

检验门限协整模型中的线性协整

杨政^{1,2}, 田铮^{1,3}, 原子霞¹

(1. 西北工业大学 应用数学系, 陕西 西安 710072; 2. 电子科技大学 经济与管理学院, 四川 成都 610054;

3. 中国科学院 遥感应用研究所 国家重点实验室, 北京 100101)

摘要: 考虑门限协整回归模型中线性的检验问题. 在原假设为线性协整的条件下, 构造了SupLM(supremum Lagrange multiplier)统计量, 并给出了极限分布. Monte Carlo实验研究了SupLM检验的有限样本性能, 结果表明SupLM检验不受回归误差的序列相关性影响, 也不受广义的自回归条件异方差(GARCH(generalized autoregressive conditional heteroskedastic))的影响. 应用SupLM检验方法检测美国国库券收益率之间的关系, 结果表明不同到期时间的国库券收益率之间存在门限协整关系.

关键词: 门限; 协整; SupLM检验; 非线性; 非平稳性; 广义的自回归条件异方差(GARCH)

中图分类号: O212; F064 **文献标识码:** A

Testing the linearity in threshold co-integrating regressions

YANG Zheng^{1,2}, TIAN Zheng^{1,3}, YUAN Zi-xia¹

(1. Department of Applied Mathematics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710072, China;

2. School of Management and Economics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu Sichuan 610054, China;

3. State Key Laboratory of Remote Sensing Science, Institute of Remote Sensing Applications, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100101, China)

Abstract: A testing procedure is proposed to distinguish the linearity from co-integration regressions with threshold effect. A SupLM test is presented for the null of linear co-integration; the null limiting distribution is then derived, and the asymptotic critical values are simulated. Moreover, the performance of the test is studied by using Monte Carlo simulation, which proved that the test works quite well. It is clearly shown that the SupLM test has good finite sample properties, even in the presence of serial correlation of regressor-error or the errors following the generalized autoregressive conditional heteroskedastic (GARCH) processes. Finally, the feasibility of the proposed test is illustrated by examining the threshold nonlinearity of co-integrating regression for U.S. treasury yield curve rates.

Key words: threshold; co-integration; SupLM test; nonlinear; nonstationary; GARCH

1 引言(Introduction)

自从Engle和Granger在文献[1]中首次提出线性协整模型(也称同积模型^[2])以来, 协整分析方法广泛应用于金融时间序列分析和宏观经济分析. 但是应注意在协整的理论和应用研究中, 常假设协整关系满足线性性, 根据经济理论, 在某些场合下, 线性的协整关系与经济分析不符, 见文献[3,4]. 最近文献[5]提出了门限回归模型, 该模型的协整关系由门限变量控制是分段线性的. 在文献[5]所提的模型中, 门限变量是协整系统以外的平稳随机序列. 对于一组具有均衡关系的协整向量, 选择合适的门限变量往往比较棘手, 因此该模型难以用于实证分析.

本文提出了一类新的门限协整回归模型, 旨在协整关系存在的框架下, 进一步检验均衡关系属于线

性协整还是门限非线性协整. 在模型中直接用回归量作为门限变量, 克服了文献[5]中门限变量难以选择的缺陷. 为了检验门限协整回归模型中的线性性, 利用拉格朗日乘子(Lagrange multiplier, 简称LM)检验方法. 由于在备择假设中存在不能识别的门限参数, 因此构造了SupLM统计量进行检验, 并得到了SupLM检验的极限分布.

2 模型与假设(The model and assumptions)

考虑带门限效应的协整回归模型如下:

$$y_t = \beta x_t + \lambda x_t 1_x + u_t, \quad (1)$$

$$x_t = x_{t-1} + v_t. \quad (2)$$

其中: $t = 1, 2, \dots, T$; u_t 为独立同分布随机变量, 均值为零且方差为 σ_u^2 ; v_t 为1维的零均值的平稳过

程, 初值 x_0 是满足 $E|x_0|^4 < \infty$ 的任意随机变量; $1_x = 1\{x_t \geq \gamma\}$ 为示性函数, 当 $x_t \geq \gamma$ 时为1, 否则为0; γ 为门限参数.

