文章编号: 1000−8152(2008)04−0645−05

含输入和状态时滞的T-S模糊系统的鲁棒控制

李 丽[1,2], 刘晓东[1], 杨晓光[3]

(1. 大连理工大学 信息与控制研究中心, 辽宁 大连 116024; 2. 沈阳师范大学 数学与系统科学学院, 辽宁 沈阳 110034;
3. 大连海事大学 数学系, 辽宁 大连 116026)

摘要: 针对一类带有输入时滞和状态时滞的不确定模糊系统, 讨论了其稳定性和H_∞鲁棒控制控制器设计问题. 根据“Descriptor form”的Lyapunov-Krasovskii 泛函方法, 得到的时滞相关稳定性准则, 使得所设计的控制器能确保闭环系统渐近稳定. 为了使所得的结果具有更小的保守性, 同时还设计了一个凸优化算法. 仿真结果说明本文所提出方法的可行性和优越性.

关键词: H_∞控制; T-S模糊控制; 不确定性; 输入时滞和状态时滞; 广义模型变换方法(Descriptor form)

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Robust control for Takagi-Sugeno fuzzy systems with time-delays in states and inputs

LI Li[1,2], LIU Xiao-dong[1] , YANG Xiao-guang[3]

(1. Research Center of Information and Control, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China;
2. College of Maths and Systematic Science, Shenyang Normal University, Shenyang Liaoning 110034, China;
3. Department of Mathematics Dalian Maritime University, Dalian Liaoning 116026, China)

Abstract: The H-infinity robust control is addressed for a class of uncertain fuzzy systems with time-delays in both states and control inputs. Using a Lyapunov-Krasovskii functional in “Descriptor form”, we presented the delay-dependent sufficient conditions of stability for the closed-loop system with the designed controller. To be less conservative in design, we employ an algorithm involving convex optimization in designing the state-feedback controller. The example shows the validity of our results.

Key words: H-infinity control; Takagi-Sugeno(T-S) fuzzy control; uncertainties; tine-delays in states and inputs; Descriptor form

1 引言(Introduction)

近年来, 国内外学者利用Takagi-Sugeno(T-S)模糊控制方法对非线性时滞系统作了较多的研究工作[1]. 事实上, 时滞和不确定性普遍存在于各种控制系统中. 在实际问题中, 系统中的时滞和不确定性通常会导致整个系统性能下降, 甚至不稳定.

在现代工业生产过程中, 传感器、控制器、执行器通常由网络媒体来连接, 在此过程中, 控制输入时滞是不可避免的. 因此, 对带有输入时滞的模糊系统的研究是非常重要的. 而且, 当输入时滞和状态时滞同时出现时, 可能使得系统稳定更加困难. 因此, 对带有输入时滞和状态时滞的模糊系统的稳定性分析及其控制问题的研究具有更加重要意义.

对于带有输入和状态时滞控制问题的研究, 文[2]首先对带有输入和状态时滞的线性系统, 讨论了其稳定性问题; 后来文[3]则对带有输入时滞的不确定线性系统, 基于“Descriptor form”的Lyapunov-Krasovskii泛函方法给出了具有更小保守性的稳定性条件. 而对于带有输入和状态时滞的模糊系统的研究, 目前还鲜为少见. 在文[4∼6]中已初次涉及, 但是文[4,5]中作者只研究了带有输入时滞的T-S模糊系统的鲁棒稳定性问题, 其所得的结果是基于Lyapunov–Razumikhin稳定性理论. 这样做使结果具有一定的保守性. 文[6]中, 作者讨论具有输入与状态时滞的模糊系统的保性能控制问题, 但所得的结果是与时滞大小无关的. 且在文[4∼6]中作者都没有考虑外部扰动, 这使得结果的应用范围也有了一定的局限.

在这里, 笔者研究了一类带有输入和状态时滞的

收稿日期: 2006−12−29; 收修改稿日期: 2007−10−16.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60575039,60534010).

