

一类非线性大滞后系统的改进无模型自适应控制

金尚泰, 侯忠生

(北京交通大学 电子信息工程学院 先进控制系统研究所, 北京 100044)

摘要: 针对工业过程中一类常见的非线性大滞后对象, 基于伪偏导数(pseudo-partial-derivative, PPD)的概念动态线性化非线性系统, 并利用跟踪-微分器预测系统未来时刻的输出, 提出了一种改进的无模型自适应控制(improved model-free adaptive control, IMFAC)算法. 通过严格的理论推导, 证明了新算法的BIBO稳定性和收敛性. 仿真结果验证了该算法的有效性.

关键词: 伪偏导数; 大滞后; 跟踪-微分器; 无模型自适应控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

An improved model-free adaptive control for a class of nonlinear large-lag systems

JIN Shang-tai, HOU Zhong-sheng

(Advanced Control Systems Laboratory, School of Electronics and Information Engineering,
Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: For a class of nonlinear large-lag plants in industry, the pseudo-partial-derivative(PPD) is used to dynamically linearize the nonlinear system, and the tracking-differentiator(T-D) is applied to predict the plant future output. Then, an improved model-free adaptive control(IMFAC) algorithm is presented. Through rigorous analysis, the BIBO stability and convergence of the proposed algorithm are also proved. The simulation results show the effectiveness of the algorithm.

Key words: pseudo-partial-derivative; large-lag; tracking-differentiator; model free adaptive control

1 引言(Introduction)

1957年Smith提出的预估控制算法首次从理论上较为成功的解决了滞后对象的控制系统设计问题, 之后很多学者提出了滞后系统的参数估计方法^[1~4]和Smith预估器的改进方案^[5~7]. 但Smith预估控制算法依赖于精确的数学模型, 而实际被控对象的精确数学模型难于建立, 文献[8~10]提出了无模型自适应控制理论, 并给出了基于紧格式的MFAC算法稳定性和收敛性证明. 目前该控制理论得到了系统深入的理论研究^[9~11]和广泛的工程应用^[11~15].

本文基于伪偏导数(PPD)的概念动态线性化非线性系统, 提出了一种适用于非线性滞后对象的改进的无模型自适应控制(IMFAC)算法, 同时给出了控制系统的跟踪给定值零偏差和BIBO稳定性证明. 最后通过对大滞后对象的仿真实验说明本文的方法具有较高的控制精度, 对于干扰有较强的抑制作用, 对于过程参数摄动有较强的鲁棒性.

2 IMFAC系统设计(IMFAC system design)

2.1 非线性系统的动态线性化(Dynamic linearization for nonlinear system)

单入单出离散时间非线性滞后系统可用下式来描述:

$$y(k+1) = f(y(k), \dots, y(k-n_y), u(k-\tau), u(k-\tau-n_u)). \quad (1)$$

其中 $y(k)$ 和 $u(k)$ 分别表示系统的输入与输出, τ 是非线性系统滞后时间, n_y 和 n_u 分别表示系统阶数.

对于非线性系统(1), 给出如下假设:

假设 1 系统(1)输入输出可测、可控. 即对某一系统一致有界的期望输出信号 y^* , 存在一致有界的可行控制输入信号, 使得系统在此控制输入信号的驱动下其输出等于系统的期望输出.

假设 2 $f(\cdot)$ 关于系统的控制输入信号 $u(k-\tau)$ 的偏导数是连续的.

假设3 系统(1)是广义Lipschitz的,即满足对任意的 k 和 $\Delta u(k-\tau)$ 有 $|\Delta y(k+1)| \leq b|\Delta u(k-\tau)|$,其中 b 是常数, $\Delta u(k-\tau) = u(k-\tau) - u(k-\tau-1)$, $\Delta y(k+1) = y(k+1) - y(k)$.

类似于文献[11],可以给出如下的定理:

定理1 若非线性系统(1)满足假设(1)~(3),那么当 $\Delta u(k) \neq 0$ 时,一定存在一个伪偏导数 $\phi(k)$ 使得 $\Delta y(k+\tau+1) = \phi(k)\Delta u(k)$,且 $|\phi(k)| < b$,其中 b 是一个常数.