模型(1)是线性协整回归的一种非线性扩展. 当 $x_t < \gamma$ 时, 协整向量为 $(1, -\beta)'$; 当 $x_t \geq \gamma$ 时, 协整向量为 $(1, -\beta - \lambda)'$. 在非平稳变量 y_t 和 x_t 之间, 门限参数确定了两种协整机制. 为了在门限协整回归模型中检测出线性协整, 因此检验的原假设为 $H_0: \lambda = 0$; 备择假设 H_1 为 $\lambda \neq 0$.

为方便讨论, 给出符号说明. 用 $\xrightarrow{p}$ 表示依概率收敛, $\Rightarrow$ 表示弱收敛, $[\cdot]$ 为向下取整. 用 $W_u(r)$ 和 $W_v(r)$ 表示标准的Brown运动. 用 $B_u(r)$ 和 $B_v(r)$ 表示一般的Brown运动, 满足 $B_u(r) = \sigma_u W_u(r)$ 和 $B_v(r) = \sigma_v W_v(r)$, 并令 $1_W = 1\{W(r) \geq 0\}$ 和 $1_B = 1\{B(r) \geq 0\}$.

下面给出需要用到的假设条件.

假设 1 令 $w_t = [u_t, v_t]'$, 由文献[6]的泛函中心极限定理, 有 $T^{-1/2} \sum_{j=1}^{[Tr]} w_j \Rightarrow B(r)$ 成立, 而 $B(r) = [B_u(r), B_v(r)]'$ ($0 \leq r \leq 1$)是Brown运动, 其协方差矩阵为

$$\Omega = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & \sigma_{uv} \\ \sigma_{vu} & \sigma_v^2 \end{bmatrix}.$$

其中: $\sigma_u^2 = E[u_t^2]$, $\sigma_{uv} = E[u_t v_t]$ 和 $\sigma_v^2 = E[v_t^2]$.

在协方差矩阵中, σ_{uv} 表示了误差过程之间的相互关系. 当 $\sigma_{uv} = 0$, 表明 u_t 和 v_t 无相关性, 则 x_t 关于协整回归是外生的; 当 $\sigma_{uv} \neq 0$, 表明 u_t 和 v_t 是相关的, 则 x_t 关于协整回归是内生的. 本文主要讨论 $\sigma_{uv} = 0$ 情况下模型(1)中的检验问题. 对于 u_t 和 v_t 是相关的情况, 可以利用充分改进的最小二乘方法进行估计, 请见文献[6].

假设 2 门限参数 $\gamma \in \Gamma$ 且 $\Gamma = [\gamma_L, \gamma_U]$ 是门限变量样本空间的封闭子集, 其中 $P(x_t \leq \gamma_L) = \theta_1 > 0$, 且 $P(x_t > \gamma_U) = 1 - \theta_1$.

假设2对 $\theta_1 \in \Theta = [\theta_1, 1 - \theta_1]$ 的选择是任意的, 但在实证分析中需要加以限制. 目的是保证在每种机制下有足够的样本估计回归参数, 常用的选择是 θ_1 为0.1或0.15.

上述假设条件常用于研究非线性协整回归模型, 见文献[4,5].

3 统计量与极限分布(Test statistic and limiting distribution)

本节研究门限模型中检验线性协整的理论问题. 首先构造SupLM检验统计量, 然后推导出统计量的极限分布, 最后对模型进行扩展.

3.1 SupLM统计量(The SupLM statistic)

本文采用LM检验方法检测模型(1)中的线性协整. 对给定的门限参数 γ , 将模型(1)改写为矩阵形式:

$$Y = X\beta + X_\gamma\lambda + U, \quad (3)$$

其中:

$$Y = (y_1, \dots, y_T)', X = (x_1, \dots, x_T)',$$

$$X_\gamma = (x_1 1\{x_1 \geq \gamma\}, \dots, x_T 1\{x_T \geq \gamma\})',$$

以及

$$U = (u_1, u_2, \dots, u_T)'.$$

给定门限参数 γ , 模型(3)中参数 (β, λ) 的普通最小二乘估计(OLS)表示为 $(\hat{\beta}(\gamma), \hat{\lambda}(\gamma))$, $\hat{U}(\gamma)$ 为相应估计的残差. 因此, 有

$$Y = X\hat{\beta}(\gamma) + X_\gamma\hat{\lambda}(\gamma) + \hat{U}(\gamma) \quad (4)$$

