅谱诺夫第二方法研究了具有干扰的离散时间跳跃线性系统的几乎处处稳定性, 得到了一类充分条件. 并由此条件进一步得出了更易于检测其几乎处处稳定性的充分条件.

关键词: 跳跃线性系统; 有限状态马尔科夫链; 几乎处处稳定性; 矩稳定性

中图分类号: TP13　　**文献标识码**: A

The sufficient condition for almost sure stability of Markov jump linear systems with disturbance

GAO Li-jun[1]，WU Yu-qiang[1]，FANG Yu-guang[2]

(1. Institute of Automation, Qufu Normal University, Qufu Shandong 273165, China;
2. Department of Electrical and Computer Engineering, University of Florida, Florida 32611, America)

Abstract: A jump linear system is defined as a family of linear systems with randomly jumping parameters governed by a Markov jump process. It is used to model the system subject to failures or changes in structure. The almost sure stability of a discrete-time jump linear system with disturbance is studied by using the stochastic version of Lyapunov second method. A sufficient condition for almost sure stability is derived. Some new simpler tractable sufficient conditions for almost sure stability are obtained from the proposed sufficient conditions.

Key words: jump linear systems; finite state Markov chain; almost sure stability; moment stability

1 引言(Introduction)

在工业过程中, 许多实际系统都会因内部部件的故障、维修、受到突发性环境扰动和子系统之间关联发生改变等原因发生突然的变化, 这类系统可以用如下的跳跃线性随机系统来描述:

$$x_{k+1} = H(\sigma_k)x_k + G(\sigma_k)u_k,\ k \in \{0, 1, \cdots\}, \quad (1)$$

其中: $x_k \in \mathbb{R}^n, H(\sigma_k) \in \mathbb{R}^{n\times n}, G(\sigma_k) \in \mathbb{R}^{n\times m}, u_k \in \mathbb{R}^m, \{\sigma_k\}$ 是一个有限状态马尔科夫链[1,2]. 在一些控制系统的设计和分析中, 模型(1)的稳定性分析是非常重要的. 对具有马尔科夫过程的线性系统稳定性的研究得到国内外专家的关注[3,4]. 其研究的主要侧重点是考虑几乎处处稳定性和δ-矩稳定性. 对δ-矩稳定性有多种不同的定义: δ-矩稳定性, 指数δ-矩稳定性, 随机δ-矩稳定性. 利用随机李雅谱诺夫第二方法, 文[1]分析了系统(1)的几乎处处稳定性, 得到了一类充分条件. 文[5]中的结果证明对具有马尔科夫过程的系统(1), 所有的δ-矩稳定性定义是等价的, 并且都意味着几乎处处稳定性, 同时得出, 对于充分小的$\delta > 0$, δ-矩稳定性和几乎处处稳定性是等价的.

实际过程中, 系统往往由于外界随机噪声干扰等因素的限制使得其稳定性能受到影响[6,7]. 基于文[1,8], 本文进一步分析了具有干扰的系统(1)的几乎处处稳定性问题. 当干扰满足线性增长的条件, 通过李雅谱诺夫第二方法分析其稳定性, 证明了对于存在干扰的系统(1), 文[1]所得到的大部分性质仍能得到满足. 并进而提出了一些新的保证其处处稳定性的充分条件.

2 问题提出(Problem statement)

考虑具有干扰的马尔科夫离散时间跳跃系统

$$x_{k+1} = \bar{H}(\sigma_k)x_k + G(\sigma_k)u_k + \xi(\sigma_k, x_k). \quad (2)$$

通过配置极点, 一个状态反馈$u_k = K(\sigma_k)x_k$可将系

收稿日期: 2006−03−20; 收修改稿日期: 2007−03−27.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60574007, 60674027); 教育部博士点学科专项基金资助项目(2005446001).