不确定模糊系统的H_∞控制问题. 基于"Descriptor form"的Lyapunov-Krasovskii方法, 利用Moon不等式, 给出一种全新的时滞相关稳定性判据; 在此基础上, 给出模糊H_∞控制器存在的充分条件, 并利用锥补线性化算法[7], 提出基于LMI的控制器综合设计方案. 算例表明, 文中所得的结果较以前的结果具有更小的保守性.

2 问题描述(Problem statement)

考虑一类T-S模糊时滞系统

$$\begin{cases} \text{IF } \theta_1(t) \text{ is } M_{i1}, \cdots, \text{and } \theta_p(t) \text{ is } M_{ip}, \text{THEN} \\ \dot{x}(t) = \mathcal{A}_{1i}x(t) + \mathcal{A}_{2i}x(t-\tau_1(t)) + \\ \qquad \mathcal{B}_i u(t-\tau_2(t)) + \mathcal{B}_{wi}w(t), \\ z(t) = \mathcal{C}_{1i}x(t) + \mathcal{C}_{2i}x(t-\tau_1(t)) + \\ \qquad \mathcal{D}_i u(t-\tau_2(t)) + \mathcal{D}_{wi}w(t). \end{cases} \tag{1}$$

其中: $\theta_1(t), \cdots, \theta_p(t)$为模糊规则前件变量, M_{ij}为模糊语言值集合, $x(t) \in \mathbb{R}^n$, $u(t) \in \mathbb{R}^m$, $z(t) \in \mathbb{R}^q$分别为系统状态, 控制输入和控制输出向量, $w(t) \in \mathbb{R}^p$为外界干扰输入, $\tau_1(t), \tau_2(t)$为系统输入时滞和状态时滞且满足$0 \leqslant \tau_i(t) \leqslant \overline{\tau}_i < \infty, \dot{\tau}_i(t) \leqslant \mu_i < 1$($\overline{\tau}_i, \mu_i(i=1,2)$是已知常数). $\mathcal{A}_{ki}, \mathcal{B}_i, \mathcal{B}_{wi}, \mathcal{C}_{ki}, \mathcal{D}_i, \mathcal{D}_{wi}(k=1,2)$具有如下的形式:

$$\begin{aligned} &\mathcal{A}_{ki} = A_{ki} + \Delta A_{ki}(t), \mathcal{B}_i = B_i + \Delta B_i(t), \\ &\mathcal{B}_{wi} = B_{wi} + \Delta B_{wi}(t), \mathcal{C}_{ki} = C_{ki} + \Delta C_{ki}(t), \\ &\mathcal{D}_i = D_i + \Delta D_i(t), \mathcal{D}_{wi} = D_{wi} + \Delta D_{wi}(t), \\ &x(t-\tau_k) = x(t_{\tau_k}), t-\tau_k = t_{\tau_k}, \ k=1,2. \end{aligned}$$

其中: $A_{ki}, B_i, B_{wi}, C_{ki}, D_i, D_{wi}$是具有合适维数的已知常数矩阵; $\Delta A_{ki}, \Delta B_i, \Delta B_{wi}, \Delta C_{ki}, \Delta D_i, \Delta D_{wi}(k=1,2)$表示系统所含的不确定性, 且满足

$$\begin{aligned} &[\Delta A_{ki} \ \ \Delta B_i \ \ \Delta B_{wi} \ \ \Delta C_{ki} \ \ \Delta D_i \ \ \Delta D_{wi}] = \\ &DF(t)[E_{kai} \ \ E_{bi} \ \ E_{bwi} \ \ E_{kci} \ \ E_{di} \ \ E_{dwi}], \ k=1,2. \end{aligned}$$

$F(t)$是未知矩阵函数, 且具有性质$F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \leqslant I$.