以及

$$\hat{\sigma}_u^2 = T^{-1} \hat{U}(\gamma) \hat{U}'(\gamma). \quad (5)$$

令 $M = I - X(X'X)^{-1}X'$, 其中 I 为单位矩阵. 检验线性协整和门限协整的LM统计量定义为

$$LM_T(\gamma) = \frac{1}{\hat{\sigma}_u^2} U' M X_\gamma (X_\gamma' M X_\gamma)^{-1} X_\gamma' M U'. \quad (6)$$

在原假设成立的条件下, 有 $MU = MY$ 成立.

对给定的门限参数 γ , 如上定义的LM统计量是合适的. 注意到在实际应用中, 门限参数 γ 是未知的. 由于门限参数 γ 仅存在于备择假设中而不存在于原假设中, 因此LM检验是非标准的. 这类仅在备择假设中存在冗余参数的检验问题, 称之为Davies问题[7]. 基于文献[8]解决Davies问题的方法, 本文采用LM检验的上确界统计量来检验门限协整回归中的线性性, 定义为

$$\text{SupLM} = \sup_{\gamma \in \Gamma} LM_T(\gamma). \quad (7)$$

3.2 极限分布(Limiting distribution)

为得到 SupLM统计量的极限分布, 首先证明两个引理.

引理 1 若假设1,2成立, 如果 $\sigma_{uv} = 0$, 则在原假设 H_0 条件下, 当 $T \rightarrow \infty$, 有

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T x_t^2 \Rightarrow \int_0^1 B_v^2 = \sigma_v^2 \int_0^1 W_v^2; \\ \text{b)} \quad & \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T x_t^2 1_x \Rightarrow \int_0^1 1_B B_v^2 = \sigma_v^2 \int_0^1 1_W W_v^2. \end{aligned}$$

证 a)的证明由文献[9]中引理3(b)直接可得.

对于b), 设 $\bar{\gamma} = \max_{\gamma \in \Gamma} |\gamma|$, 令 $1_0 = 1\{x_t \geq 0\}$,

$$\begin{aligned} & \left| \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T x_t^2 1_x - \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T x_t^2 1_0 \right| \leq \\ & \left| \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T x_t^2 1\{0 < x_t \leq \bar{\gamma}\} \right| \leq \\ & \left| \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T x_t^2 1\{|x_t| \leq \bar{\gamma}\} \right| \leq \frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T \bar{\gamma}^2 \rightarrow 0. \end{aligned}$$

由假设1有 $T^{-1/2}x_{[Tr]} \Rightarrow B_v(r)$, 所以

$$\frac{1}{T^2} \sum_{t=1}^T x_t^2 1_x = \int_0^1 \left(\frac{1}{T^{1/2}} x_{[Tr]} \right)^2 1_x dr \Rightarrow \int_0^1 B_v(r)^2 1_B dr.$$

其中 $B_v(r)$ 为Brown运动. 因为函数 $s^2 1\{s \geq 0\}$ 关于 s 连续, 最后由连续映照定理可得b)成立.

引理2 若假设1,2成立, 如果 $\sigma_{uv} = 0$, 则在原假设 H_0 条件下, 当 $T \rightarrow \infty$, 有

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_t u_t \Rightarrow \int_0^1 B_v dB_u = \sigma_v \int_0^1 W_v dW_u \sigma_u; \\ \text{d)} \quad & \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 1_x x_t u_t \Rightarrow \sigma_v \int_0^1 1_W W_v dW_u \sigma_u. \end{aligned}$$

证 c)的证明由文献[9]中引理3(e)可得.