统(2)转化成如下闭环系统[9]:
$$x_{k+1}=H(\sigma_k)x_k+\xi(\sigma_k,x_k),\tag{3}$$
因此分析系统(2)的稳定性可以转化成分析系统(3)的稳定性, 其中$x_k\in\mathbb{R}^n,H(\sigma_k)\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $\{\sigma_k\}$或者是一个有限状态独立同分布(i.i.d)的随机过程, 其状态空间为$\underline{N}=\{1,2,\cdots,N\}$, 对于任意的$j\in\underline{N}$, 其概率分布为$P\{\sigma_0=j\}=p_j$; 或者是一个有限状态时齐马尔科夫链, 其状态空间为$\underline{N}=\{1,2,\cdots,N\}$, 转移概率矩阵为$P=(p_{ij})_{N\times N}$, 初始分布为$p=(p_1,p_2,\cdots,p_N)$. $\xi(\sigma_k,x_k)\in\mathbb{R}^n$是一个随机干扰过程满足
$$\|\xi(\sigma_k,x_k)\|\leqslant\alpha\|x_k\|,\forall k\geqslant 0,\tag{4}$$
其中α是一大于零的常数. 为便于分析, 作如下定义: 设A^{T}表示其转置矩阵, 对任意向量$x\in\mathbb{R}^{n\times n}$, $\|x\|_2$表示其欧几里德范数, $\|A\|_2$是由欧几里德范数所诱导的矩阵范数, 即$\|A\|_2=\sqrt{\lambda_{\max}(A^{\mathrm{T}}A)}$. $\lambda_{\max}(\cdot)$为最大特征值, $\mathrm{E}(\cdot)$为期望算子. 在本文中, 若无特别说明, 均以$\|\cdot\|$代替$\|\cdot\|_2$.

下面给出几乎处处稳定的定义.

定义 1 具有马尔科夫过程$\{\sigma_k\}$的跳跃线性系统(3)是几乎处处稳定(渐近地), 如果对于任意的$x(0)=x_0\in\mathbb{R}^n$和$\{\sigma_k\}$的任意初始分布p, 有
$$P\{\lim_{k\to\infty}\|x(k,x_0,\omega)\|=0\}=1,\tag{5}$$
其中$\omega\in\Omega$, Ω为样本空间.

3 主要结论(Main results)

在得出主要结论之前, 首先给出李雅谱诺夫随机稳定性定理.

引理 1 对于一个具有马尔科夫过程$\{\sigma_k\}$的跳跃线性系统, 如果存在一个随机李雅谱诺夫函数$V(x_k,\sigma_k)$满足如下条件:

条件 1 $V(0,\sigma_0)=0$;

条件 2 $\alpha(\|x_k\|)<V(x_k,\sigma_k)<\beta(\|x_k\|)$, 其中$\alpha(z),\beta(z)$是严格递增的连续函数且满足$\alpha(0)=\beta(0)=0$;

条件 3 $\mathrm{E}\{V(x_{k+1},\sigma_{k+1})|x_k=x,\sigma_k=i\}-V(x,i)\leqslant-\gamma(\|x\|)$, $\forall x\in\mathbb{R}^n$, $i=1,2,\cdots,N$, 其中$\gamma(z)$为一非减连续函数且有$\gamma(0)=0$;

则此跳跃系统是几乎处处稳定的.

引理 2 如果$a_i\geqslant 0,\sum\limits_{i=1}^{N}a_i=1,b_i\geqslant 0$,则对任意的$\delta>0$,有
$$\lim_{\delta\to 0}[\sum_{i=1}^{N}a_i(b_i)^{\delta}]^{\frac{1}{\delta}}=\prod_{i=1}^{N}(b_i)^{a_i},\forall i\in\underline{N}.\tag{6}$$

下面给出马尔科夫跳跃系统几乎处处稳定的充分条件.

定理 1 对于系统(3), 如果干扰$\xi(\sigma_k,x_k)$满足(4), $\{\sigma_k\}$为一有限状态马尔科夫链, 其转移概率矩阵为$P=(p_{ij})$. 如果存在一系列的正定矩阵$P(1),P(2),\cdots,P(N)$满足
$$\sup_{\|x\|=1}\prod_{j=1}^{N}((\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)H(i)\|+2\alpha\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)/x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{p_{ij}}<1,\forall i\in\underline{N},\tag{7}$$
那么系统(3)是几乎处处稳定的.

