第 25 卷第 4 期
2008 年 8 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 25 No. 4
Aug. 2008

文章编号: 1000−8152(2008)04−0634−07

基于神经网络与多模型的非线性自适应广义预测解耦控制

石宇静, 柴天佑

(东北大学 自动化研究中心, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 针对一类非线性多变量离散时间动态系统, 提出了基于神经网络与多模型的非线性自适应广义预测解耦控制方法. 该控制方法由线性鲁棒广义预测解耦控制器和神经网络非线性广义预测解耦控制器以及切换机构组成. 线性鲁棒广义预测解耦控制器用于保证闭环系统输入输出信号有界, 神经网络非线性广义预测解耦控制器能够改善系统性能. 切换策略通过对上述两种控制器的切换, 保证系统稳定的同时, 改善系统性能. 同时本文给出了所提自适应解耦控制方法的稳定性和收敛性分析. 最后, 通过仿真实例验证了该方法的有效性.

关键词: 非线性; 广义预测控制; 解耦; 神经网络; 多模型

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Nonlinear adaptive decoupling generalized predictive control using neural networks and multiple models

SHI Yu-jing, CHAI Tian-you

(Research Center of Automation, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China)

Abstract: A nonlinear adaptive decoupling generalized predictive control approach based on neural networks and multiple models is proposed for a class of nonlinear multivariable discrete time dynamical systems. The control approach is composed of a linear robust decoupling generalized predictive controller, a neural network nonlinear decoupling generalized predictive controller and a switching mechanism. The linear robust decoupling generalized predictive controller ensures the boundedness of the input and output signals in the closed-loop system, and the neural network nonlinear decoupling generalized predictive controller improves the performance of the system. By using the switching scheme between the linear and nonlinear controllers, it is demonstrated that the stability and the improved system performance can be achieved simultaneously. Stability and convergence analysis are also given. Finally, simulation examples are presented to show the effectiveness of the proposed method.

Key words: nonlinear; generalized predictive control; decoupling; neural networks; multiple models

1 引言(Introduction)

实际的控制过程中经常存在变量之间的耦合现象, 这些耦合作用往往是导致控制系统性能变差的主要原因. 在过去的20年内, 对于线性系统的多变量自适应解耦控制已取得了一些好的结果[1~3]. 由于神经网络可以以任意精度逼近定义在紧集上的非线性函数. 因此, 一些学者尝试利用神经网络来解决非线性系统的解耦控制问题. 文[4,5]将系统在平衡点处线性化并用神经网络估计未知非线性项, 设计了自适应神经网络解耦控制器. 但文[4]未给出系统的稳定性分析. 文[5]虽然给出了系统的稳定性条件, 但是对系统的限制过于严格, 难以在实际中得到应用.

自20世纪70年代后期预测控制被提出以来, 它在过程控制中得到了成功的应用. 如今非线性预测控制已成为人们广泛关注的研究课题. 文[6]利用多模型的方法给出了非线性系统的模型预测控制算法. 但是该文所考虑的系统是单变量系统, 不存在耦合现象. 文[7]利用神经网络和前馈补偿的方法, 给出了非线性广义预测解耦控制方法, 但未给出系统的稳定性分析. 最近, 文[8]对于非线性系统的自适应控制提出一个新的框架, 该框架采用多模型的方法, 不仅可以保证系统BIBO稳定, 而且能够改善系统性能, 但该方法仅限于单变量系统.

本文针对一类非线性多变量离散时间动态系统, 将广义预测自适应解耦控制[7]与多模型方法[8]相结合, 提出了基于神经网络与多模型的非线性自适应

收稿日期: 2006−09−02; 收修改稿日期: 2007−09−10.

基金项目: 国家重点基础研究发展计划(973)项目(2002CB312201); 国家自然科学基金重点资助项目(60534010); 国家创新研究群体科学基金资助项目(60521003); 长江学者和创新团队发展计划资助项目(IRT0421).

广义预测解耦控制方法, 并且给出了该算法的稳定性和收敛性分析.

2 广义预测解耦控制律(Generalized predictive decoupling control law)

考虑如下多变量离散时间非线性系统:

$$y(t)=f[y(t-1),\cdots,y(t-n_a),\\ u(t-1),\cdots,u(t-n_b-1)]. \tag{1}$$

其中: $u(t),y(t)\in\mathbb{R}^n$分别是系统的输入和输出, $f[\cdot]\in\mathbb{R}^n$是n维光滑向量值非线性函数, n_a,n_b是已知系统阶次, 原点为系统平衡点. 利用Taylor's公式将系统(1)在平衡点线性化, 可得如下等价形式:

$$A(z^{-1})y(t)=\\ \bar{B}(z^{-1})u(t-1)+\bar{\bar{B}}(z^{-1})u(t-1)+v(t-1). \tag{2}$$

其中: $A(z^{-1}),\bar{B}(z^{-1})$是$n\times n$对角多项式矩阵, $\bar{\bar{B}}(z^{-1})$是$n\times n$对角元为零的多项式矩阵; 令$B(z^{-1})=\bar{B}(z^{-1})+\bar{\bar{B}}(z^{-1})$且有

$$A(z^{-1})=I+\sum_{i=1}^{n_a}A_iz^{-i},$$

$$B(z^{-1})=\sum_{i=0}^{n_b}B_iz^{-i},$$

$$v(t-1)=v[y(t-1),\cdots,y(t-n_a),\\ u(t-1),\cdots,u(t-n_b-1)]\in\mathbb{R}^n,$$

表示高阶非线性函数. 对系统作如下假设:

假设 1 参数矩阵$A_i,i=1,\cdots,n_a$和$B_j,j=0,\cdots,n_b$在紧集Σ中变化.

假设 2 高阶非线性函数$v(\cdot)$全局有界, 即$\|v(\cdot)\|\leqslant\Delta$, 且$\Delta$是已知的正常数.

自适应解耦控制的目的是要确定自适应控制律, 使得闭环系统的输入输出信号有界, 且系统输出渐近跟踪预先给定的有界参考轨迹的变化, 同时尽可能减小系统中耦合的影响.