下面证明d), 令 $S_T(\gamma) = T^{-1} \sum_{t=1}^T 1_x x_t u_t$ 以

及 $S_T(0) = T^{-1} \sum_{t=1}^T 1_0 x_t u_t$, 先考虑

$$\sup_{\gamma \in \Gamma} |S_T(\gamma) - S_T(0)| \xrightarrow{P} 0. \quad (8)$$

对任意的 $\gamma \in \Gamma$, 有

$$|S_T(\gamma) - S_T(0)| \leq \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |1\{-\bar{\gamma} \leq x_t < \bar{\gamma}\} x_t u_t|.$$

由上式右端知式(8)的上确界有界, 当 $T \rightarrow \infty$ 有

$$\begin{aligned} E \left\{ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |1\{-\bar{\gamma} \leq x_t < \bar{\gamma}\} x_t u_t| \right\} &\leq \\ \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sqrt{E[1\{-\bar{\gamma} \leq x_t < \bar{\gamma}\} x_t^2]} \sqrt{E|u_t|^2} &\leq \\ \sqrt{E|u_t|^2} \bar{\gamma}^2 \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sqrt{E[1\{-\bar{\gamma} \leq x_t < \bar{\gamma}\}]} &\rightarrow 0. \end{aligned}$$

对于上式最后收敛为零, 是因为对任意的 $\varepsilon > 0$, 有

$$\begin{aligned} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T E[1\{|x_t| \leq \bar{\gamma}\}] &= \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^1 E[1\{T^{-1/2}|x_{[Tr]}| \leq T^{-1/2}\bar{\gamma}\}] &\leq \\ \lim_{T \rightarrow \infty} \int_0^1 E[1\{T^{-1/2}|x_{[Tr]}| \leq \varepsilon\}] &= \\ \int_0^1 \lim_{T \rightarrow \infty} E[1\{T^{-1/2}|x_{[Tr]}| \leq \varepsilon\}] &= \\ \int_0^1 E[1\{|W(r)| \leq \varepsilon\}] = E \int_0^1 1\{|W(r)| \leq \varepsilon\}. \end{aligned}$$

当 T 足够大时, 有 $T^{-1/2}\bar{\gamma} < \varepsilon$, 由于 ε 的任意性, 再利用控制收敛定理可得.

因为函数 $s \cdot 1\{s \geq 0\}$ 关于 s 是连续的, 利用文献[10]的结论可得

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T 1_x x_t u_t \Rightarrow \int_0^1 1_B B_v dB_u.$$

利用引理1和2, 可得到关于SupLM统计量具有如下性质.

定理3 设假设1,2成立, 如果 $\sigma_{uv} = 0$, 在原假设 $H_0: \lambda = 0$ 条件下, 当 $T \rightarrow \infty$, 有

$$\text{SupLM} \Rightarrow \frac{A^2}{B}.$$

其中:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^1 1_W W_v dW_u - \int_0^1 1_W W_v^2 \left(\int_0^1 W_v^2 \right)^{-1} \int_0^1 W_v dW_u, \\ B &= \int_0^1 1_W W_v^2 - \int_0^1 1_W W_v^2 \left(\int_0^1 W_v^2 \right)^{-1} \int_0^1 1_W W_v^2. \end{aligned}$$

证 因为

$$\text{LM}_T(\gamma) = \frac{1}{\hat{\sigma}_u^2} U' M X_\gamma (X_\gamma' M X_\gamma)^{-1} X_\gamma' M U',$$

由引理1可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{T^2} X_\gamma' M X_\gamma &= \\ \frac{1}{T} X_\gamma' X_\gamma - \frac{1}{T} X_\gamma' X (X' X)^{-1} X' X_\gamma &\Rightarrow \\ \int_0^1 1_B B_v^2 - \int_0^1 1_B B_v^2 \left(\int_0^1 B_v^2 \right)^{-1} \int_0^1 1_B B_v^2, \end{aligned}$$

由引理2可得

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} X_\gamma' M U &= \\ \frac{1}{T} X_\gamma' U - \frac{1}{T} X_\gamma' X (X' X)^{-1} X' U &\Rightarrow \\ \int_0^1 1_B B_v dB_u - \int_0^1 1_B B_v^2 \left(\int_0^1 B_v^2 \right)^{-1} \int_0^1 B_v dB_u, \end{aligned}$$

所以

$$\text{LM}_T(\gamma) \Rightarrow \frac{\sigma_u^2 A^2}{\hat{\sigma}_u^2 B}.$$

最后由大数定律可得 $\hat{\sigma}_u^2 \xrightarrow{P} \sigma_u^2$, 再利用连续映照定理即可得结论.