证 定义李雅谱诺夫函数为
$$V(x_k,\sigma_k)=({x_k}^{\mathrm{T}}P(\sigma_k)x_k)^{\frac{\delta}{2}}.$$
其中δ为一大于零的常数. 则有
$$\begin{aligned}
&\Delta V(x,i)=\\
&\mathrm{E}\{({x_{k+1}}^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})x_{k+1})^{\frac{\delta}{2}}\\
&|x_k=x,\sigma_k=i\}-(x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{\frac{\delta}{2}}=\\
&\mathrm{E}\{({x_k}^{\mathrm{T}}H(\sigma_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})H(\sigma_k)x_k+\\
&2{x_k}^{\mathrm{T}}H(\sigma_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})\xi(\sigma_k,x_k)+\\
&\xi(\sigma_k,x_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})\xi(\sigma_k,x_k))^{\frac{\delta}{2}}\\
&|x_k=x,\sigma_k=i\}-(x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{\frac{\delta}{2}}=\\
&\mathrm{E}\{(x^{\mathrm{T}}H(\sigma_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})H(\sigma_k)x+\\
&2x^{\mathrm{T}}H(\sigma_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})\xi(\sigma_k,x_k)+\\
&\xi(\sigma_k,x_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})\xi(\sigma_k,x_k))^{\frac{\delta}{2}}\\
&|\sigma_k=i\}-(x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{\frac{\delta}{2}}\leqslant\\
&\mathrm{E}\{(\|x^{\mathrm{T}}H(\sigma_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})H(\sigma_k)x\|+\\
&2\|x^{\mathrm{T}}H(\sigma_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})\xi(\sigma_k,x_k)\|+\\
&\|\xi(\sigma_k,x_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})\xi(\sigma_k,x_k)\|)^{\frac{\delta}{2}}\\
&|\sigma_k=i\}-(x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{\frac{\delta}{2}}\leqslant\\
&\mathrm{E}\{(\|x\|^2\|H(\sigma_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})H(\sigma_k)\|+\\
&2\|x\|\|H(\sigma_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})\|\|\xi(\sigma_k,x_k)\|+\\
&\|\xi(\sigma_k,x_k)\|^2\|P(\sigma_{k+1})\|)^{\frac{\delta}{2}}\\
&|\sigma_k=i\}-(x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{\frac{\delta}{2}}\leqslant\\
&\mathrm{E}\{(\|x\|^2(\|H(\sigma_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})H(\sigma_k)\|+\\
&2\alpha\|H(\sigma_k)^{\mathrm{T}}P(\sigma_{k+1})\|+\\
&\alpha^2\|P(\sigma_{k+1})\|))^{\frac{\delta}{2}}\\
&|\sigma_k=i\}-(x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{\frac{\delta}{2}}=\\
&\sum_{j=1}^{N}p_{ij}(\|x\|^2(\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)H(i)\|+\\
&2\alpha\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|))^{\frac{\delta}{2}}-\\
&(x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{\frac{\delta}{2}}=
\end{aligned}$$

$$(x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{\frac{\delta}{2}}\times\big[\sum_{j=1}^{N}p_{ij}(\|x\|^2(\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)H(i)\|+2\alpha\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)/(x^{\mathrm{T}}P(i)x))^{\frac{\delta}{2}}-1\big]=(x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{\frac{\delta}{2}}\times\{[(\sum_{j=1}^{N}p_{ij}\cdot(\frac{\|x\|^2(\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)H(i)\|}{x^{\mathrm{T}}P(i)x}+\frac{2\alpha\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)}{x^{\mathrm{T}}P(i)x})^{\frac{\delta}{2}})^{\frac{2}{\delta}}]^{\frac{\delta}{2}}-1\}. \quad (8)$$