根据定理1,动态线性化模型可以表示为

$$y(k+\tau+1) = y(k+\tau) + \phi(k)\Delta u(k). \quad (2)$$

2.2 控制系统设计(Control system design)

IMFAC控制系统结构如图1所示,被控对象的传递函数为 $G_p(s)e^{-\tau s}$, τ 是滞后时间,一般工业过程的滞后时间可以用相关的辨识方法测得^[1~4], w 为外部干扰,反馈部分加入一个超前环节来预测未来时刻的输出,MFAC是无模型自适应控制器.由于系统参数和结构慢时变的情况下,利用 $\tau s+1$ 代替 $e^{-\tau s}$,可以完成Smith预估器的功能,而无模型控制器对系统参数的变化和外界干扰有较强的抑制作用.因此设计的自适应控制系统结合了Smith预估控制和无模型自适应控制两种控制方法的优点,效果更好.由动态线性化模型,系统在 k 时刻的反馈量可以用式(3)计算,其中 $y'(k)$ 是 $y(k)$ 的微分:

$$\begin{aligned} y(k+\tau+1) &= y(k+\tau) + \phi(k)\Delta u(k) = \\ y(k) &+ \tau y'(k) + \phi(k)\Delta u(k). \end{aligned} \quad (3)$$

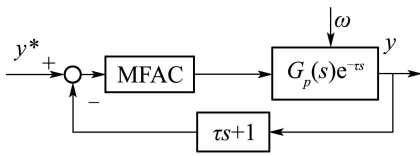


图1 IMFAC系统结构图

Fig. 1 Block diagram of IMFAC system

2.3 跟踪-微分器(Tracking-differentiator)

为了得到式(3)中的输出信号和输出信号的导数,本文使用了2阶跟踪-微分器,在文献[16,17]中给出了跟踪-微分器(T-D)的设计及证明过程,所设计的跟踪-微分器克服了以往采用差分法求微分的缺点,能很好地跟踪微分信号.2阶跟踪-微分器可描述为

$$\begin{aligned} x_1(k+1) &= x_1(k) + h x_2(k), \\ x_2(k+1) &= \\ x_2(k) &+ h \text{fst}(x_1(k) - y(k), x_2(k), r, h_0), \end{aligned} \quad (4)$$

其中: $y(k)$ 为2阶跟踪-微分器的输入信号, h 为采样时间, $x_1(k)$ 和 $x_2(k)$ 为跟踪-微分器的两个输出信号, $x_1(k)$ 跟踪 $y(k)$, $x_2(k)$ 跟踪 $y(k)$ 的微分, r 为跟踪

参数, h_0 为滤波参数.非线性函数 $\text{fst}(\cdot)$ 的定义见文献[16,17].利用式(4)可以很好地跟踪 $y(k)$ 和 $y(k)$ 的微分信号.

2.4 IMFAC算法(IMFAC algorithm)

考虑如下的控制输入准则函数:

$$J(u(k)) = [y^*(k+\tau+1) - y(k+\tau+1)]^2 + \lambda[u(k) - u(k-1)]^2. \quad (5)$$

将式(3)代入准则函数中并对 $u(k)$ 求导,令其等于零,得控制算法

$$\begin{aligned} u(k) &= u(k-1) + \frac{\rho \hat{\phi}(k)}{\lambda + \hat{\phi}(k)^2} \times \\ & (y^*(k+\tau+1) - y(k) - \tau y'(k)). \end{aligned} \quad (6)$$

采用与控制算法对称相似的参数估计算法

$$\begin{aligned} \hat{\phi}(k) &= \\ \hat{\phi}(k-\tau-1) &+ \frac{\eta \Delta u(k-\tau-1)}{\mu + \Delta u(k-\tau-1)^2} \times \\ & (\Delta y(k) - \hat{\phi}(k-\tau-1) \Delta u(k-\tau-1)). \end{aligned} \quad (7)$$

为了使参数估计算法具有较强的跟踪时变参数的能力,使用重置算法如下:

$$\begin{cases} \hat{\phi}(k) = \hat{\phi}(1), \\ \text{if } \hat{\phi}(k) \leq \varepsilon \text{ or } \Delta u(k-\tau-1) \leq \varepsilon. \end{cases} \quad (8)$$

本文的IMFAC算法由式(6)(7)和式(8)组成.

3 算法收敛性分析(Convergence analysis of IMFAC)

假设4 对某一给定的一致有界的系统期望输出信号 $y^*(k)$,对任意的 k 及当前和以前时刻的系统(1)的输入和输出信号,总存在一个一致有界的 $u^*(k)$ 使得系统在此控制输入信号的驱动下,其输出等于 $y^*(k)$.