为了实现解耦控制, 引入如下性能指标[7]:

$$J=\sum_{j=1}^{N}\|y(t+j)-R_jw(t+j)+\\ S_j(z^{-1})u(t+j-1)+K_j(z^{-1})v(t+j-1)\|_{q_j}^2+\\ \sum_{j=1}^{N_u}\|u(t+j-1)\|_{\lambda_j}^2. \tag{3}$$

其中: $w(t)\in\mathbb{R}^n$为已知有界参考输入, N,N_u为预测时域长度和控制时域长度, R_j,q_j和λ_j为对角加权矩阵, $S_j(z^{-1})$是对角元为零的加权多项式矩阵, $K_j(z^{-1})$ 是对角加权多项式矩阵.

考虑如下Diophantine方程:

$$I=E_j(z^{-1})A(z^{-1})+z^{-j}F_j(z^{-1}), \tag{4}$$

$$E_j(z^{-1})\bar{B}(z^{-1})=G_j(z^{-1})+z^{-j}H_j(z^{-1}), \tag{5}$$

$$E_j(z^{-1})\bar{\bar{B}}(z^{-1})=\bar{\bar{G}}_j(z^{-1})+z^{-j}\bar{\bar{H}}_j(z^{-1}). \tag{6}$$

其中:

$$E_j(z^{-1})=\sum_{i=0}^{j-1}E_iz^{-i},\ F_j(z^{-1})=\sum_{i=0}^{n_a-1}F_{j,i}z^{-i},$$

$$G_j(z^{-1})=\sum_{i=0}^{j-1}G_iz^{-i},\ H_j(z^{-1})=\sum_{i=0}^{n_b-1}H_{j,i}z^{-i},$$

均为对角多项式矩阵, $\bar{\bar{G}}_j(z^{-1})=\sum_{i=0}^{j-1}\bar{\bar{G}}_iz^{-i}$, $\bar{\bar{H}}_j(z^{-1})=\sum_{i=0}^{n_b-1}\bar{\bar{H}}_{j,i}z^{-i}$是对角元为零的多项式矩阵. 由式(2)和式(4)~(6)可得j步输出预报为

$$y(t+j)=\\ F_j(z^{-1})y(t)+G_j(z^{-1})u(t+j-1)+\\ H_j(z^{-1})u(t-1)+\bar{\bar{G}}_j(z^{-1})u(t+j-1)+\\ \bar{\bar{H}}_j(z^{-1})u(t-1)+E_j(z^{-1})v(t+j-1). \tag{7}$$

将式(7)代入式(3), 并选择$S_j(z^{-1})$使得

$$S_j(z^{-1})u(t+j-1)+\bar{\bar{G}}_j(z^{-1})u(t+j-1)+\\ \bar{\bar{H}}_j(z^{-1})u(t-1)=\bar{\bar{M}}_j(z^{-1})u(t-1).$$

这里$\bar{\bar{M}}_j(z^{-1})=\sum_{i=0}^{n_m}\bar{\bar{M}}_{j,i}z^{-i}$ 是对角元为零的多项式矩阵[3], 则有

$$J=\\ \sum_{j=1}^{N}\|F_j(z^{-1})y(t)+G_j(z^{-1})u(t+j-1)+\\ [H_j(z^{-1})+\bar{\bar{M}}_j(z^{-1})]u(t-1)-R_jw(t+j)+\\ [E_j(z^{-1})+K_j(z^{-1})]v(t+j-1)\|_{q_j}^2+\\ \sum_{j=1}^{N_u}\|u(t+j-1)\|_{\lambda_j}^2. \tag{8}$$

将式(8)写成向量形式, 并将其最小化可得

$$\boldsymbol{U}=(G^{\mathrm{T}}QG+\lambda)^{-1}G^{\mathrm{T}}Q[R\boldsymbol{W}-Fy(t)-\\ Hu(t-1)-\bar{\bar{M}}u(t-1)-(E+K)\boldsymbol{V}].$$

其中:

$$\boldsymbol{U}=[u^{\mathrm{T}}(t)\dots u^{\mathrm{T}}(t+N_u-1)]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{W}=[w^{\mathrm{T}}(t+1)\dots w^{\mathrm{T}}(t+N)]^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{V}=[v^{\mathrm{T}}(t)\dots v^{\mathrm{T}}(t+N-1)]^{\mathrm{T}},$$

$$F=[F_1(z^{-1})\dots F_N(z^{-1})]^{\mathrm{T}},$$

$$H=[H_1(z^{-1})\dots H_N(z^{-1})]^{\mathrm{T}},$$

$$\bar{\bar{M}}=[\bar{\bar{M}}_1(z^{-1})\dots \bar{\bar{M}}_N(z^{-1})]^{\mathrm{T}},$$

G是由$G_j(z^{-1})$的系数矩阵构成的下三角Toeplitz矩阵, $R=\mathrm{diag}\{R_j\}$, $E=\mathrm{diag}\{E_j(z^{-1})\}$, $K=\mathrm{diag}\{K_j(z^{-1})\}$, $Q=\mathrm{diag}\{q_j\}$, $j=1,\cdots,N$,

$\lambda = \mathrm{diag}\{\lambda_1, \cdots, \lambda_{N_u}\}$.

令$(G^{\mathrm{T}}QG+\lambda)^{-1}G^{\mathrm{T}}Q$的前$n$行为$P = [P_1, \cdots, P_N]$, 则广义预测解耦控制律方程为

$$R_c(z^{-1})w(t+N) = F_c(z^{-1})y(t) + H_c(z^{-1})u(t) + \bar{\bar{M}}_c(z^{-1})u(t-1) + E_c(z^{-1})v(t). \tag{9}$$

其中:

$$R_c(z^{-1}) = \sum_{k=0}^{N-1} P_{N-k}R_{N-k}z^{-k},$$
$$F_c(z^{-1}) = \sum_{k=1}^{N} P_kF_k(z^{-1}),$$
$$H_c(z^{-1}) = I + z^{-1}\sum_{k=1}^{N} P_kH_k(z^{-1}),$$
$$\bar{\bar{M}}_c(z^{-1}) = \sum_{k=1}^{N} P_k\bar{\bar{M}}_k(z^{-1}).$$

由于$K_j(z^{-1})$是任意的加权多项式矩阵, 则令$\sum\limits_{k=1}^{N}P_k[E_k(z^{-1}) + K_k(z^{-1})]v(t+k-1) = E_c(z^{-1})v(t)$.