由马尔科夫链性质$\sum\limits_{j=1}^{N}p_{ij}=1$和引理2可得

$$\lim_{\delta\to 0}[\sum_{j=1}^{N}p_{ij}(\frac{\|x\|^2(\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)H(i)\|}{x^{\mathrm{T}}P(i)x}+\frac{2\alpha\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)}{x^{\mathrm{T}}P(i)x})^{\frac{\delta}{2}}]^{\frac{2}{\delta}}=\prod_{j=1}^{N}(\frac{\|x\|^2(\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)H(i)\|}{x^{\mathrm{T}}P(i)x}+\frac{2\alpha\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)}{x^{\mathrm{T}}P(i)x})^{p_{ij}}. \quad (9)$$

由不等式(7), 则对于$\forall i\in \underline{N}$, 存在$\rho, 0<\rho<1$, 使得

$$\sup_{\|x\|=1}(\frac{\|x\|^2(\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)H(i)\|}{x^{\mathrm{T}}P(i)x}+\frac{2\alpha\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)}{x^{\mathrm{T}}P(i)x})^{p_{ij}}<\rho<1. \quad (10)$$

由式(10), 可得: 存在常数$\delta>0$, 使得对于任意的$x\in\mathbb{R}^n$, $\|x\|=1$和任意的$i\in\underline{N}$有

$$[\sum_{j=1}^{N}p_{ij}(\frac{\|x\|^2(\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)H(i)\|}{x^{\mathrm{T}}P(i)x}+\frac{2\alpha\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)}{x^{\mathrm{T}}P(i)x})^{\frac{\delta}{2}}]^{\frac{2}{\delta}}<\rho. \quad (11)$$

事实上, 假如式(11)不成立, 则对于任意的$\delta>0$, 存在$i_0\in\underline{N}$和$x_0\in\mathbb{R}^n$满足$\|x_0\|=1$使得

$$[\sum_{j=1}^{N}p_{i_0j}(\frac{\|x_0\|^2(\|H(i_0)^{\mathrm{T}}P(j)H(i_0)\|}{{x_0}^{\mathrm{T}}P(i_0)x_0}+\frac{2\alpha\|H(i_0)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)}{{x_0}^{\mathrm{T}}P(i_0)x_0})^{\frac{\delta}{2}}]^{\frac{2}{\delta}}\geqslant\rho.$$

由于$S^n=\{x|\|x\|=1\}$是一紧集, 不失一般性, 可以选择一收敛数列$\xi_k\in S^n$满足$\lim\limits_{k\to\infty}\xi_k=x_0$且有$\|x_0\|=1$. 因而有

$$[\sum_{j=1}^{N}p_{i_0j}(\frac{\|\xi_k\|^2(\|H(i_0)^{\mathrm{T}}P(j)H(i_0)\|}{{\xi_k}^{\mathrm{T}}P(i_0)\xi_k}+\frac{2\alpha\|H(i_0)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)}{{\xi_k}^{\mathrm{T}}P(i_0)\xi_k})^{\frac{\delta}{2}}]^{\frac{2}{\delta}}\geqslant\rho. \quad (12)$$

为方便计, 定义

$$M_{i_0j}(x)=\frac{\|x\|^2(\|H(i_0)^{\mathrm{T}}P(j)H(i_0)\|}{x^{\mathrm{T}}P(i_0)x}+\frac{2\alpha\|H(i_0)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)}{x^{\mathrm{T}}P(i_0)x}.$$

由于$M_{i_0j}(x)$是S^n上一连续函数, 因此对任意的$\varepsilon>0$, 存在$K>0$使得当$k>K$时, 有

$$M_{i_0j}(\xi_k)\leqslant M_{i_0j}(x_0)+\varepsilon.$$

由式(12)可易得

$$[\sum_{j=1}^{N}p_{i_0j}(M_{i_0j}(x_0)+\varepsilon)^{\frac{\delta}{2}}]^{\frac{2}{\delta}}\geqslant\rho.$$

对上式关于$\delta\to 0_+$取极限, 并应用式(9)可得到

$$\prod_{j=1}^{N}(M_{i_0j}(x_0)+\varepsilon)^{p_{i_0j}}\geqslant\rho.$$

上式对任意的$\varepsilon>0$都成立. 由此得到

$$\prod_{j=1}^{N}(M_{i_0j}(x_0))^{p_{i_0j}}\geqslant\rho.$$

上式与式(10)相矛盾, 因此式(11)是正确的.