3.3 模型的扩展(Extension of the model)

模型(1)中未包含截距项, 因此定理3给出的检验性质适用于检验无截距项的门限模型的线性性. 事实上, 定理3的结论可以进一步推广到含截距项的模型. 带截距项的门限协整回归模型为

$$\begin{aligned} y_t &= \beta_0 + \beta_1 x_t + (\lambda_0 + \lambda_1 x_t) 1_x + u_t = \\ &\beta^* z_t + \lambda^* z_t 1_x + u_t. \end{aligned} \quad (9)$$

其中: $\beta^* = (\beta_0, \beta_1)'$, $\lambda^* = (\lambda_0, \lambda_1)'$, $z_t = (1, x_t)'$. 分别用 $W_v^* = (1, W_v)'$ 和 $B_v^* = (1, B_v)'$ 替换定理中的 W_v 和 B_v , 则定理3的结论仍然成立.

在原假设下, 分别模拟了无截距项和含截距项两种情况下SupLM检验的渐近临界值. 设区间 $\Theta =$

[0.1, 0.9], 利用样本量 $T=1000$ 并重复计算10000次, 表1给出了两种情况的渐近临界值.

表1 渐近临界值

Table 1 Asymptotic critical values

分位数	1%	5%	10%	90%	95%	99%
无截距项	0.50	0.90	1.23	6.85	8.316	11.496
含截距项	1.17	1.69	2.03	7.76	9.306	12.230

4 Monte Carlo实验(Monte Carlo experiment)

本节主要利用Monte Carlo实验研究SupLM检验的有限样本性质, 即考察SupLM检验的经验水平值和经验势函数值. 经验水平值给出原假设为真时SupLM检验的性能, 而经验势函数值给出原假设为假(备择假设为真)时的检验性能.

4.1 经验水平值(Size)

设计如下实验, 原假设下数据生成过程(data generated process, 简称DGP)为

$$\begin{cases} y_t = \beta_0 + \beta x_t + u_t, \\ x_t = x_{t-1} + v_t. \end{cases} \quad (10)$$

其中 $v_t = \rho v_{t-1} + \varepsilon_t$ 为一个AR(1)过程, $\rho \neq 0$ 表示误差过程 v_t 含有序列相关性. 对模拟数据的拟合模型采用模型(1)或(9).

实验中, 无截距项的协整回归中设 $\beta = 1$; 含截距的协整回归中设 $\beta_0 = 0.5$ 和 $\beta_1 = 1$. 误差过程分别由同方差和异方差两种类型产生, 同方差指误差过程 u_t 和 ε_t 由独立同分布的随机变量 $N(0, 1)$ 生成. 异方差采用独立的GARCH(1,1)过程产生 u_t 和 ε_t , 即 $u_t \sim N(0, \sigma_{u,t}^2)$ 且 $\sigma_{u,t}^2 = 1 + 0.2u_{t-1}^2 + \phi\sigma_{u,t-1}^2$, ε_t 类似. 在同方差情况下, 考虑DGP1: $\rho = 0$ 和DGP2: $\rho = 0.5$, 在GARCH异方差情况下DGP3-DGP5中: ϕ 分别为0.25, 0.5和0.75且 $\rho = 0$. 对每种情况的数据生成过程, 取样本 $T=100$ 和 $T=200$ 分别重复2000次实验, 并基于渐近临界值记录拒绝原假设的次数.

表2给出了SupLM检验在5%的名义水平上的经验水平值, 即原假设(线性协整)为真时拒绝线性协整的频率. 表2中的结果说明无论回归量是否具有序列相关性, 或者误差过程服从GARCH(1,1)形式, SupLM检验都能正确地判断模拟数据是线性协整.