将控制律(9)代入系统(2)可得如下方程:

$$[H_c(z^{-1})A(z^{-1}) + z^{-1}\bar{B}(z^{-1})F_c(z^{-1})]y(t) = z^{-1}\bar{B}(z^{-1})R_c(z^{-1})w(t+N)+[H_c(z^{-1})\bar{\bar{B}}(z^{-1})- z^{-1}\bar{B}(z^{-1})\bar{\bar{M}}_c(z^{-1})]u(t-1) + [H_c(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1})E_c(z^{-1})]v(t-1). \tag{10}$$

由式(10)可知, $[H_c(z^{-1})A(z^{-1})+z^{-1}\bar{B}(z^{-1})F_c(z^{-1})]$和$z^{-1}\bar{B}(z^{-1})R_c(z^{-1})$均为对角多项式矩阵, $[H_c(z^{-1})\bar{\bar{B}}(z^{-1}) - z^{-1}\bar{B}(z^{-1})\bar{\bar{M}}_c(z^{-1})]u(t-1)$和$[H_c(z^{-1}) - \bar{B}(z^{-1})E_c(z^{-1})]v(t-1)$是系统的耦合项, 为了消除耦合影响, 如果有下列式子成立:

$$H_c(z^{-1})\bar{\bar{B}}(z^{-1}) = z^{-1}\bar{B}(z^{-1})\bar{\bar{M}}_c(z^{-1}), \tag{11}$$
$$H_c(z^{-1}) = \bar{B}(z^{-1})E_c(z^{-1}), \tag{12}$$

则可实现解耦控制. 当$z = 1$时, 有式(11)和(12)成立, 则系统达到稳态解耦. 同时, 如果有下式成立:

$$H_c(1)A(1) + \bar{B}(1)F_c(1) = \bar{B}(1)R_c(1), \tag{13}$$

则可消除系统的稳态跟踪误差. 由式(2)和(9), 容易得到闭环系统方程为

$$\{z^{-1}F_c(z^{-1})B(z^{-1}) + A(z^{-1})[H_c(z^{-1}) + z^{-1}\bar{\bar{M}}_c(z^{-1})]\}u(t) = A(z^{-1})R_c(z^{-1})w(t+N) - [A(z^{-1})E_c(z^{-1}) + z^{-1}F_c(z^{-1})]v(t). \tag{14}$$

由式(14)为了使闭环系统稳定, 离线选择q_j和λ_j(注意$F_c(z^{-1}), H_c(z^{-1}), \bar{\bar{M}}_c(z^{-1})$均与$q_j$和$\lambda_j$有关)满足

$$\det T(z^{-1}) = \det\{z^{-1}F_c(z^{-1})B(z^{-1}) + A(z^{-1})[H_c(z^{-1}) + z^{-1}\bar{\bar{M}}_c(z^{-1})]\} \neq 0, |z| \geqslant 1. \tag{15}$$

当将$v(t)$视为系统的有界干扰时, 线性鲁棒广义预测解耦控制器可由下式计算:

$$R_c(z^{-1})w(t+N) = F_c(z^{-1})y(t)+H_c(z^{-1})u(t)+\bar{\bar{M}}_c(z^{-1})u(t-1). \tag{16}$$

3 基于神经网络与多模型的非线性自适应广义预测解耦控制(Nonlinear adaptive decoupling generalized predictive control based on neural network and multiple models)

在这一节, 笔者考虑系统等价模型(2)的参数矩阵$A_i(i = 1, \cdots, n_a)$, $B_j(j = 0, \cdots, n_b)$和非线性函数$v(\cdot)$是未知的情况. 由式(2)得系统参数辨识方程为

$$y(t) = \varTheta^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(t-1) + v(t-1). \tag{17}$$

其中:

$$\varTheta = [A_1, \cdots, A_{n_a}, B_0, \cdots, B_{n_b}]^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{x}(t-1) = [-y^{\mathrm{T}}(t-1), \cdots, -y^{\mathrm{T}}(t-n_a), u^{\mathrm{T}}(t-1), \cdots, u^{\mathrm{T}}(t-n_b-1)]^{\mathrm{T}}.$$

系统参数辨识方程(17)的线性估计模型定义为

$$\hat{y}_1(t) = \hat{\varTheta}_1^{\mathrm{T}}(t-1)\boldsymbol{x}(t-1). \tag{18}$$

其中$\hat{\varTheta}_1(t-1)$表示$t-1$时刻参数$\varTheta$基于线性模型的估计. 采用如下辨识算法辨识(17)中的参数:

$$\hat{\varTheta}_1(t) = \hat{\varTheta}_1(t-1) + \frac{\mu_1(t)\boldsymbol{x}(t-1)e_1^{\mathrm{T}}(t)}{1+\boldsymbol{x}(t-1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(t-1)}, \tag{19}$$

$$\mu_1(t) = \begin{cases} 1, \text{ 如果 } \|e_1(t)\| > 4\varDelta, \\ 0, \text{ 其他}, \end{cases} \tag{20}$$

$$e_1(t) = y(t) - \hat{\varTheta}_1^{\mathrm{T}}(t-1)\boldsymbol{x}(t-1). \tag{21}$$

系统参数辨识方程(17)的神经网络非线性估计模型定义为

$$\hat{y}_2(t) = \hat{\varTheta}_2^{\mathrm{T}}(t-1)\boldsymbol{x}(t-1) + \hat{v}(t-1). \tag{22}$$

其中$\hat{\varTheta}_2(t-1)$表示$t-1$时刻参数$\varTheta$基于非线性模型的估计, 其辨识算法如下:

$$\hat{\varTheta}_2(t) = \hat{\varTheta}_2(t-1) + \frac{\mu_2(t)\boldsymbol{x}(t-1)e_2^{\mathrm{T}}(t)}{1+\boldsymbol{x}(t-1)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}(t-1)}, \tag{23}$$

$$\mu_2(t)=\begin{cases}1,\ 如果\ \|e_2(t)\|>4\Delta,\\ 0,\ 其他,\end{cases}\tag{24}$$

$$e_2(t)=y(t)-\hat{\Theta}_2^{\rm T}(t-1)\boldsymbol{x}(t-1)-\hat{v}(t-1).\tag{25}$$

其中$\hat{v}(t-1)$是神经网络对$v(t-1)$的估计值.