对系统(1), 选取其全局控制律为

$$u(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t))K_i x(t), \ i=1,2,\cdots,r. \tag{2}$$

其中$K_i(i=1,2,\cdots,r)$为待求解的控制器增益矩阵. 由系统(1)和控制器(2)构成的闭环系统为

$$\begin{aligned} &\dot{x}(t) = \\ &\sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t))[\mathcal{A}_{1i}x(t) + \mathcal{A}_{2i}x(t_{\tau_1}) + \mathcal{B}_{wi}w(t)] + \\ &\sum_{i,j=1}^{r} h_i(\theta(t))h_j(\theta(t-\tau_2(t)))\mathcal{B}_i K_j x(t_{\tau_2}), \end{aligned} \tag{3a}$$

$$\begin{aligned} &z(t) = \\ &\sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t))[\mathcal{C}_{1i}x(t) + \mathcal{C}_{2i}x(t_{\tau_1}) + \mathcal{D}_{wi}w(t)] + \\ &\sum_{i,j=1}^{r} h_i(\theta(t))h_j(\theta(t-\tau_2(t)))\mathcal{D}_i K_j x(t_{\tau_2}). \end{aligned} \tag{3b}$$

其中:

$$h_i(\theta(t)) = \frac{\omega_i(\theta(t))}{\sum\limits_{i=1}^{r}\omega_i(\theta(t))}, \ h_i(\theta(t)) \geqslant 0,$$

$$\sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t)) = 1, \ \sum_{i=1}^{r} h_i(\theta(t_{\tau_2})) = 1.$$

为了便于描述, 以下将用$\dot{x}$,x,z,w, $u_{\tau_2}, y, \eta, h_i, h_j^{\tau_2}$表示$\dot{x}(t), x(t), z(t), w(t)$,$u(t-\tau_2(t)), y(t), \eta(t), h_i(\theta(t))$, $h_j(\theta(t-\tau_2(t)))$.

引理 1[8] 给定适维矩阵$Q = Q^{\mathrm{T}}, H, E, R = R^{\mathrm{T}} > 0$, 则对于满足条件$F^{\mathrm{T}}(t)F(t) \leqslant R$的不等式

$$Q + HF(t)E + E^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(t)H^{\mathrm{T}} < 0$$

成立的充要条件是: $\exists \varepsilon > 0$使得如下不等式成立:

$$Q + \varepsilon^{-1}HH^{\mathrm{T}} + \varepsilon E^{\mathrm{T}}RE < 0.$$

引理 2[9] 设$a(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_a}, b(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_b}$, 以及$\aleph(\cdot) \in \mathbb{R}^{n_a \times n_b}$定义在区间$\Omega$上, 则有

$$\begin{aligned} &-2\int_{\Omega} a^{\mathrm{T}}(s)\aleph b(s)\mathrm{d}s \leqslant \\ &\int_{\Omega}^{\mathrm{T}} \Pi^{\mathrm{T}} \begin{bmatrix} X & Y-\aleph \\ Y^{\mathrm{T}}-\aleph^{\mathrm{T}} & Z \end{bmatrix} \Pi \mathrm{d}s. \end{aligned}$$

其中: $\Pi = \begin{bmatrix} a(s) \\ b(s) \end{bmatrix}$, X, Y, Z为任意满足$\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^{\mathrm{T}} & Z \end{bmatrix} \geqslant 0$的矩阵.

3 主要结果(Main results)

定理 1 考虑系统(3), 对于给定的时滞上界$\overline{\tau}_i$及常数$\delta_i(i=1,2)$, 如果存在矩阵$Y, Z, \overline{W}_{11}, \overline{W}_{12}, \overline{W}_{13}, \overline{W}_{21}, \overline{W}_{22}, \overline{W}_{23}, X > 0, \ S_n > 0, \ Q_n > 0, \ \overline{\varepsilon}_n > 0(n=1,2)$, $\overline{K}_i(i=1,2,\cdots,r)$满足

$$\begin{bmatrix} \Theta_{11ij} & \Theta_{12ij} \\ * & \Theta_{22ij} \end{bmatrix} < 0, \ i,j=1,2,\cdots,r, \tag{4}$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \overline{W}_{11} & \overline{W}_{12} & 0 \\ * & \overline{W}_{13} & \delta_1 A_{2i}X \\ * & * & X\overline{Q}_1^{-1}X \end{bmatrix} \geqslant 0, \\ \begin{bmatrix} \overline{W}_{21} & \overline{W}_{22} & 0 \\ * & \overline{W}_{23} & \delta_2 B_i\overline{K}_j \\ * & * & X\overline{Q}_2^{-1}X \end{bmatrix} \geqslant 0, \\ i,j=1,2,\cdots,r. \end{cases} \tag{5}$$