假设5 对充分大的 k 以后及 $\Delta u(k) \neq 0$,系统(1)的伪偏导数满足 $\phi(k) \geq 0$,且只能在有限个 k 时刻上使 $\phi(k) = 0$.

定理2 在假设1~5满足的条件下,IMFAC算法式(6)~(8)应用于滞后非线性系统式(1)有

a) $|y^*(k+\tau+1) - y(k+\tau+1)| \leq M|\Delta u(k)|$,其中 M 是一个常数;

b) 当 $y^*(k) = \text{const}$ 时,系统在适当选择 ρ, η, μ 后,总存在一个正数 $\lambda_{\min}$,使得当 $\lambda > \lambda_{\min}$ 时,系统是BIBO稳定的、收敛的.

证 首先证明伪偏导数的有界性,简记 $\tilde{\phi}(k) = \hat{\phi}(k) - \phi(k)$,当 $\Delta u(k-\tau-1) \leq \varepsilon$ 时,由式(8)可知 $\hat{\phi}(k)$ 有界,当 $\Delta u(k-\tau-1) > \varepsilon$ 时,利用式(2)、定理1,在式(7)两边减去 $\phi(k)$ 得

$$|\tilde{\phi}(k)| \leq |1 - \frac{\eta \Delta u(k-\tau-1)^2}{\mu + \Delta u(k-\tau-1)^2}| \times$$

$$|\tilde{\phi}(k - \tau - 1)| + 2b, k > \tau + 1. \quad (9)$$

适当选择 η, μ 可使下式成立:

$$|1 - \frac{\eta \Delta u(k - \tau - 1)^2}{\mu + \Delta u(k - \tau - 1)^2}| = d_1 < 1. \quad (10)$$

由式(10)可推得 $\tilde{\phi}(k)$ 有界, 又由定理(1)知 $\phi(k)$ 有界, 从而可得 $\hat{\phi}(k)$ 有界.

其次由控制律算法式(6)得

$$y^*(k + \tau + 1) = y(k) + \tau y'(k) + \frac{\lambda + \hat{\phi}(k)^2}{\hat{\phi}(k)} \Delta u(k). \quad (11)$$

式(3)减去式(11)得

$$|y(k + \tau + 1) - y^*(k + \tau + 1)| \leq (|\phi(k)| + |\frac{\lambda + \hat{\phi}(k)^2}{\hat{\phi}(k)}|) |\Delta u(k)|. \quad (12)$$

由于 $\phi(k), \hat{\phi}(k)$ 的有界性可知定理2的a)成立, 其中 M 是 $|\phi(k)| + |\frac{\lambda + \hat{\phi}(k)^2}{\hat{\phi}(k)}|$ 的上界.

下面证明当 $y^*(k) = \text{const}$ 时的稳定性和收敛性, 在式(2)两边减去 y^* , 并利用式(6)得

$$|y(k + \tau + 1) - y^*| \leq |1 - \frac{\rho \phi(k) \hat{\phi}(k)}{\lambda + \hat{\phi}(k)^2}| \times |y(k + \tau) - y^*|. \quad (13)$$

由假设5、定理1、式(7)和(8)可知 $\hat{\phi}(k) \times \phi(k) \geq 0, 0 \leq \phi(k) \leq b$, 若选择 $\rho = 1/b, \lambda > \frac{1}{4}$, 则有 $\frac{\rho \hat{\phi}(k) \phi(k)}{\lambda + \hat{\phi}(k)^2} < 1$, 因而下式除了有限多个 k 时刻以外成立:

$$0 < |1 - \frac{\rho \phi(k) \hat{\phi}(k)}{\lambda + \hat{\phi}(k)^2}| = d_2 < 1. \quad (14)$$

式(14)意味着 $\lim_{k \rightarrow \infty} |y(k + \tau + 1) - y^*| = 0$, 从而系统是收敛的.

最后证明控制输入是有界的. 由式(6)可知, 存在一个常数 N , 即式 $\frac{\rho \hat{\phi}(k)}{\lambda + \hat{\phi}(k)^2}$ 的上界, 使得

$$|\Delta u(k)| < N |y^* - y(k + \tau)|. \quad (15)$$

则由下式可以推得控制输入的有界性:

$$|u(k)| \leq |\Delta u(k)| + \dots + \Delta u(2) + |u(1)|. \quad (16)$$

证毕.