构建神经网络估计器

$$\hat{v}(t-1)=\hat{W}_1\cdot s(\hat{W}_2\cdot\boldsymbol{z}(t-1)+\boldsymbol{\rho}_2)+\boldsymbol{\rho}_1.\tag{26}$$

其中: $\boldsymbol{z}(t-1)=[y^{\rm T}(t-1),\cdots,y^{\rm T}(t-n_a),u^{\rm T}(t-1),\cdots,u^{\rm T}(t-n_b-1)]^{\rm T}$为神经网络的输入向量; $\hat{W}_1\in\mathbb{R}^{n\times m},\hat{W}_2\in\mathbb{R}^{m\times n(n_a+n_b+1)}$为权值矩阵; $\boldsymbol{\rho}_1\in\mathbb{R}^n,\boldsymbol{\rho}_2\in\mathbb{R}^m$为阈值; m为隐层节点数, $s(\cdot)$表示sigmoid算子. 这里不限制神经网络权值调整律, 只要求神经网络权值分别在预先指定的紧集Ω_{w1}和Ω_{w2}内[8], 即

$$\hat{W}_1(t)\in\Omega_{w1},\ \hat{W}_2(t)\in\Omega_{w2}.\tag{27}$$

由式(16)和(18)可得, 基于线性估计模型的自适应广义预测解耦控制律为

$$\hat{H}_c(z^{-1})u(t)+\hat{\bar{\bar{M}}}_c(z^{-1})u(t-1)=\hat{R}_c(z^{-1})w(t+N)-\hat{F}_c(z^{-1})y(t).\tag{28}$$

由式(9)和(22)可得, 基于神经网络非线性估计模型的自适应广义预测解耦控制律为

$$\hat{H}_c(z^{-1})u(t)+\hat{\bar{\bar{M}}}_c(z^{-1})u(t-1)=\hat{R}_c(z^{-1})w(t+N)-\hat{F}_c(z^{-1})y(t)-\hat{E}_c(z^{-1})\hat{v}(t).\tag{29}$$

由式(11)~(13), 在自适应算法中为了实现稳态解耦和消除稳态跟踪误差, 在线选择$S_j(z^{-1})$, $K_j(z^{-1})$, R_j(注意$\hat{\bar{\bar{M}}}_c(z^{-1})$与$S_j(z^{-1})$相关, $\hat{E}_c(z^{-1})$与$K_j(z^{-1})$相关, $\hat{R}_c(z^{-1})$与R_j相关)满足[7]

$$\hat{H}_c(1)\hat{\bar{\bar{B}}}(1)=\hat{\bar{B}}(1)\hat{\bar{\bar{M}}}_c(1),\tag{30}$$

$$\hat{H}_c(1)=\hat{\bar{B}}(1)\hat{E}_c(1),\tag{31}$$

$$\hat{H}_c(1)\hat{A}(1)+\hat{\bar{B}}(1)\hat{F}_c(1)=\hat{\bar{B}}(1)\hat{R}_c(1).\tag{32}$$

选择切换函数如下:

$$J_i(t)=\sum_{l=1}^{t}\frac{\mu_i(l)(\|e_i(l)\|^2-16\Delta^2)}{4(1+\boldsymbol{x}^{\rm T}(l-1)\boldsymbol{x}(l-1))}+c\sum_{l=t-T+1}^{t}(1-\mu_i(l))\|e_i(l)\|^2,\ i=1,2.\tag{33}$$

其中: T是正整数, $c\geqslant 0$是常数. $i=1$表示线性, $i=2$表示非线性.

本文所提的自适应解耦控制算法步骤归纳如下:

Step 1　测量$y(t)$, 构建数据向量$\boldsymbol{x}(t-1)$和$\boldsymbol{z}(t-1)$;

Step 2　利用神经网络估计$\hat{v}(t-1)$;

Step 3　分别利用辨识算法(19)~(21)和(23)~(25)得到系统参数Θ的估计值$\hat{\Theta}_1$和$\hat{\Theta}_2$, 从而得到参数矩阵的估计值$\hat{A}(z^{-1})$和$\hat{B}(z^{-1})$;

Step 4　根据确定性等价性原则, 用估计值$\hat{A}(z^{-1}),\hat{B}(z^{-1})$代替真实值$A(z^{-1}),B(z^{-1})$, 求解Diophantine方程(4)~(6);

Step 5　分别利用式(28)(29)计算线性广义预测解耦控制律$u_1(t)$和非线性广义预测解耦控制律$u_2(t)$;

Step 6　由切换函数(33)计算$J_1(t),J_2(t)$选择使切换函数较小的控制器作为系统的控制输入$u(t)$;

Step 7　令$t=t+1$, 返回Step 1.

4　稳定性和收敛性分析(Stability and convergence analysis)

在稳定性和收敛性定理之前, 先给出以下引理:

引理 1　辨识算法(19)~(21)具有如下性质:

i) $\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{\mu_1(t)(\|e_1(t)\|^2-16\Delta^2)}{4(1+\boldsymbol{x}^{\rm T}(t-1)\boldsymbol{x}(t-1))}=0$;

ii) $\|\hat{\Theta}_1(t)-\Theta\|\leqslant\|\hat{\Theta}_1(0)-\Theta\|$;

iii) $\lim\limits_{t\to\infty}\|\hat{\Theta}_1(t)-\hat{\Theta}_1(t-k)\|=0$.