其中:

$$\Theta_{11ij}=\begin{bmatrix}\Pi_{11} & \Pi_{12} & 0 & 0 & 0\\ * & \Pi_{22} & \Pi_{23} & \Pi_{24} & B_{wi}\\ * & * & -\overline{\mu}_1 S_1 & 0 & 0\\ * & * & * & -\overline{\mu}_2 S_2 & 0\\ * & * & * & * & -\gamma^2 I\end{bmatrix},$$

$$\Theta_{12ij}=\begin{bmatrix}XC_{1i}^{\mathrm{T}} & \overline{\tau}_1 Z^{\mathrm{T}} & \overline{\tau}_2 Z^{\mathrm{T}} & XE_{1ai}^{\mathrm{T}} & XE_{1ci}^{\mathrm{T}}\\ 0 & \overline{\tau}_1 Y^{\mathrm{T}} & \overline{\tau}_2 Y^{\mathrm{T}} & 0 & 0\\ XC_{2i}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & XE_{2ai}^{\mathrm{T}} & XE_{2ci}^{\mathrm{T}}\\ \overline{K}_j^{\mathrm{T}} D_i^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & \overline{K}_j^{\mathrm{T}} E_{bi}^{\mathrm{T}} & \overline{K}_j^{\mathrm{T}} E_{di}^{\mathrm{T}}\\ D_{wi}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & E_{bwi}^{\mathrm{T}} & E_{dwi}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix},$$

$$\Theta_{22ij}=\begin{bmatrix}\Pi_{66} & 0 & 0 & 0 & 0\\ * & -\overline{\tau}_1\overline{Q}_1 & 0 & 0 & 0\\ * & * & -\overline{\tau}_2\overline{Q}_2 & 0 & 0\\ * & * & * & -\overline{\varepsilon}_1 I & 0\\ * & * & * & * & -\overline{\varepsilon}_2 I\end{bmatrix},$$

$$\Pi_{11}=Z+Z^{\mathrm{T}}+S_1+S_2+\overline{\tau}_1\overline{W}_{11}+\overline{\tau}_2\overline{W}_{21},$$
$$\Pi_{12}=Y-Z^{\mathrm{T}}+XA_{1i}^{\mathrm{T}}+\delta_1 XA_{2i}^{\mathrm{T}}+\delta_2\overline{K}_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}}+\overline{\tau}_1\overline{W}_{12}+\overline{\tau}_2\overline{W}_{22},$$
$$\Pi_{22}=-Y-Y^{\mathrm{T}}+\overline{\tau}_1\overline{W}_{13}+\overline{\tau}_2\overline{W}_{23}+\overline{\varepsilon}_1 DD^{\mathrm{T}},$$
$$\Pi_{23}=(1-\delta_1)A_{2i}X,\Pi_{24}=(1-\delta_2)B_i\overline{K}_j,$$
$$\Pi_{66}=-I+\overline{\varepsilon}_2 DD^{\mathrm{T}},\ Z=-P_2^{-1}P_1P^{-1},$$
$$\overline{K}_i=K_iX,\ X=P^{-1},\ Y=P_2^{-1},\ S_m=XT_mX,$$
$$\overline{Q}_m=Q_m^{-1},\overline{\mu}_m=1-\mu_m(m=1,2).$$

“$*$”表示矩阵对称位置上元素的转置. 则对任意的$0\leqslant\tau_i(t)\leqslant\overline{\tau}_i(i=1,2)$, 系统(3)渐近稳定, 且反馈控制增益矩阵为$K_i=\overline{K}_iX^{-1}$.