表1 仿真参数

Table 1 The simulation parameters

$t \leq 750$	$750 < t \leq 2000$	$2000 < t \leq 2750$	$2750 < t \leq 4000$
$K = 5, T = 3$ $\tau = 60, w = 0$	$K = 5, T = 3$ $\tau = 60, w = 0.02$	$K = 4.5, T = 3$ $\tau = 60, w = 0.02$	$K = 5, T = 3$ $\tau = 60, w = 0.02$
$4000 < t \leq 4750$	$4750 < t \leq 6000$	$6000 < t \leq 6750$	$6750 < t \leq 8000$
$K = 5, T = 0.8$ $\tau = 60, w = 0.02$	$K = 5, T = 3$ $\tau = 60, w = 0.$	$K = 5, T = 3$ $\tau = 50, w = 0.$	$K = 5, T = 3$ $\tau = 70, w = 0.$
Smith 预估	A-H PI	MFAC	IMFAC
$G_m(s) = \frac{5}{3s+1}(1 - e^{-60s})$ $G_c(s) = 0.045 + 0.1s + \frac{0.001}{s}$	$G_c(s) = 0.0541 + \frac{0.0015}{s}$	$\eta = 0.001, \rho = 0.14,$ $\lambda = 2, \mu = 1$	$\eta = 0.001, \rho = 0.16$ $\lambda = 2, \mu = 1$

4 仿真研究(Simulation study)

例1 3阶惯性滞后对象 $G(s) = \frac{K e^{-\tau s}}{(Ts + 1)^3}$.

仿真方法采用A-H PI整定方法^[18]、Smith预估方法^[1]、MFAC方法^[9]和IMFAC方法4种算法. 采样时间为1 s, 仿真参数见表1, 仿真结果如图2所示. 由仿真可以看出, 若建模准确且无干扰和参数时变, 4种方法均得到满意的控制效果. 若存在干扰或参数时变, Smith预估方法和A-H PI方法控制效果明显下降, 甚至出现振荡, MFAC和IMFAC均有较好的控制效果, 但IMFAC的反应速度更快, 控制

效果更好.

例2 一般离散非线性系统

$$y(k+1) = \frac{5y(k)y(k-1)}{1 + y^2(k) + y^2(k-1) + y^2(k-2)} + u(k-9) + 1.1u(k-10), \text{ if } k \leq 1000, \\ y(k+1) = \frac{2.5y(k)y(k-1)}{1 + y^2(k) + y^2(k-1)} + 1.2u(k-9) + 1.4u(k-10), \text{ if } k > 1000.$$

考查MFAC和IMFAC对滞后非线性系统的控制效果. 初始设定值为5, 在 $t > 500$ 时设定值变为6, 在 $t > 750$ 时加入幅度为0.5的常值扰动. 在 $t > 1500$ 时设定值变为5, 在 $t > 1750$ 时加入幅度为-0.5的常值扰动. MFAC的参数为 $\eta = 1, \mu = 1, \rho = 0.06, \lambda = 2$, IMFAC的参数为 $\eta = 1, \mu = 1, \rho = 0.08, \lambda = 2$. 仿真结果如图3所示. 由仿真可以看出IMFAC控制效果更好.

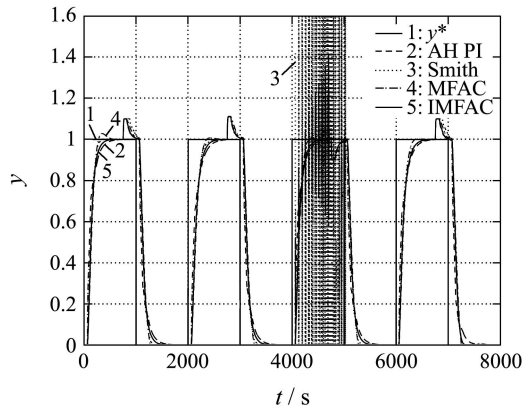


图2 例1的仿真结果

Fig. 2 The simulation result of Example 1

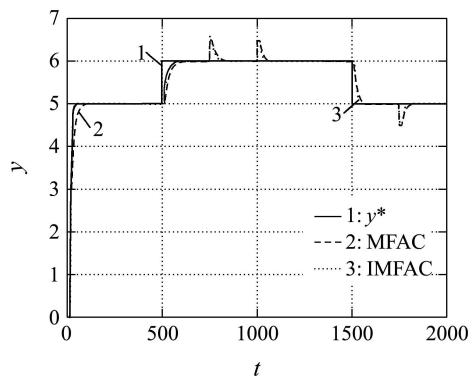


图3 例2的仿真结果

Fig. 3 The simulation result of Example 2

5 结论(Conclusion)

本文基于伪偏导数的概念动态线性化非线性系统, 利用跟踪-微分器跟踪系统输出和输出的导数并预测未来时刻的输出, 提出了一种适用于非线性大滞后对象的IMFAC算法, 并给出控制算法的BIBO稳定性证明. 所得控制器结构简单、调节方便, 易于实现. 仿真结果说明该算法对干扰有较强的抑制作用, 对过程参数摄动有较强的鲁棒性.