引理 2　当自适应算法(19)~(21)和相应控制律(28)应用于系统(2)时, 系统输入输出动态方程为

$$\begin{aligned}&\{\hat{F}_c(z^{-1})\hat{B}'(z^{-1})+\hat{A}(z^{-1})(\hat{H}_c(z^{-1})+z^{-1}\hat{\bar{\bar{M}}}_c(z^{-1}))\}u(t)=\\&\hat{A}(z^{-1})\hat{R}_c(z^{-1})w(t+N)-\hat{F}_c(z^{-1})e_1(t)-\\&[\hat{F}_c(z^{-1})\hat{A}(z^{-1})-\hat{F}_c(z^{-1})\hat{\hat{A}}(z^{-1})]y(t)+\\&[\hat{F}_c(z^{-1})\hat{B}'(z^{-1})-\hat{F}_c(z^{-1})\hat{\hat{B}}'(z^{-1})]u(t),\end{aligned}\tag{34}$$

$$\begin{aligned}&(\tilde{B}(z^{-1})\hat{F}_c(z^{-1})+\tilde{Q}(z^{-1})\hat{A}(z^{-1}))y(t)=\\&\tilde{B}(z^{-1})\hat{R}_c(z^{-1})w(t+N)+\tilde{Q}(z^{-1})e_1(t)+\\&[\tilde{Q}(z^{-1})\hat{A}(z^{-1})-\tilde{Q}(z^{-1})\hat{\hat{A}}(z^{-1})]y(t)-\\&[\tilde{Q}(z^{-1})\hat{B}'(z^{-1})-\tilde{Q}(z^{-1})\hat{\hat{B}}'(z^{-1})]u(t).\end{aligned}\tag{35}$$

其中: $\hat{*}$表示多项式矩阵$*$在t时刻的估计, $\hat{A}(z^{-1})=A_t(z^{-1})$, $\hat{\hat{A}}(z^{-1})=A_{t-1}(z^{-1})$, $\hat{B}'(z^{-1})=B'_t(z^{-1})$, $\hat{\hat{B}}'(z^{-1})=B'_{t-1}(z^{-1})$, $(B'(z^{-1})=z^{-1}B(z^{-1}))$, 并且$\tilde{B}(z^{-1})$ 和$\tilde{Q}(z^{-1})$ 由下式确定:

$$\tilde{B}(z^{-1})[\hat{H}_c(z^{-1})+z^{-1}\hat{\bar{\bar{M}}}_c(z^{-1})]=\tilde{Q}(z^{-1})\hat{B}'(z^{-1}),\tag{36}$$

$$\det\tilde{B}(z^{-1})=\det\hat{B}'(z^{-1}).\tag{37}$$

证　由式(21)易知

$$e_1(t)=\hat{\hat{A}}(z^{-1})y(t)-\hat{\hat{B}}'(z^{-1})u(t).\tag{38}$$

用$\hat{A}(z^{-1})$左乘式(28), $\hat{F}_c(z^{-1})$左乘式(38), 并利用对角矩阵相乘的可交换性即可得到式(34). 同

理, 用$\tilde{B}(z^{-1})$左乘式(28), $\tilde{Q}(z^{-1})$左乘式(38), 并利用式(36)即可得式(35).

引理 3 当自适应算法(23)～(25)和相应控制律(29)应用于系统(2)时, 系统输入输出动态方程为

$$\begin{aligned}&\{\hat{F}_c(z^{-1})\hat{B}'(z^{-1})+\hat{A}(z^{-1})(\hat{H}_c(z^{-1})+\\&z^{-1}\hat{\hat{M}}_c(z^{-1}))\}u(t)=\\&\hat{A}(z^{-1})\hat{R}_c(z^{-1})w(t+N)-\hat{F}_c(z^{-1})e_2(t)-\\&[\hat{F}_c(z^{-1})\hat{A}(z^{-1})-\hat{F}_c(z^{-1})\hat{\hat{A}}(z^{-1})]y(t)+\\&[\hat{F}_c(z^{-1})\hat{B}'(z^{-1})-\hat{F}_c(z^{-1})\hat{\hat{B}}'(z^{-1})]u(t)-\\&(\hat{A}(z^{-1})\hat{E}_c(z^{-1})+z^{-1}\hat{F}_c(z^{-1}))\hat{v}(t),\end{aligned}\tag{39}$$

$$\begin{aligned}&(\tilde{B}(z^{-1})\hat{F}_c(z^{-1})+\tilde{Q}(z^{-1})\hat{A}(z^{-1}))y(t)=\\&\tilde{B}(z^{-1})\hat{R}_c(z^{-1})w(t+N)+\tilde{Q}(z^{-1})e_2(t)+\\&[\tilde{Q}(z^{-1})\hat{A}(z^{-1})-\tilde{Q}(z^{-1})\hat{\hat{A}}(z^{-1})]y(t)-\\&[\tilde{Q}(z^{-1})\hat{B}'(z^{-1})-\tilde{Q}(z^{-1})\hat{\hat{B}}'(z^{-1})]u(t)+\\&(z^{-1}\tilde{Q}(z^{-1})-\tilde{B}(z^{-1})\hat{E}_c(z^{-1}))\hat{v}(t).\end{aligned}\tag{40}$$

证 由式(25)(29)和(36)同引理2的方法, 即可得证.

定理 1 系统满足假设1和假设2, 适当选择$q_j,\lambda_j,R_j,S_j(z^{-1}),K_j(z^{-1})$ 使得式(15)(30)～(32)成立. 当自适应算法(19)～(21)和(23)～(25), 自适应控制律(28)和(29)以及切换函数(33)应用于系统(2)时, 闭环系统的输入输出信号有界. 此外, 适当选择神经网络结构和参数, 对预先确定的任意正数δ, 存在任意小的正数ϵ, 若

$$\lim_{t\to\infty}\|v(t-1)-\hat{v}(t-1)\|\leqslant\delta/4<\varDelta$$

时, 则有

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to\infty}\|\bar{e}(t)\|=\\&\lim_{t\to\infty}\|(\tilde{B}(z^{-1})\hat{F}_c(z^{-1})+\tilde{Q}(z^{-1})\hat{A}(z^{-1}))y(t)-\\&\tilde{B}(z^{-1})\hat{R}_c(z^{-1})w(t+N)\|<\epsilon<\infty.\end{aligned}$$

证 首先证明单独利用线性鲁棒自适应广义预测解耦控制律(28)时, 系统输入输出信号有界.