证 根据文[10], 令$y(t)=\dot{x}(t)$, 对于式(3a),利用Newon-Leibuniz公式, 则有如下的等价形式:

$$0=\sum_{i,j=1}^{r}h_ih_j^{\tau_2}[G_{ij}x-\mathcal{A}_{2i}\int_{t_{\tau_1}}^{t}\dot{x}(s)\mathrm{d}s-\mathcal{B}_iK_j\int_{t_{\tau_2}}^{t}\dot{x}(s)\mathrm{d}s+\mathcal{B}_{wi}w-y].\tag{6}$$

其中$G_{ij}=\mathcal{A}_{1i}+\mathcal{A}_{2i}+\mathcal{B}_iK_j$. 对系统(3), 构造时滞相关型Lyapunov泛函$V(t)=\sum\limits_{i=1}^{5}V_i$, 其中:

$$V_1=x^{\mathrm{T}}Px;V_2=\int_{t_{\tau_1}}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)T_1x(s)\mathrm{d}s,$$
$$V_3=\int_{-\bar{\tau}_1}^{0}\int_{t+\theta}^{t}y^{\mathrm{T}}(s)Q_1y(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta,$$
$$V_4=\int_{t_{\tau_2}}^{t}x^{\mathrm{T}}(s)T_2x(s)\mathrm{d}s,$$
$$V_5=\int_{-\bar{\tau}_2}^{0}\int_{t+\theta}^{t}y^{\mathrm{T}}(s)Q_2y(s)\mathrm{d}s\mathrm{d}\theta,$$

则沿系统(3)轨迹的导数为

$$\dot{V}_1=2x^{\mathrm{T}}P\dot{x}=\sum_{i,j=1}^{r}h_ih_j^{\tau_2}2\eta^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}\{\begin{bmatrix}0 & I\\ G_{ij} & -I\end{bmatrix}\eta+\begin{bmatrix}0\\ \mathcal{B}_{wi}\end{bmatrix}w-\begin{bmatrix}0\\ \mathcal{A}_{2i}\end{bmatrix}\int_{t_{\tau_1}}^{t}\dot{x}(s)\mathrm{d}s-\begin{bmatrix}0\\ \mathcal{B}_iK_j\end{bmatrix}\int_{t_{\tau_2}(t)}^{t}\dot{x}(s)\mathrm{d}s\},$$
$$\dot{V}_2\leqslant x^{\mathrm{T}}T_1x-(1-\mu_1)x^{\mathrm{T}}(t_{\tau_1})T_1x(t_{\tau_1}),$$
$$\dot{V}_3=\overline{\tau}_1y^{\mathrm{T}}Q_1y-\int_{t_{\tau_1}}^{t}y^{\mathrm{T}}(s)Q_1y(s)\mathrm{d}s,$$
$$\dot{V}_4\leqslant x^{\mathrm{T}}T_2x-(1-\mu_2)x^{\mathrm{T}}(t_{\tau_2})T_2x(t_{\tau_2}),$$
$$\dot{V}_5=\overline{\tau}_2y^{\mathrm{T}}Q_2y-\int_{t_{\tau_2}}^{t}y^{\mathrm{T}}(s)Q_2y(s)\mathrm{d}s.$$

其中:

$$\eta=\begin{bmatrix}x\\ y\end{bmatrix},\ G=\begin{bmatrix}P & 0\\ P_1 & P_2\end{bmatrix}.$$

由引理2可知

$$-2\eta^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}0\\ \mathcal{A}_{2i}\end{bmatrix}\int_{t_{\tau_1}}^{t}\dot{x}(s)\mathrm{d}s\leqslant\overline{\tau}_1\eta^{\mathrm{T}}W_1\eta+2\eta^{\mathrm{T}}(M_1-G^{\mathrm{T}}[0\ \ \mathcal{A}_{2i}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}})(x-x(t_{\tau_1}))+\int_{t_{\tau_1}}^{t}y^{\mathrm{T}}(s)Q_1y(s)\mathrm{d}s-$$
$$2\eta^{\mathrm{T}}G^{\mathrm{T}}\begin{bmatrix}0\\ \mathcal{B}_iK_j\end{bmatrix}\int_{t_{\tau_2}}^{t}\dot{x}(s)\mathrm{d}s\leqslant\overline{\tau}_2\eta^{\mathrm{T}}W_2\eta+2\eta^{\mathrm{T}}(M_2-G^{\mathrm{T}}[0\ \ (\mathcal{B}_iK_j)^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}})(x-x(t_{\tau_2}))+\int_{t_{\tau_2}}^{t}y^{\mathrm{T}}(s)Q_2y(s)\mathrm{d}s.$$