参考文献(References):

- [1] 方崇智, 萧德云. 过程辨识[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998. (FANG Chongzhi, XIAO Deyun. *Process Recognition*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998.)
- [2] TUCH J, FEUER A, PALMOR Z J. Time delay estimation in continuous linear time-invariant systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(4): 823 – 827.

- [3] BALESTRINO A, LANDI A, SANI L. Parameter identification of continuous systems with multiple-input time delays via modulating functions[J]. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2000, 147(1): 19 – 27.
- [4] MAJHI S, LITZ L. Relay based estimation of process model parameters[C]//*Proceedings of the American Control Conference*. Colorado: [s.n.], 2003: 2949 – 2953.
- [5] 金以慧. 过程控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 1993. (JIN Yihui. *Process Control*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1993.)
- [6] ASTROM K J, HANG C C, LIM B C. A new Smith predictor for controlling a process with an integrator and long dead-time[J]. *IEEE Transactions on Automatic control*, 1994, 39(2): 343 – 345.
- [7] VRANCIC D, VRECKO D. Automatic tuning of the flexible Smith predictor controller[C]//*Proceedings of the American Control Conference*. California: [s.n.], 1999: 3853 – 3857.
- [8] HOU Z S, HUANG W H. The model-free learning adaptive control of a class of SISO nonlinear systems[C]//*Proceedings of the American Control Conference*. New Mexico: [s.n.], 1997: 343 – 344.
- [9] 侯忠生. 非参数模型及其自适应控制理论[M]. 北京: 科学出版社, 1999. (HOU Zhongsheng. *Nonparametric Models and Its Adaptive Control*[M]. Beijing: Science Press, 1999.)
- [10] 侯忠生. 无模型自适应控制的现状和展望[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(4): 586 – 592. (HOU Zhongsheng. On model free adaptive control: the state of the art and perspective[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(4): 586 – 592.)
- [11] 侯忠生. 无模型学习自适应控制理论[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1997. (HOU Zhongsheng. *Model free learning adaptive control theory*[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 1997.)
- [12] TAN K K, LIM S Y, LEE T H, et al. Adaptive predictive control of a class of SISO nonlinear systems[J]. *Dynamics and Control*, 2001, 11(2): 151 – 174.
- [13] TAN K K. Adaptive predictive PI control of a class of SISO systems [C]//*Proceedings of the American Control Conference*. San Diego, California: IEEE Press, 1999: 3848 – 3852.
- [14] ZHANG B, ZHANG W D. Adaptive predictive functional control of a class of nonlinear systems. *ISA Transactions*, 2006, 45(2): 175 – 83.
- [15] 韩志刚. 无模型控制方法在化肥生产中的应用[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(6): 858 – 863. (HAN Zhigang. Model free control law in the production of chemical fertilizer[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(6): 858 – 863.)
- [16] 韩京清, 王伟. 非线性跟踪-微分器[J]. 系统科学与数学, 1994, 14(2): 177 – 183. (HAN Jingqing, WANG Wei. Nonlinear tracking-differentiator[J]. *Systems Science and Mathematics*, 1994, 14(2): 177 – 183.)
- [17] 韩京清, 袁露林. 跟踪-微分器的离散形式[J]. 系统科学与数学, 1999, 19(3): 268 – 273. (HAN Jingqing, YUAN Lulin. The Discrete form of tracking-differentiator[J]. *Systems Science and Mathematics*, 1999, 19(3): 268 – 273.)
- [18] ASTROM K J, HAGGLUND T. Industrial adaptive controllers based on frequency response technique[J]. *Automatica*, 1991, 27(4): 599 – 609.

作者简介:

金尚泰 (1976—), 男, 博士研究生, 研究领域包括无模型自适应控制理论、学习控制、智能交通系统等, E-mail: jst1101@163.com;

侯忠生 (1962—), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域包括无模型自适应控制理论、学习控制、智能交通系统、智能信息处理等, E-mail: zhshhou@bjtu.edu.cn.