由引理1-ii)可知对于所有t, $\hat{A},\hat{B}$的系数有界, 且方程(4)～(6)有唯一解, 可得$\hat{F}_c,\hat{H}_c,\hat{R}_c,\hat{\hat{M}}_c$的系数有界. 引入多项式矩阵$\tilde{\tilde{A}}(z^{-1}),\tilde{\tilde{B}}(z^{-1})$使其满足

$$\hat{A}(z^{-1})\tilde{\tilde{B}}(z^{-1})=\hat{B}'(z^{-1})\tilde{\tilde{A}}(z^{-1}),\tag{41}$$

$$\det\tilde{\tilde{B}}(z^{-1})=\det\hat{B}'(z^{-1}).\tag{42}$$

由式(36)(37)(41)和(42)可得

$$\begin{aligned}&\det[\tilde{B}(z^{-1})\hat{F}_c(z^{-1})+\tilde{Q}(z^{-1})\hat{A}(z^{-1})]=\\&\det\{\hat{F}_c(z^{-1})\hat{B}'(z^{-1})+\hat{A}(z^{-1})[\hat{H}_c(z^{-1})+\\&z^{-1}\hat{\hat{M}}_c(z^{-1})]\}=\det T(z^{-1}).\end{aligned}\tag{43}$$

由引理1-iii)和引理2可知, 当t充分大时, 系统的输入输出动态方程(34)(35)中方括号中的项均趋于零, 且由式(15)和(43)可得系统(34)(35)任意接近一个稳定系统, 其特征多项式为$T(z^{-1})^2$. 由引理2, 以及$w(t)$是有界的, 可知存在正常数c_1,c_2,c_3,c_4使得

$$\|y(t)\|\leqslant c_1+c_2\max_{0\leqslant\tau\leqslant t}\|e_1(\tau)\|,\tag{44}$$

$$\|u(t)\|\leqslant c_3+c_4\max_{0\leqslant\tau\leqslant t}\|e_1(\tau)\|.\tag{45}$$

由$\boldsymbol{x}(t-1)$定义及式(44)(45), 则存在正常数c_5,c_6, 使得

$$\|\boldsymbol{x}(t-1)\|\leqslant c_5+c_6\max_{0\leqslant\tau\leqslant t}\|e_1(\tau)\|.\tag{46}$$

由引理1-i)和式(46)且利用文[9]中引理3.1可知$\boldsymbol{x}(t-1)$有界. 即单独使用线性鲁棒自适应广义预测解耦控制律(28)时, 系统输入输出信号有界.

其次, 证明利用切换函数(33)在线性鲁棒广义预测解耦控制律(28)和非线性神经网络广义预测解耦控制律(29)之间切换, 切换系统输入输出信号有界.

由式(33)可知, 切换函数$J_i(t)(i=1,2)$的第2项总是有界的, 由引理1-i)立即可得$J_1(t)$是有界的, 对于$J_2(t)$有两种情况:

1) $J_2(t)$有界.

由式(33), 有$\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{\mu_2(t)(\|e_2(t)\|^2-16\varDelta^2)}{4(1+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-1)\boldsymbol{x}(t-1))}=0$, 因此系统辨识误差$e(t)=e_1(t)$或者$e_2(t)$ 均满足

$$\lim_{t\to\infty}\frac{\mu(t)(\|e(t)\|^2-16\varDelta^2)}{4(1+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-1)\boldsymbol{x}(t-1))}.\tag{47}$$

其中$\mu(t)=\begin{cases}1,\ 如果\ \|e(t)\|>4\varDelta,\\0,\ 其他.\end{cases}$

由式(26)和(27)可知$\hat{v}(t)$有界, 再由引理3、式(43)以及$w(t)$有界, 可知存在正常数c_7,c_8满足

$$\|\boldsymbol{x}(t-1)\|\leqslant c_7+c_8\max_{0\leqslant\tau\leqslant t}\|e_2(\tau)\|.\tag{48}$$

2) $J_2(t)$无界.

因为$J_1(t)$是有界的, 所以一定存在时刻t_0使得$J_1(t)\leqslant J_2(t),\forall t>t_0$. 根据切换机制, 当$t\geqslant t_0+1$时, 系统辨识误差$e(t)=e_1(t)$也满足式(47).

由式(46)～(48), 以及文[9]中引理3.1, 可知$\boldsymbol{x}(t-1)$有界. 因此切换系统输入输出信号有界.

最后, 进行收敛性分析.

由式(47)及$\boldsymbol{x}(t-1)$的有界性, 可知系统的辨识误差满足$\lim\limits_{t\to\infty}\mu(t)(e(t)^2-16\varDelta^2)=0$, 即

$$\lim_{t\to\infty}\|e_i(t)\|\leqslant4\varDelta,\ i=1,2.\tag{49}$$

由切换函数(33)可知, 当$t\to\infty$时系统选择与最小的辨识误差相对应的控制器作为系统的控制输入. 下面证明当$t\to\infty$时, 神经网络非线性辨识误差

最小. 当系统切换至神经网络非线性自适应广义预测解耦控制律(29)时, 采用类似文[8]的方法可证

$$\|\tilde{\Theta}_2(t)\|^2 \leqslant \|\tilde{\Theta}_2(t-1)\|^2 - \frac{\mu_2(t)[\|e_2(t)\|^2 - 16\|v(t-1) - \hat{v}(t-1)\|^2]}{4(1+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-1)\boldsymbol{x}(t-1))}. \tag{50}$$

其中$\tilde{\Theta}_2(t) = \hat{\Theta}_2(t) - \Theta$. 选择适当的神经网络结构和参数, 使得$\lim\limits_{t\to\infty}\|v(t-1) - \hat{v}(t-1)\| < \delta/4 < \varDelta$ (其中δ为预先确定的正数).