表2 SupLM检验的经验水平值

Table 2 Size of SupLM tests

参数	T	同方差($\phi = 0.0$)		异方差($\rho = 0.0$)		
		$\rho = 0.0$	$\rho = 0.5$	$\phi = 0.25$	$\phi = 0.50$	$\phi = 0.75$
无截距项	100	0.0410	0.0415	0.0485	0.0530	0.0645
	200	0.0465	0.0505	0.0485	0.0525	0.0690
含截距项	100	0.0410	0.0345	0.0515	0.0495	0.0525
	200	0.0400	0.0370	0.0480	0.0555	0.0710

4.2 经验势函数值(Power)

下面实验研究在备择假设下, SupLM检验的能力. 设数据生成过程为

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + (\lambda_0 + \lambda_1 x_t) 1\{x_t \geq \gamma\} + u_t. \quad (11)$$

其中: 无截距项时 $\beta = 1$, 含截距项时设 $\beta_0 = 0.5$ 和 $\beta_1 = 1$. 对应的 λ_0 和 λ_1 参数设置见表3, 其中 $\lambda_0 = 0$ 表示无截距项模型. 误差过程 u_t , v_t 和 ε_t 的生成方式与检验经验水平时一样. 门限参数 γ 设为 x_t 的样本均值.

表3给出了SupLM检验在5%的名义水平上的功效. 当样本大小分别为 $T=100$ 和 $T=200$ 时, 统计2000次重复实验中拒绝原假设的频率. 从表3的结果可以看到SupLM检验具有良好的功效. 第

一, 在固定协整机制不变时, 样本量的增加使得经验势函数值增加. 例如, 对同方差下的无截距项模型, $\rho = 0$ 和 $\lambda = 0.2$ 时, $T=100$ 的势函数值为0.6435, $T=200$ 时为0.9450. 第二, 当固定样本容量不变时, 两种协整机制的差异变大时, 势函数值增加. 如对异方差下含截距项的模型, $\phi = 0.5$ 和 $T=100$ 时, $\lambda = 0.2$ 的势函数值为0.5170, 而 $\lambda = 0.5$ 时为0.9315. 第三, 无论是否含截距项, $\rho \neq 0$ 的势函数值在 $T=100$ 时显著高于其他情况的效, 但随着样本容量增大或者协整机制之间的差异变大时, 与其他情况的效之间的差别减小. 这说明SupLM检验对含序列相关性的小样本检验更稳定. 综上所述, 在模拟数据由门限协整回归模型产生时, SupLM检验很容易检测出门限非线性.

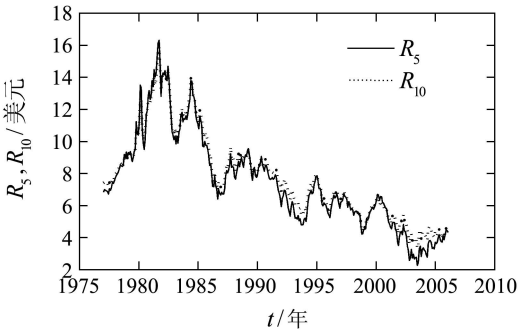
表 3 SupLM检验的经验势函数值
Table 3 Power of SupLM tests

参数	(λ_0, λ_1)	T	同方差($\phi = 0.0$)		异方差($\rho = 0.0$)		
			$\rho = 0.0$	$\rho = 0.5$	$\phi = 0.25$	$\phi = 0.50$	$\phi = 0.75$
无截距项	(0.0,0.2)	100	0.6435	0.9280	0.6450	0.6340	0.6115
		200	0.9450	0.9985	0.9455	0.9435	0.9225
	(0.0,0.5)	100	0.9665	0.9990	0.9665	0.9565	0.9390
		200	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9995
含截距项	(0.2,0.2)	100	0.4895	0.8350	0.5070	0.5170	0.5105
		200	0.8860	0.9935	0.8795	0.8885	0.8485
	(0.5,0.5)	100	0.9410	0.9985	0.9420	0.9315	0.8985
		200	1.0000	1.0000	0.9995	0.9995	0.9945

