

非线性关联系统自适应神经网络输出反馈分散控制

陈为胜, 李俊民, 陈国培

(西安电子科技大学 应用数学系, 陕西 西安 710071)

摘要: 针对一类带有完全未知关联项的非线性大系统, 提出一种自适应神经网络输出反馈分散控制方法. 采用神经网络逼近未知的关联项, 因此对关联项常做的假设如匹配条件, 被上界函数所界定等不再要求. 在神经元输入中采用参考信号取代关联信号, 从而成功地避免了对关联信号的微分. 保证了闭环系统所有信号半全局一致最终有界, 证明了跟踪误差收敛于一个包含原点的小残集.

关键词: 非线性大系统; 神经网络; 分散输出反馈控制; 积分反推

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive neural network output-feedback decentralized control for nonlinear interconnected systems

CHEN Wei-sheng, LI Jun-min, CHEN Guo-pei

(Department of Applied Mathematics, Xidian University, Xi'an Shaanxi 710071, China)

Abstract: An adaptive neural network output-feedback decentralized control scheme is proposed for a class of large-scale nonlinear systems with completely unknown interconnections. Neural networks are employed to approximate the unknown interconnections, eliminating the common assumptions on interconnections such as matching condition, being bounded by upper bounding functions. By replacing the interconnected signals in neural inputs with the reference signals, the differentiation of interconnected signals is then successfully avoided. Moreover, all signals in the closed-loop system are guaranteed to be semi-globally uniformly ultimately bounded, and the tracking errors are proved to converge to a small residual set around the origin.

Key words: nonlinear large-scale system; neural network; decentralized output-feedback control; backstepping

1 引言(Introduction)

关联大系统是由许多相互作用的子系统共同构成的大规模系统, 它在许多等领域普遍存在^[1]. 分散控制是指利用组成大系统的各局部子系统信息构成若干局部控制器, 以实现对整个大系统的控制. 与集中控制相比, 分散控制结构简单, 经济实用. 最近在这一领域已经取得了一些重要的研究成果^[2~8]. 然而现有的结果对子系统内的关联项都做了某些限制, 例如假设关联项是已知的^[2], 被已知的多项式所界定^[3,4], 被已知的函数所界定^[5], 被部分已知的函数所界定^[6], 及被未知的函数所界定^[7,8]. 特别强调的是, 文献[7,8]采用神经网络补偿未知的上界函数, 但所研究的系统要求状态可测. 就笔者所知, 现有的文献很少对带有完全未知关联项的非线性大系统输出反馈分散控制问题进行研究.

基于以上讨论, 为了进一步放松对关联项和系统状态可测的要求, 笔者针对一类带未知关联项的大系统, 提出了一种自适应神经网络输出反馈分散控制方案. 首先, 采用神经网络逼近未知的非线性关联项, 因此取消了现有文献中对关联项的各种限制条件; 其次, 基于输入信号置换的思想^[9~12]在神经元输入中采用参考信号取代关联信号, 从而成功地避免了Backstepping设计过程中对关联信号的微分. 此外, 基于Lyapunov方法, 证明了闭环系统所有信号半全局最终一致有界, 并且跟踪误差收敛于一个包含原点的小残集.

在本文, 笔者规定 $\|\cdot\|$ 表示2-范数, $\Pi_{\max}(B)$ 和 $\Pi_{\min}(B)$ 表示对称矩阵 B 的最大和最小特征值.

2 问题描述(Problem description)

考虑由 N 个子系统组成的未知非线性输出反馈

关联大系统, 其中第 i 个子系统描述如下:

$$\Sigma_i: \begin{cases} \dot{x}_{i,1} = x_{i,2} + f_{i,1}(y_1, \dots, y_N), \\ \vdots \\ \dot{x}_{i,n_i-1} = x_{i,n_i} + f_{i,n_i-1}(y_1, \dots, y_N), \\ \dot{x}_{i,n_i} = \sigma_i(y_i)u_i + f_{i,n_i}(y_1, \dots, y_N), \\ y_i = x_{i,1}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_i = [x_{i,1}, \dots, x_{i,n_i}]^T \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u_i \in \mathbb{R}$ 和 $y_i \in \mathbb{R}$ 分别表示子系统的状态、控制输入和输出; $f_{i,j}: \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}$ 表示子系统内部及各子系统间相互作用的未知光滑函数; $\sigma_i: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 是已知的光滑函数且满足 $|\sigma_i(y)| > \sigma_{i,0} > 0$, 仅输出 y_i 可测.