由式(24)可知当$\|e_2(t)\| \leqslant 4\|v(t-1)-\hat{v}(t-1)\|$时, $\mu_2(t) = 0$; 当$\|e_2(t)\| > 4\|v(t-1) - \hat{v}(t-1)\|$时, 若$\|e_2(t)\| > 4\varDelta, \mu_2(t) = 1$, 若$\|e_2(t)\| < 4\varDelta, \mu_2(t) = 0$. 因此由式(50)可知$\{\|\tilde{\Theta}\|^2\}$是一个单调非增序列, $\hat{\Theta}_2(t)$有界, 并且

$$\lim_{t\to\infty} \frac{\mu_2(t)[\|e_2(t)\|^2-16\|v(t-1)-\hat{v}(t-1)\|^2]}{4(1+\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t-1)\boldsymbol{x}(t-1))} = 0. \tag{51}$$

由$\boldsymbol{x}(t-1)$有界可知

$$\lim_{t\to\infty} \mu_2(t)[\|e_2(t)\|^2-16\|v(t-1)-\hat{v}(t-1)\|^2] = 0,$$

即

$$\lim_{t\to\infty}\|e_2(t)\| \leqslant \lim_{t\to\infty} 4\|v(t-1)-\hat{v}(t-1)\| \leqslant \delta < 4\varDelta. \tag{52}$$

即当$t\to\infty$时, 神经网络非线性辨识误差最小. 因此由式(40)可得

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to\infty}\|(\tilde{B}(z^{-1})\hat{F}_c(z^{-1}) + \tilde{Q}(z^{-1})\hat{A}(z^{-1}))y(t) - \\ &\tilde{B}(z^{-1})\hat{R}_c(z^{-1})w(t+N)\| = \\ &\lim_{t\to\infty}\|[\tilde{Q}(z^{-1})\hat{A}(z^{-1}) - \tilde{Q}(z^{-1})\hat{\hat{A}}(z^{-1})]y(t) - \\ &[\tilde{Q}(z^{-1})\hat{B}'(z^{-1}) - \tilde{Q}(z^{-1})\hat{\hat{B}}'(z^{-1})]u(t) + \\ &(z^{-1}\tilde{Q}(z^{-1}) - \tilde{B}(z^{-1})\hat{E}_c(z^{-1}))\hat{v}(t) + \\ &\tilde{Q}(z^{-1})e_2(t)\|.\end{aligned} \tag{53}$$

由式(51)及$y(t), u(t), w(t), \hat{v}(t)$的有界性可知, 当$t\to\infty$时式(53)的前2项均为零. 再由式(30)(31)和(36), 可得当$t\to\infty$时式(53)的第3项也为零. 又由$\tilde{Q}(z^{-1})$的系数有界, δ的任意性, 则存在任意小的正数ϵ, 使得

$$\begin{aligned}&\lim_{t\to\infty}\|(\tilde{B}(z^{-1})\hat{F}_c(z^{-1}) + \tilde{Q}(z^{-1})\hat{A}(z^{-1}))y(t) - \\ &\tilde{B}(z^{-1})\hat{R}_c(z^{-1})w(t+N)\| = \\ &\lim_{t\to\infty}\|\tilde{Q}(z^{-1})e_2(t)\| < \alpha\delta < \epsilon.\end{aligned} \tag{54}$$

其中α为常数.　　证毕.

5 仿真(Simulations)

考虑下面形如系统(2)的离散时间非线性系统:

$$\begin{aligned}&y_1(t) = \\ &0.9y_1(t-1) - 0.3y_1(t-2) + 0.4u_1(t-1) + \\ &0.7u_1(t-2) + 0.3u_2(t-1) - 0.5u_2(t-2) + \\ &\sin(u_1(t-1)+u_1(t-2)+y_1(t-1)+y_2(t-2)) - \\ &\frac{u_1(t-1)+u_1(t-2)+y_1(t-1)+y_2(t-2)}{1+u_1^2(t-1)+u_1^2(t-2)+y_1^2(t-1)+y_2^2(t-2)},\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}&y_2(t) = \\ &1.2y_2(t-1) - 0.1y_2(t-2) - 0.3u_1(t-1) + \\ &0.2u_1(t-2) + 0.8u_2(t-1) + u_2(t-2) + \\ &\sin(0.1u_2(t-1) + 0.9u_2(t-2) + \\ &y_1(t-1) + y_2(t-2)) - \\ &\frac{0.1u_2(t-1)+0.9u_2(t-2)+y_1(t-1)+y_2(t-2)}{1+0.01u_2^2(t-1)+0.81u_2^2(t-2)+y_1^2(t-1)+y_2^2(t-2)}.\end{aligned}$$

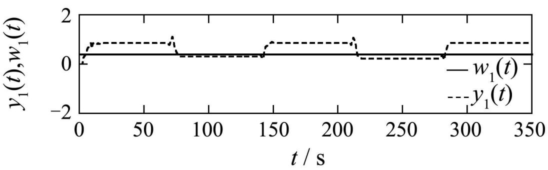
易知原点是系统的平衡点, 非线性项有界, 且系统的参数矩阵分别为

$$A(z^{-1}) = \begin{bmatrix}1-0.9z^{-1}+0.3z^{-2} & 0\\ 0 & 1-1.2z^{-1}+0.1z^{-2}\end{bmatrix},$$

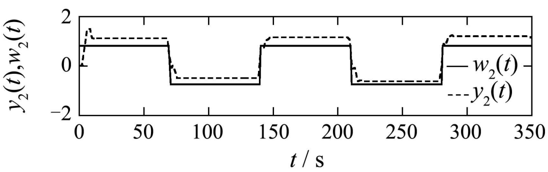
$$B(z^{-1}) = \begin{bmatrix}0.4+0.7z^{-1} & 0.3-0.5z^{-1}\\ -0.3+0.2z^{-1} & 0.8+z^{-1}\end{bmatrix},$$

且$n_a = 2, n_b = 1$, 由方程$\det B(z^{-1}) = 0.41 + 0.75z^{-1} + 0.8z^{-2} = 0$的根为$-0.9146 \pm 1.0558\mathrm{i}$, 可知该系统是非最小相位系统. 选择参数$N=3, N_u=2, c=0.2, T=3, q_j=0.3I, \lambda_j=0.3I, j=1,\cdots,3$.

首先单独利用线性鲁棒广义预测自适应解耦控制器控制该系统. 其仿真结果显示在图1中, 图1(a)和(b)分别是系统的输出$y_1(t), y_2(t)$(用虚线表示)和参考轨迹$w_1(t) = 0.4, w_2(t) = 0.8\mathrm{sgn}(\sin(\pi t/70))$(用实线表示); 图1(c)和(d)分别是系统的输入$u_1(t)$,$u_2(t)$. 从图中1可以看出, 闭环系统的输入和输出有界, 但系统性能较差. 这是因为线性控制器缺乏补偿非线性扰动的能力, 因此在控制非线性系统时, 线性控制器具有一定的局限性.