将式(11)代入式(8), 对任意的$x\neq 0$可得

$$\Delta V(x,i)\leqslant(x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{\frac{\delta}{2}}(\rho^{\frac{\delta}{2}}-1)=-(1-\rho^{\frac{\delta}{2}})(x^{\mathrm{T}}P(i)x)^{\frac{\delta}{2}}<0.$$

由引理1得出系统(3)是几乎处处稳定的.

下面给出一个更加易于检测其处处稳定性的结果.

定理 2 若$\{\sigma(k)\}$是一有限状态马尔科夫链, 其概率转移矩阵为$P=(p_{ij})$且干扰项$\xi(\sigma_k,x_k)$满足式(4). 如果存在正定矩阵$P(1),P(2),\cdots,P(N)$使得

$$\prod_{j=1}^{N}\lambda_{\max}[(\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)H(i)\|+2\alpha\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)P^{-1}(i)]^{p_{ij}}<1,\ \forall i\in\underline{N}, \quad (13)$$

则系统(3)是几乎处处稳定的.

证 由式(7)可得

$$\sup_{\|x\|=1}\prod_{j=1}^{N}(\frac{\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)H(i)\|}{x^{\mathrm{T}}P(i)x}+\frac{2\alpha\|H(i)^{\mathrm{T}}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|}{x^{\mathrm{T}}P(i)x})^{p_{ij}}=$$

$$\sup_{\|x\|=1}\prod_{j=1}^{N}(\frac{\|x\|^2(\|H(i)^{\mathrm T}P(j)H(i)\|}{x^{\mathrm T}P(i)x}+$$
$$\frac{2\alpha\|H(i)^{\mathrm T}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)}{x^{\mathrm T}P(i)x})^{p_{ij}}=$$
$$\sup_{\|x\|=1}\prod_{j=1}^{N}(\frac{x^{\mathrm T}(\|H(i)^{\mathrm T}P(j)H(i)\|}{x^{\mathrm T}P(i)x}+$$
$$\frac{2\alpha\|H(i)^{\mathrm T}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)x}{x^{\mathrm T}P(i)x})^{p_{ij}}<1.$$

对上述方程左右两边取最大值并利用已知结论$\max\limits_{x\neq 0}\dfrac{x^{\mathrm T}Qx}{x^{\mathrm T}Px}=\lambda_{\max}(QP^{-1})$, 易得证.

在上述定理中, 李雅谱诺夫函数选取为

$$V(x_k,\sigma_k)=({x_k}^{\mathrm T}P(\sigma_k)x_k)^{\frac{\delta}{2}}.$$

对于由$\sigma(0),\cdots,\sigma(k-1)$生成的$\sigma$-代数域, 则李雅谱诺夫函数可合理构造为

$$V(x_k,\sigma_{k-1})=({x_k}^{\mathrm T}P(\sigma_{k-1})x_k)^{\frac{\delta}{2}},$$

然后可得如下结论.

定理 3 对于系统(3), 如果干扰$\xi(\sigma_k,x_k)$满足(4), $\{\sigma_k\}$为一有限状态马尔科夫链, 其转移概率矩阵为$P=(p_{ij})$. 如果存在一系列的正定矩阵$P(1),P(2),\cdots,P(N)$满足

$$\sup_{\|x\|=1}\prod_{j=1}^{N}(\frac{\|H(j)^{\mathrm T}P(j)H(j)\|+2\alpha\|H(j)^{\mathrm T}P(j)\|}{x^{\mathrm T}P(i)x}+\frac{\alpha^2\|P(j)\|}{x^{\mathrm T}P(i)x})^{p_{ij}}<1,\forall i\in\underline{N},\tag{14}$$

那么系统(3)是几乎处处稳定的. 证明略.