控制的目标是为关联大系统(1)设计自适应神经网络输出反馈分散控制器 $u_i(t)$, 使子系统输出 $y_i(t)$ 跟踪给定的参考信号 $y_{i,r}(t)$, 同时保持闭环系统所有信号半全局一致最终有界.

在众多函数逼近器中, 径向基函数神经网络因其具有简单的线性参数化结构和良好的逼近能力而被广泛应用^[7~11], 本文将同样采用这种神经网络作为函数逼近器. 在紧集 $D \subset \mathbb{R}^N$ 上, 未知光滑函数 $f_{i,j}(y_1, \dots, y_N)$ 可以逼近如下:

$$f_{i,j}(y) = \varphi_{i,j}^T(y)a_{i,j} + \delta_{i,j}(y). \quad (2)$$

其中: $\varphi_{i,j}(y) = [s_{i,j,1}(y), \dots, s_{i,j,p_{i,j}}(y)]^T: D \rightarrow \mathbb{R}^{p_{i,j}}$ 是已知光滑向量基函数, 神经输入向量 $y = [y_1, \dots, y_N]^T$, 神经元接点数 $p_{i,j} > 1$, 基函数 $s_{i,j,k}(y)$ ($1 \leq k \leq p_{i,j}$) 选为常用的高斯函数 $s_{i,j,k}(y) = \exp[-(y - \mu_{i,j,k})^T(y - \mu_{i,j,k})/\eta_{i,j}^2]$, 这里 $\mu_{i,j,k} \in D$ 和 $\eta_{i,j} > 0$ 是基函数 $s_{i,j,k}(y)$ 的中心和宽度, 最优权值 $a_{i,j} = [a_{i,j,1}, \dots, a_{i,j,p_{i,j}}]^T$ 定义为

$$a_{i,j} := \arg \min_{\hat{a}_{i,j} \in \mathbb{R}^{p_{i,j}}} \sup_{y \in D} |f_{i,j}(y) - \varphi_{i,j}(y)^T \hat{a}_{i,j}|.$$

其中: $\hat{a}_{i,j}$ 表示神经网络权值 $a_{i,j}$ 估计值, $\delta_{i,j}(y)$ 是神经网络内在逼近误差.

众所周知, 在Backstepping设计过程中, 必须对向量函数 $\varphi_{i,j}$ 求导, 设计分散控制器的主要障碍在于 $\varphi_{i,j}$ 是关联信号 $y_1, \dots, y_N$ 的函数, 为了防止对关联信号求导, 考虑到系统输出 $y(t)$ 将最终跟踪给定的参考信号 $y_r(t) = [y_{1,r}(t), \dots, y_{N,r}(t)]^T$, 采用输入信号置换思想^[11], 用参考信号 $y_r(t)$ 取代在神经输入中的关联信号 $y(t)$, 这样等式(2)重写为

$$f_{i,j}(y) = \varphi_{i,j}^T(y_r)a_{i,j} + \Lambda_{i,j} + \delta_{i,j}. \quad (3)$$

其中 $\Lambda_{i,j} = [\varphi_{i,j}(y) - \varphi_{i,j}(y_r)]^T a_{i,j}$. 事实上, 式(3)中所采用的技巧只是加了一项 $\varphi_{i,j}^T(y_r)a_{i,j}$, 但正是这种技巧防止了对关联信号求导, 从而使得分散控

制器的设计成为可能. 此外式(3)中 $\Lambda_{i,j}$ 一项将采用不等式处理如下^[8,11]:

$$|\Lambda_{i,j}| \leq \sum_{k=1}^N l_{i,j,k} |y_k - y_{k,r}|. \quad (4)$$

其中: $l_{i,j,k}$ 是一个与参数 $\frac{\sqrt{2e}}{e\eta_{i,j}}$ 和最优权值 $a_{i,j}$ 有关的未知常数, $e = 2.71828 \dots$. 不等式(4)在分散控制器设计中起着重要的作用.