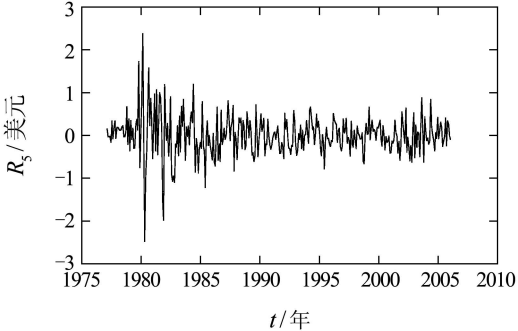
5 实例分析(Empirical illustration)

本节应用SupLM检验检测两支美国债券的收益率(单位: 美元)之间是否存在门限协整关系. 选择到期时间分别为10年和5年的两种债券¹(treasury note), 分别用符号 R_{10} 和 R_5 表示. 样本时间从1977年2月至2005年12月, 以年为单位, 共348组数据样本.

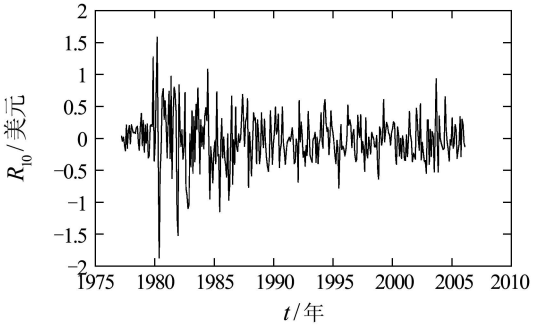
图1给出了收益率变化的时序情况. 观察图1(a), 发现两个时间序列应该具有非平稳特征, 而在(b)和(c)中, 1阶差分序列表现出方差聚类现象, GARCH检验表明差分序列中含有异方差特征, 为节省空间这里略去检验结果.



(a) 原始时序图



(b) R_5 的1阶差分序列



(c) R_{10} 的1阶差分序列

图 1 债券收益率的时序变化图

Fig. 1 Yield curve rates of treasury notes (Horizontal axis

首先验证 R_{10} 和 R_5 中是否含有单位根, 采用ADF单位根检验和文献[11]的方法. 文献[11]的方法适合检验带异方差的单位根. 检验结果见表4, 结果表明在 R_{10} 和 R_5 中含有单位根.

注 表4中: 单位根检验的滞后步数由AIC准则确定. $1/\lambda^2 = E(1/\sigma_t^2)$, σ_t^2 是回归模型误差的条件方差. *, **和***分别表示在10%, 5%和1%的显著水平上接受单位根.

其次对含异方差的 R_{10} 和 R_5 序列进行协整检验, 文献[12]表明Johansen似然比检验仍然有效. 利用Johansen似然比的迹检验检测收益率之间是否具有协整关系, 迹统计量值为18.173, 对应的5%的显著水平临界值为15.41, 因此接受收益率之间存在一个协整关系. 再利用Engle-Granger方法建立 R_{10} 对 R_5 的线性回归方程, 从而得到残差序列 $\hat{u}_t$, 经检验 $\hat{u}_t$ 是平稳的, 再次说明收益率之间存在协整关系. 计算 $\hat{u}_t$ 和 $v_t(R_5$ 的差分序列)之间的相关系数为-0.0747(对应p-值为0.1645大于0.05), 表明5年期的序列关于协整回归是外生的.

¹ 本文数据来源于: <http://cn.finance.yahoo.com/indices>.

表4 国库券收益率的单位根检验

Table 4 Unit root tests for the time series of treasury yield curve rates

变量	ADF方法		Seo方法		
	水平	1阶差分	λ	水平	1阶差分
R_{10}	-3.335**	-13.357	0.59	-1.395***	-5.628
R_5	-3.741*	-12.812	0.76	-1.487***	-5.772

最后在门限协整回归模型中检验线性性. 由于截距项的 t 统计量显著, 采用含截距项的门限模型. 设门限参数的可容许范围为 $\theta_1 \in [0.1, 0.9]$, 计算SupLM统计量的值为27.2715, 在99%的显著水平上大于临界值12.2298. 因此拒绝线性协整的原假设. 这表明在门限协整回归的框架下, 债券收益率之间存在非线性协整.