(a)



(b)

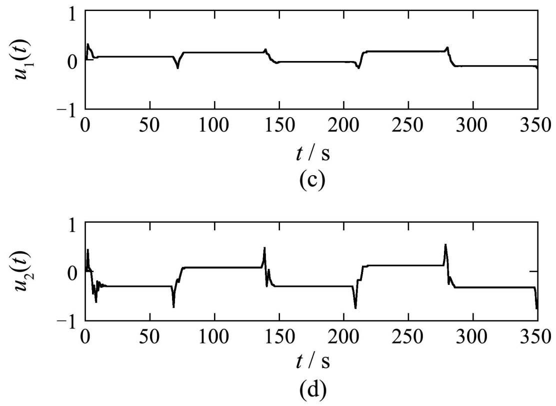


图 1 采用线性鲁棒广义预测自适应解耦控制器系统性能

Fig. 1 System performance when the linear robust adaptive decoupling generalized predictive controller is used alone

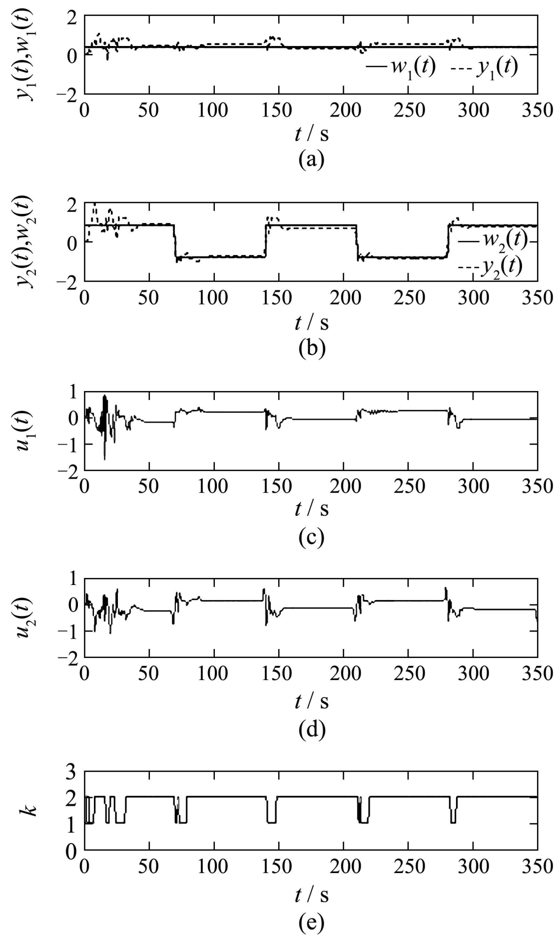


图 2 切换系统的性能和切换序列

Fig. 2 Performance of the switching system and switching sequence

为了改善性能, 利用隐层节点数为30, 学习律为0.2的神经网络来估计并补偿非线性扰动, 并且根据切换函数(33)有机的将线性鲁棒广义预测解耦控制器与非线性神经网络广义预测解耦控制器相结合. 其仿真结果显示在图2中, 其中图2(a)和(b)分别是切换系统的输出$y_1(t), y_2(t)$ (用虚线表示)和参考轨迹$w_1(t), w_2(t)$(用实线表示); 图2(c)和(d)是切换系统的输入$u_1(t)$,$u_2(t)$, 图(e)是切换序列($k=1$表示线性鲁棒广义预测解耦控制器; $k=2$表示非线性神经网络广义预测解耦控制器). 从图2中可以看出, 输出$y_1(t), y_2(t)$能更好地跟踪参考轨迹$w_1(t), w_2(t)$, 且具有良好的解耦效果. 这是因为神经网络对非线性项的在线补偿, 使得系统的性能得到很大的改善.

6 结论(Conclusion)

本文针对一类非线性多变量离散时间系统, 提出了基于神经网络和多模型的非线性自适应广义预测解耦控制方法. 我们将广义预测控制器, 解耦补偿器和对未建模动态的前馈补偿器相结合. 分别设计线性鲁棒广义预测解耦控制器保证闭环系统稳定和非线性神经网络广义预测解耦控制器改善系统性能. 选择合适的切换机制在上述两个控制器之间切换, 证明了闭环切换系统的稳定性和收敛性.

参考文献(References):

[1] MCDERMOTT P E, MELLICHAMP D A. A decoupling pole-placement self-tuning controller for a class of multivariable process[J]. *Optimal Control Applications and Methods*, 1986, 7(1): 55 – 79.

[2] CHAI T Y, WANG G. Globally convergent multivariable adaptive decoupling controller and its application to a binary distillation column[J]. *International Journal of Control*, 1992, 55(2): 415 – 429.

[3] CHAI T, MAO K, QIN X. Decoupling design of multivariable generalized predictive control[J]. *IEE Proceedings Control Theory Applications*, 1994, 141(3): 197 – 201.

[4] CHAI T Y, YUE H. Multivariable intelligent decoupling control system and its application[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2005, 31(1): 123 – 131.

[5] ZHU Q M, MA Z, WARWICK K. Neural network enhanced generalized minimum variance self-tuning controller for nonlinear discrete-time systems[J]. *IEE Proceedings Control Theory Applications*, 1999, 146(4): 319 – 326.

[6] ÖZKAN L,KOTHARE M V, GEORGAKIS C. Control of a solution copolymerization reactor using multi-model predictive control[J]. *Chemical engineering science*, 2003, 58(7): 1207 – 1221.

[7] ZHU K Y, QIN X F, CHAI T Y. A new decoupling design of self-tuning multivariable generalized predictive control[J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 1999, 13(3): 183 – 196.

[8] CHEN L J, NARENDRA K S. Nonlinear adaptive control using neural networks and multiple models[J]. *Automatica*, 2001, 37(8): 1245 – 1255.

[9] GOODWIN G C, RAMADGE P J, CAINES P E. Discrete-time multivariable adaptive control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1980, 25(3): 449 – 456.

作者简介:

石宇静 (1978—), 女, 东北大学博士研究生, 研究方向非线性自适应控制、预测控制等, E-mail: yjshi168@126.com;

柴天佑 (1947—), 男, 中国工程院院士, 东北大学教授, 博士生导师, 研究方向自适应控制、智能控制、工业过程综合自动化等, E-mail: tychai@mail.neu.edu.cn.