将式(3)代入式(1), 得转化后的系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + \Phi_i^T(y_r)\theta_i + e_{i,n_i}\sigma_i(y_i)u_i + \Lambda_i + \delta_i, \\ y_i = e_{i,1}^T x_i. \end{cases} \quad (5)$$

其中:

$$\begin{aligned} e_{i,1}^T &= [1, 0_{1 \times (n_i-1)}], \quad e_{i,n_i} = [0_{1 \times (n_i-1)}, 1]^T, \\ \theta_i &= [a_{i,1}^T, \dots, a_{i,n_i}^T]^T, \quad \Lambda_i = [\Lambda_{i,1}, \dots, \Lambda_{i,n_i}]^T, \\ \delta_i &= [\delta_{i,1}, \dots, \delta_{i,n_i}]^T, \\ A_i &= \begin{bmatrix} 0 & & \\ & I_{n_i-1} & \\ \vdots & & \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad \Phi_i^T = \begin{bmatrix} \varphi_{i,1}^T & & \\ & \ddots & \\ & & \varphi_{i,n_i}^T \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

对系统(5)作以下假设:

假设 1 在紧集 $D \subset \mathbb{R}^N$, 神经网络逼近误差 δ_i 是有界的, 且有 $|\delta_{i,j}| \leq \|\delta_i\| \leq \psi_i$, 其中未知参数 ψ_i 表示 $\|\delta_i\|$ 的最小上界, $\|\cdot\|$ 表示2-范数.

假设 2 在区间 $[0, +\infty)$ 上, 参考信号 $y_{i,r}(t)$ 及其前 $n(= \max\{n_1, \dots, n_N\})$ 阶导数是分段连续和有界的.

3 分散控制器设计(Decentralized controller design)

由于系统状态不可测, 设计以下滤波器重构系统状态^[10]:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_i = A_{i,0}\xi_i + k_i y_i, \quad \xi_i \in \mathbb{R}^{n_i}, \\ \dot{\Omega}_i^T = A_{i,0}\Omega_i^T + \Phi_i(y_r)^T, \quad \Omega_i^T \in \mathbb{R}^{n_i \times p_i}, \\ \dot{\lambda}_i = A_{i,0}\lambda_i + e_{i,n_i}\sigma_i(y_i)u_i, \quad \lambda_i \in \mathbb{R}^{n_i}. \end{cases} \quad (6)$$

其中: $p_i = p_{i,1} + \dots + p_{i,n_i}$, 设计向量 $k_i = [k_{i,1}, \dots, k_{i,n_i}]^T$ 使得矩阵 $A_{i,0} = A_i - k_i e_{i,1}^T$ 为稳定化矩阵. 定义虚拟观测器

$$\hat{x}_i = \xi_i + \Omega_i^T \theta_i + \lambda_i \quad (7)$$

和观测误差 $\varepsilon_i = x_i - \hat{x}_i$. 由式(5)~(7)得

$$\dot{\varepsilon}_i = A_{i,0}\varepsilon_i + \Lambda_i + \delta_i. \quad (8)$$

由于矩阵 $A_{i,0}$ 是稳定的, 对于给定的设计参数 $h_i > 0$, 存在正定矩阵 $P_i = P_i^T > 0$, 使得

$$P_i A_{i,0} + A_{i,0}^T P_i = -h_i I_{n_i}. \quad (9)$$

考虑以下Lyapunov函数

$$V_{i,0} = \varepsilon_i^T P_i \varepsilon_i. \quad (10)$$

类似集中控制时的情况^[11], 容易证明它的导数满足

$$\dot{V}_{i,0} \leq -\varepsilon_i^T(h_i - 2)\varepsilon_i + \sum_{k=1}^N L_{i,k}|y_k - y_{k,r}|^2 + \|P_i\|^2 \psi_i^2. \quad (11)$$

其中未知常数 $L_{i,k} = 2\|P_i\|^2 \sum_{j=1}^{n_i} l_{i,j,k}^2$.