其中:

$$W_1=\begin{bmatrix}W_{11} & W_{12}\\ * & W_{13}\end{bmatrix},\ W_2=\begin{bmatrix}W_{21} & W_{22}\\ * & W_{23}\end{bmatrix}.\tag{7}$$

综合上述各式, 应用引理1和Schur补引理, 应用引理1和Schur补引理, 通过变换得到式(4). 由式(4)知$z^{\mathrm{T}}z-\gamma^2w^{\mathrm{T}}w+\dot{V}(t)\leqslant 0$.

引入H_∞性能指标函数, 在系统零初始状态情况下, 可以导出

$$J\leqslant\int_0^\infty[z^{\mathrm{T}}z-\gamma^2w^{\mathrm{T}}w+\dot{V}(t)]\mathrm{d}t.$$

因此有$J<0$, 闭环控制系统(3)满足H_∞范数界γ约束, 且是渐进稳定的.

下面考虑式(7), 在式(7)左右两边分别乘$\mathrm{diag}\{(G^{-1})^{\mathrm{T}},X\}$及其转置, 通过变换可得式(5).

证毕.

在定理中, 由于$X\overline{Q}_1^{-1}X,X\overline{Q}_2^{-1}X$, 因此式(5)不能用MATLAB的LMI工具箱直接求解. 类似文[7], 基于锥补线性化算法, 可将定理的非凸可行性问题转化为一个满足LMI约束条件的非线性规划问题. 以下假设$n=1,2$.

首先, 介绍两个新的变量$L_1, L_2 > 0$, 且满足

$$X\overline{Q}_1^{-1}X \geqslant L_1,\ X\overline{Q}_2^{-1}X \geqslant L_2. \tag{8}$$

用式(8)代替条件(5)得到

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \bar{W}_{11} & \bar{W}_{12} & 0 \\ * & \bar{W}_{13} & \delta_1 A_{2i}X \\ * & * & L_1 \end{bmatrix} \geqslant 0, \\ \begin{bmatrix} \bar{W}_{21} & \bar{W}_{22} & 0 \\ * & \bar{W}_{23} & \delta_2 B_i \bar{K}_j \\ * & * & L_2 \end{bmatrix} \geqslant 0. \end{cases} \tag{9}$$

由式(8)得到$X^{-1}\bar{Q}_n X^{-1} \leqslant L_n^{-1}$. 令

$$\bar{L}_n = L_n^{-1},\ \bar{Q}_n^{-1} = Q_n,\ P = X^{-1}.$$

应用Schur补引理, 条件(5)可用式(9)和

$$\begin{bmatrix} \bar{L}_n & P \\ P & Q_n \end{bmatrix} \geqslant 0, \tag{10}$$

$$L_n \bar{L}_n = I,\ XP = I,\ \bar{Q}_n Q_n = I \tag{11}$$

代替. 条件(11)里仍然是非线性的条件. 基于锥补线性化算法, 可将定理的非凸可行性问题转化为满足如下LMI约束条件的非线性规划问题, 即

$$\begin{cases} \min \operatorname{tr}(L_1\bar{L}_1 + L_2\bar{L}_2 + XP + \bar{Q}_1 Q_1 + \bar{Q}_2 Q_2) \\ \text{s.t. 式}(4)(9)(10)\text{和} \begin{bmatrix} L_n & I \\ I & \bar{L}_n \end{bmatrix} \geqslant 0, \\ \qquad \begin{bmatrix} \bar{Q}_n & I \\ I & Q_n \end{bmatrix} \geqslant 0,\ \begin{bmatrix} X & I \\ I & P \end{bmatrix} \geqslant 0. \end{cases} \tag{12}$$

本文得到如下的算法:

Step 1 求解满足LMI(12)的可行解. 如果式(12)不存在可行解, 则退出. 否则令$k = 0$.