6 结束语(Conclusion)

本文提出了SupLM检验方法, 检测门限协整回归模型中的线性性. 在原假设为线性协整的条件下, 构造SupLM统计量, 并研究了相应的检验理论. Monte Carlo实验研究了SupLM检验的有限样本性质, 模拟结果表明SupLM检验具有合理的经验水平和较高的经验势函数值. 实验证明了SupLM检验不受回归量误差的序列相关性影响, 也不受GARCH异方差的影响, 能够有效地区分线性协整和门限协整. 实证分析表明两个不同到期时间的国库券收益率之间存在门限协整关系.

关于回归量关于门限协整回归是内生的情况, 以及把模型由单门限扩展到双门限或更多门限的情况正在进一步研究中.

参考文献(References):

- [1] ENGLE R F, GRANGER C W J. Cointegration and error correction: representation, estimation and testing[J]. *Econometrics*, 1987, 55(2): 251 – 276.
- [2] 杨政, 田铮, 党怀义. 水平门限同积模型参数的拟极大似然估计[J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(2): 299 – 302, 311.
(YANG Zheng, TIAN Zheng, DANG Huaiyi. Quasi-maximum likelihood estimation for level-threshold cointegration model[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(2): 299 – 302, 311.)
- [3] 杨政, 田铮. 协整模型中门限协整的一种辨识方法[J]. *系统仿真学报*, 2007, 19(13): 2885 – 2888.

(YANG Zheng, TIAN Zheng. Identification method of threshold cointegration in cointegrating model[J]. *Journal of System Simulation*, 2007, 19(13): 2885 – 2888.)

- [4] SAIKKONEN P, CHOI I. Cointegrating smooth transition regressions[J]. *Econometric Theory*, 2004, 20(2): 301 – 340.
- [5] GONZALO J, PITARAKIS J Y. Threshold effects in cointegrating relationships[J]. *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 2006, 68(S1): 813 – 833.
- [6] 陆懋祖. 高等时间序列经济计量学[M]. 上海: 上海人民出版社, 1999.
(LU Maozu. *Advanced Time Series Econometrics*[M]. Shanghai: Shanghai Renmin Chubanshe Press, 1999.)
- [7] DAVIES R B. Hypothesis testing when a nuisance parameter is present only under the alternative[J]. *Biometrika*, 1987, 74(1): 33 – 43.
- [8] ANDREWS D W K, PLOBERGER W. Optimal tests when a nuisance parameter is present only under the alternative[J]. *Econometrica*, 1994, 62(6): 1383 – 1414.
- [9] PHILLIPS P C B, DURLAUF S N. Multiple time series regression with integrated processes[J]. *Review of Economic Studies*, 1986, 53(4): 473 – 495.
- [10] KURTZ T, PROTTER P. Weak limit theorems for stochastic integrals and stochastic differential equations[J]. *Annals of Probability*, 1991, 19(3): 1035 – 1070.
- [11] SEO B. Distribution theory for unit root tests with conditional heteroskedasticity[J]. *Journal of Econometrics*, 1999, 91(1): 113 – 144.
- [12] LEE T, TSE Y. Cointegration tests with conditional heteroskedasticity[J]. *Journal of Econometrics*, 1996, 73(2): 401 – 410.

作者简介:

杨政 (1978—), 男, 西北工业大学应用数学系博士研究生, 主要研究非线性时间序列与动态数据处理, E-mail: yzeagle@yahoo.com.cn;

田铮 (1948—), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事非线性时间序列分析、多尺度非线性随机模型、计算机视觉与图像处理等研究, E-mail: zhtian@nwpu.edu.cn;

原子霞 (1980—), 女, 西北工业大学应用数学系博士研究生, 主要研究偏微分方程理论与计算, E-mail: yzx8047@yahoo.com.cn.