由虚拟观测器(7), 不可测状态 $x_{i,2}$ 重写如下:

$$x_{i,2} = \xi_{i,2} + \Omega_{i,(2)}^T \theta_i + \lambda_{i,2} + \varepsilon_{i,2}. \quad (12)$$

其中 $\Omega_{i,(2)}^T$ 表示矩阵 Ω_i^T 的第2个行向量(在本文, 约定 $X_{i,(j)}$ 表示矩阵 X_i 的第 j 个行向量). 将式(12)代入系统(5)中状态方程的第一个分量, 得

$$\dot{y}_i = \lambda_{i,2} + \xi_{i,2} + \omega_i^T \theta_i + \varepsilon_{i,2} + \Lambda_{i,1} + \delta_{i,1}. \quad (13)$$

其中 $\omega_i^T = \Omega_{i,(2)}^T + \Phi_{i,(1)}^T$. 由式(13)及(6)中的第3个滤波器, 得到以下可以采用Backstepping方法设计的复合系统:

$$\begin{cases} \dot{y}_i = \lambda_{i,2} + \xi_{i,2} + \omega_i^T \theta_i + \varepsilon_{i,2} + \Lambda_{i,1} + \delta_{i,1}, \\ \dot{\lambda}_{i,j} = \lambda_{i,j+1} - k_{i,j} \lambda_{i,1}, \quad j = 2, \dots, n_i - 1, \\ \dot{\lambda}_{i,n_i} = \sigma(y_i) u_i - k_{i,n_i} \lambda_{i,1}. \end{cases} \quad (14)$$

以下结果主要遵循Backstepping的设计思想, 限于篇幅, 这里只给出主要结果, 更详细的设计步骤可参见关于集中控制时的文献[11]. 定义坐标变换

$$\begin{cases} z_{i,1} = y_i - y_{i,r}, \\ z_{i,j} = \lambda_{i,j} - y_{i,r}^{(j-1)} - \alpha_{i,j-1}, \quad j = 2, \dots, n_i. \end{cases} \quad (15)$$

沿着式(6)和(13), 对系统(15)求导得

$$\begin{cases} \dot{z}_{i,1} = z_{i,2} + \alpha_{i,1} + \xi_{i,2} + \omega_i^T \theta_i + \varepsilon_{i,2} + \Lambda_{i,1} + \delta_{i,1}, \\ \dot{z}_{i,j} = z_{i,j+1} + \alpha_{i,j} + \sum_{k=j+1}^{n_i} \sigma_{i,j,k} z_{i,k} - \Delta_{i,j} - \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_i} (\omega_i^T \theta_i + \varepsilon_{i,2} + \delta_{i,1} + \Lambda_{i,1}). \end{cases} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{aligned} \sigma_{i,j,k} &= \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \hat{\theta}_i} \Gamma_i \frac{\partial \alpha_{i,k-1}}{\partial y_i} \omega_i - \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \hat{\psi}_i} \gamma_{\psi_i} \beta_{i,k} \tanh\left(\frac{z_{i,k} \beta_{i,k}}{\varsigma_i}\right), \\ \Delta_{i,j} &= k_{i,j} \lambda_{i,1} + \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_i} (\lambda_{i,2} + \xi_{i,2}) + \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \hat{\theta}_i} \dot{\hat{\theta}}_i + \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \hat{\theta}_i} \Gamma_i (\tau_{\theta_i,j} - \iota_i \hat{\theta}_i) + \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \xi_i} \dot{\xi}_i + \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \hat{\psi}_i} \gamma_{\psi_i} (\tau_{\psi_i,j} - \iota_i \hat{\psi}_i) + \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \Omega_i^T} \dot{\Omega}_i^T + \sum_{q=1}^{j-1} \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial \lambda_{i,q}} \dot{\lambda}_{i,q} + \end{aligned}$$

$$\sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^{j-1} \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_{p,r}} y_{p,r}^{(q)}.$$

在以上 $\sigma_{i,j,k}$ 和 $\Delta_{i,j}$ 中: $\Gamma_i > 0$, $\gamma_{\psi_i} > 0$ 和 $\gamma_{\theta_i} > 0$ 是自适应增益, $\iota_i > 0$ 是 σ -修正系数, $\hat{\theta}_i$ 表示未知参数 $\theta_i = \sum_{k=1}^N (L_{k,i} + n_k l_{k,1,i}^2)$ 的估计, $\hat{\psi}_i$ 表示逼近误差 $\delta_{i,1}$ 的上界 ψ_i 的估计, $\hat{\theta}_i$ 表示未知参数 θ_i 的估计, $\beta_{i,j} = -\frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_i}$, $\tanh(\cdot)$ 表示双曲正切函数. 为

了标记方便, 规定 $\frac{\partial \alpha_{i,0}}{\partial y_i} = -1$, $z_{i,n_i+1} = 0$.