定理 4 若$\{\sigma(k)\}$是一有限状态马尔科夫链, 其概率转移矩阵为$P=(p_{ij})$且干扰项$\xi(\sigma_k,x_k)$满足(4). 如果存在正定矩阵$P(1),P(2),\cdots,P(N)$使得

$$\prod_{j=1}^{N}\lambda_{\max}[(\|H(j)^{\mathrm T}P(j)H(j)\|+2\alpha\|H(j)^{\mathrm T}P(j)\|+\alpha^2\|P(j)\|)P^{-1}(i)]^{p_{ij}}<1,\forall i\in\underline{N},\tag{15}$$

则系统(3)是几乎处处稳定的. 与定理2类似, 故证明略.

注 1 由于一个独立同分布(i.i.d)的随机过程也是一个有限状态马尔科夫链, 故上述所有的充分条件对于具有i.i.d随机过程的系统也是成立的, 并且结果可能会更加简单, 易实现. 另外, 马尔科夫过程$\{\sigma_k\}$也可能不是遍历的, 故得到的充分条件保守性更低.

4 结论(Conclusion)

本文研究了一类具有干扰的跳跃线性系统的几乎处处稳定性问题. 通过李雅谱诺夫第二方法得出一类新的几乎处处稳定的充分条件, 并进而得出一些更加易于检测的几乎处处稳定的充分条件. 对于具有干扰的跳跃系统的几乎处处稳定性和δ-稳定性之间的关系有待于进一步研究. 由于跳跃线性系统仅仅是随机系统的一部分, 因此对于更加一般的随机系统我们可以进行类似的研究.

参考文献(References):

[1] FANG Y G. A new general sufficient condition for almost sure stability of jump linear system[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(3): 378 – 382.

[2] MARITON M. *Jump Linear Systems in Automatic Control*[M]. New York: Marcel Dekke, 1990.

[3] 康宇, 奚宏生, 季海波, 等. 不确定状态滞后线性跳跃系统的时滞相关鲁棒非脆弱H_∞控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(6): 939 – 946.
(KANG Yu, XI Hongsheng, JI Haibo, et al. Delay-dependent robust and non-fragile H-infinity control for uncertain state-delayed jump linear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(6): 939 – 946.)

[4] 孙敏慧, 邹云, 徐胜元. 随机马尔可夫切换系统的H_∞模型降阶[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(2): 268 – 274.
(SUN Minhui, ZOU Yun, XU Shengyuan. H-infinity model reduction for stochastic systems with Markovian jump parameters and time delay[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(2): 268 – 274.)

[5] FANG Y G, LOPARO K A, FENG X B. Stability of discrete time jump linear systems[J]. *Journal of Mathematical Systems, Estimation and Control*, 1995, 5(3): 275 – 321.

[6] 顾建忠, 武玉强. 带有干扰的时变系统的变结构鲁棒控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(3): 475 – 479.
(GU Jianzhong, WU Yuqiang. Variable structure robust controller for linear time-varying systems with disturbances[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(3): 475 – 479.)

[7] 宗光灯, 武玉强. 一类离散时间切换混杂系统鲁棒控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(5): 728 – 732.
(ZONG Guangdeng, WU Yuqiang. Robust control for a class of discrete time switched hybrid systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(5): 728 – 732.)

[8] FANG Y G, LOPARO K A. Stochastic stability of jump linear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(7): 1204 – 1208.

[9] CHENG D Z, GUO L, LIN Y D, et al. Stabilization of switched linear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(5): 661 – 666.

作者简介:

高丽君 (1977—), 女, 曲阜师范大学自动化研究所博士研究生, 主要研究方向为具有马尔科夫过程的随机控制, E-mail: gaolijungaogao@126.com;

武玉强 (1962—), 男, 曲阜师范大学自动化研究所教授, 博士生导师, 主要研究方向为随机控制、变结构控制、非线性系统控制、混杂动态系统以及网络控制等, E-mail: wyq@qfnu.edu.cn;

方玉光 (1964—), 男, 弗罗里达大学电气与计算机工程学院终身教授, 主要研究方向为随机控制系统稳定性分析、计算机通信, E-mail: fang@ece.ufl.edu.