Step 2 解下面的LMI凸优化问题:

$$\begin{cases} \min \operatorname{tr} \varXi_{ij} \\ \text{s.t. LMIs in 式}(12), \\ \varXi_{ij} = \sum\limits_{n=1}^{2}(L_{nk}\bar{L}_n + \bar{L}_{nk}L_n + Q_{nk}\bar{Q}_n + \\ \qquad \bar{Q}_{nk}Q_n) + X_k\bar{P} + \bar{P}_k X. \end{cases}$$

然后记

$$L_{nk+1} = L_n,\ \bar{L}_{nk+1} = \bar{L}_n,\ Q_{nk+1} = Q_n,$$
$$\bar{Q}_{nk+1} = \bar{Q}_n,\ X_{k+1} = X,\ P_{k+1} = P.$$

Step 3 对于在Step 2中获得的矩阵$X, \bar{Q}_1, \bar{Q}_2$, 求解LMIs(4)(5), 如果存在可行解, 则退出. 否则令$k = k + 1$, 返回Step 2.

注 1 文中将"Descriptor form"的Lyapunov-Krasovskii方法应用到模糊控制中, 方法应用到模糊控制中, 使得引入控制后的系统结构充分体现在泛函中, 从而克服了以往普通Lyapunov函数在推导中所带来的保守性. 同时凸优化算法可以使得到的结果进一步优化, 从而使所得到的稳定性条件保守性更小.

4 数值仿真(Number simulation)

例 1 考虑文[5,6]中的时滞系统:

$$\dot{x} = \mathcal{A}_{1i}x + \mathcal{B}_i u_\tau,\ i = 1, 2. \tag{13}$$

这里:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},\ A_{12} = \begin{bmatrix} -1 & 0.1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} \sqrt{0.1} \\ 0 \end{bmatrix},\ B_i = [1\ \ 0]^{\mathrm{T}},$$

$$E_{1ai} = [0\ \ \sqrt{0.1}],\ E_{bi} = [0\ \ 0].$$

应用锥补线性化算法, 当$\delta_2 = 0.95$时, 可以得到最大的时滞上界为3.06, 控制器增益为

$$K_1 = [-0.4669\ \ -0.2856],\ K_2 = [0.0501\ \ -0.0679].$$

而用文[4]所得的稳定性条件获得的最大输入时滞上界是0.4223; 用文[5]所得的稳定性条件获得的最大输入时滞上界是1.75; 通过对比发现, 应用本文的方法所得的时滞上界比文[4,5]大很多, 可见文中提出的方法具有更小的保守性.

例 2 考虑如下的时滞系统H_∞模糊系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = \mathcal{A}_{1i}x + \mathcal{A}_{2i}x(t_{\tau_1}) + \mathcal{B}_i u_{\tau_2} + \mathcal{B}_{wi}w, \\ z = C_{1i}x + C_{2i}x(t_{\tau_1}) + D_i u_{\tau_2} + D_{wi}w, \\ i =, 1, 2. \end{cases} \tag{14}$$

其中:

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -1 & -0.5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},\ A_{12} = \begin{bmatrix} -2 & -1.5 \\ 0 & -1 \end{bmatrix},\ B_i = \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$A_{2i} = \begin{bmatrix} -0.1 & -0.5 \\ 0.5 & 0 \end{bmatrix},\ B_{wi} = \begin{bmatrix} 0.01 \\ 0 \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 0.03 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$E_{1ai} = E_{2ai} = [0.1\ \ 0.1],\ E_{bi} = 0.05,\ E_{bwi} = 0.02,$$

$$C_{1i} = [-0.3\ \ 0.1],\ D_i = D_{wi} = 0.5,\ C_{2i} = [0\ \ 1].$$

设$F(t) \sin t, w = 1.5\sin(2t)\mathrm{e}^{-0.05t}$. 模糊隶属度函数为$h_1 = \sin^2(x_1 + 0.5)$和$h_2 = 1 - h_1$.