基于式(16), 设计以下稳定化函数:

$$\begin{cases} \alpha_{i,1} = -(c_{i,1} + 1)z_{i,1} - \xi_{i,2} - \omega_i^T \hat{\theta}_i - \hat{\theta}_i z_{i,1} - \hat{\psi}_i \beta_{i,1} \tanh\left(\frac{z_{i,1} \beta_{i,1}}{\varsigma_i}\right), \\ \alpha_{i,j} = -z_{i,j-1} - (c_{i,j} + \left(\frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_i}\right)^2)z_{i,j} + \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_i} \omega_i^T \hat{\theta}_i - \hat{\psi}_i \beta_{i,j} \tanh\left(\frac{z_{i,j} \beta_{i,j}}{\varsigma_i}\right) + \Delta_{i,j} - \sum_{k=2}^{j-1} \sigma_{i,k,j} z_{i,k}, \quad j = 2, \dots, n_i. \end{cases} \quad (17)$$

其中 $c_{i,j} > 0$ 为设计参数, 选择调节函数为

$$\begin{cases} \tau_{\theta_i,j} = \tau_{\theta_i,j-1} - \frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_i} \omega_i z_{i,j}, \\ \tau_{\psi_i,j} = \tau_{\psi_i,j-1} + z_{i,j} \beta_{i,j} \tanh\left(\frac{z_{i,j} \beta_{i,j}}{\varsigma_i}\right). \end{cases} \quad (18)$$

设计参数自适应律

$$\begin{cases} \dot{\hat{\theta}}_i = \gamma_{\theta_i} (z_{i,1}^2 - \iota_i \hat{\theta}_i), \\ \dot{\hat{\theta}}_i = \Gamma_i (\tau_{\theta_i,n_i} - \iota_i \hat{\theta}_i), \\ \dot{\hat{\psi}}_i = \gamma_{\psi_i} (\tau_{\psi_i,n_i} - \iota_i \hat{\psi}_i) \end{cases} \quad (19)$$

和控制律

$$u_i = \frac{1}{\sigma_i(y_i)} \left(\alpha_{i,n_i} + y_{i,r}^{(n_i)} \right). \quad (20)$$

将式(17)代入(16), 得以下误差系统方程:

$$\dot{z}_i = A_{z_i} z_i + W_{\varepsilon_i} \varepsilon_{i,2} + W_{\delta_i} \delta_{i,1} + W_{\Lambda_i} \Lambda_{i,1} + W_{\theta_i}^T \hat{\theta}_i - W_{\psi_i} \hat{\psi}_i - z_{i,1} e_{i,1} \hat{\theta}_i. \quad (21)$$

其中:

$$z_i = [z_{i,1}, \dots, z_{i,n_i}]^T \in \mathbb{R}^{n_i}, \quad W_{\theta_i}^T = W_{\varepsilon_i} \omega_i^T, \quad A_{i,z} = \begin{bmatrix} d_{i,1} & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -1 & d_{i,2} & 1 + \sigma_{i,2,3} & \cdots & \sigma_{i,2,n_i} \\ 0 & -1 - \sigma_{i,2,3} & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & -\sigma_{i,2,n_i} & \cdots & \cdots & d_{i,n_i} \end{bmatrix}.$$