应用锥补线性化算法, 当$\delta_1 = 1.5, \delta_2 = 1.8, \overline{\tau}_1 = 0.2, \overline{\tau}_2 = 0.1$时, 控制器增益为

$$K_1 = [-0.0085\ \ 0.0009],\ K_2 = [0.0012\ \ 0.0026].$$

设初始状态为$x(0) = [1\ \ 0]^{\mathrm{T}}$. 在模糊控制器(2)作用下, 闭环控制系统(14)的状态响应曲线和控制输出曲线如图所示. 仿真结果表明了本文所阐述的方法

对于较复杂的模糊系统也是有效的.

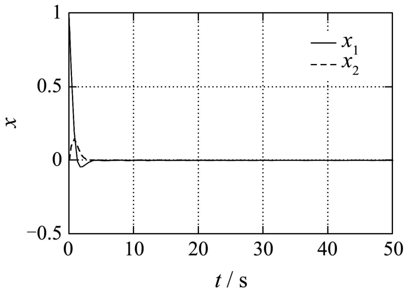

图 1　状态响应曲线

Fig. 1　The responses of the state

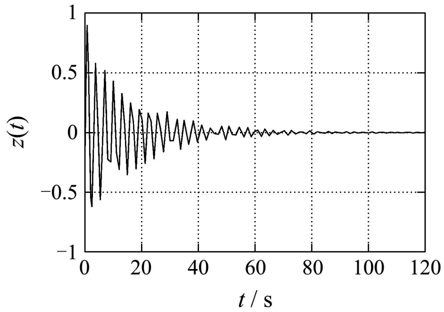

图 2　控制输出响应曲线

Fig. 2　The response of control output

5　结论(Conclusion)

针对带有输入和状态时滞的不确定模糊系统, 给出了全新的时滞相关稳定性准则; 并利用锥体线性化算法, 得到放宽的模糊控制器的设计方案, 使所得的结果具有较小的保守性, 从而使得控制器的设计更加灵活.

参考文献(References):

[1] LIU X D, ZHANG Q L. New approaches to H_∞controller designs based on fuzzy observers for T-S fuzzy systems via LMI[J]. *Automatica*, 2003, 39(9): 1571 – 1582.

[2] ZHANG X M, WU M, SHE J H, et al. Delay-dependent stabilization of linear systems with time-varying state and input delays[J]. *Automatica*, 2005, 41(8): 1405 – 1412.

[3] CHEN W H, ZHENG W X. On improved robust stabilization of uncertain systems with unknown input delay[J]. *Automatica*, 2006, 42(8): 1067 – 1072.

[4] LEE H J, PARK J B, JOO Y H. Robust control for uncertain Takagi–Sugeno fuzzy systems with time-varying input delay[J]. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2005, 127(2): 302 – 306.

[5] LIEN C H, YU K W. Robust control for Takagi-Sugeno fuzzy systems with time-varying state and input delays[J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2008, 35(5): 1003 – 1008.

[6] 陈学敏, 张国山. 具有输入与状态时滞的非线性系统的模糊保性能控制[J]. 辽宁工学院学报, 2006, 26(1): 34 – 39.
(CHEN Xuemin, ZHANG Guoshan. Fuzzy guaranteed cost control for nonlinear systems with input and state time delay[J]. *Journal of Liaoning Institute of Technology*, 2006, 26(1): 34 – 39.)

[7] GHAOUI L E, OUSTRY F, AITRAMI M. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1171 – 1176.

[8] XIE L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty[J]. *International Journal of Control*, 1996, 63(4): 741 – 750.

[9] MOON Y S. Delay-dependent robust stabilization of uncertain state delayed systems[J]. *International Journal of Control*, 2001, 74(14): 1447 – 1455.

[10] FRIDMAN E, SHAKED U. Delay-dependent stability and H_∞ control: Constant and time-varying delays[J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(1): 48 – 60.

作者简介:

李　丽　(1979—), 女, 博士研究生, 从事模糊控制、鲁棒控制、时滞系统等的研究, E-mail: gmgmsb@163.com;

刘晓东　(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 从事模糊控制、非线性系统等的研究;

杨晓光　(1957—), 女, 副教授, 从事模糊控制等研究.