对角线元素

$$d_{i,j} = -c_{i,j} - \left(\frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_i}\right)^2, j = 1, \dots, n_i,$$

$$W_{\varepsilon_i} = \left[1, -\frac{\partial \alpha_{i,1}}{\partial y_i}, \dots, -\frac{\partial \alpha_{i,n_i-1}}{\partial y_i}\right]^T,$$

$$W_{\psi_i} = \begin{bmatrix} \beta_{i,1} \tanh\left(\frac{z_{i,1}\beta_{i,1}}{\varsigma_i}\right) \\ \beta_{i,2} \tanh\left(\frac{z_{i,2}\beta_{i,2}}{\varsigma_i}\right) \\ \vdots \\ \beta_{i,n_i} \tanh\left(\frac{z_{i,n_i}\beta_{i,n_i}}{\varsigma_i}\right) \end{bmatrix}.$$

采用Young不等式 $xy \leq \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}y^2$, 其中 $x, y \in \mathbb{R}$. 式(21)中的观测误差项 $W_{\varepsilon_i}\varepsilon_{i,2}$ 满足不等式

$$z_i^T W_{\varepsilon_i} \varepsilon_{i,2} \leq \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_i} z_{i,j}^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_i}\right)^2 + \frac{1}{2} n_i \varepsilon_i^T \varepsilon_i. \quad (22)$$

采用不等式(4), 式(21)中 $W_{\varepsilon_i} A_{i,1}$ 项满足以下不等式:

$$z_i^T W_{\varepsilon_i} A_{i,1} \leq \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n_i} z_{i,j}^2 \left(\frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_i}\right)^2 + n_i \sum_{k=1}^N l_{i,1,k}^2 z_{k,1}^2. \quad (23)$$

采用不等式^[11] $|\eta| \leq \eta \tanh(\eta/\varsigma) + \kappa\varsigma$, 其中 $\eta \in \mathbb{R}$, $\kappa = 0.2785$, 注意到 $\beta_{i,j}$ 的定义, 神经网络逼近误差项 $W_{\varepsilon_i}\delta_{i,1}$ 满足不等式

$$z_i^T W_{\varepsilon_i} \delta_{i,1} \leq \psi_i W_{\psi_i}^T z_i + \psi_i n_i \kappa \varsigma_i. \quad (24)$$

4 主要结果(Main results)

基于以上设计过程, 闭环系统的稳定性和跟踪性能给出如下:

定理 1 在假设1,2下, 由子系统(1)、滤波器(6)、控制律(20)和自适应律(19)组成的闭环大系统具有以下特点:

1) 所有信号 $z_i, \hat{\theta}_i, \hat{\psi}_i, \hat{\Theta}_i, \varepsilon_i, y_i, \xi_i, \Omega_i^T, \lambda_i, x_i, u_i$ 半全局一致有界, 神经网络输入向量 y 始终停留在某个紧集 D , 其定义将在证明中给出.

2) 误差信号 $z_{i,j} (i = 1, \dots, N, j = 1, \dots, n_i)$ 将最终收敛于以下紧集:

$$D_s = \left\{ z_{i,j} \mid \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} z_{i,j}^2 \leq \varpi \right\}. \quad (25)$$

其中: $\varpi > 0$ 是一个与设计参数有关的常数, 本文将在证明中给出定义; 紧集 D_s 的大小可以通过调节设计参数和增加神经元接点数任意降低.

证 定义以下Lyapunov函数:

$$V = \sum_{i=1}^N [V_{i,0} + \frac{1}{2} z_i^T z_i + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_i^T \Gamma_i^{-1} \tilde{\theta}_i + \frac{1}{2} \gamma_{\psi_i}^{-1} \tilde{\psi}_i^2 + \frac{1}{2} \gamma_{\Theta_i}^{-1} \tilde{\Theta}_i^2]. \quad (26)$$

沿着式(8)(19)和(21), 对 V 求导得

$$\dot{V} =$$

$$\sum_{i=1}^N [\dot{V}_{i,0} + \frac{1}{2} z_i^T (A_{z_i} + A_{z_i}^T) z_i + z_i^T W_{\varepsilon_i} \varepsilon_{i,2} + z_i^T W_{\varepsilon_i} A_{i,1} + z_i^T W_{\varepsilon_i} \delta_{i,1} - z_i^T W_{\psi_i} \psi_i - \Theta_i z_{i,1}^2 + \iota_i (\tilde{\theta}_i^T \hat{\theta}_i + \tilde{\psi}_i \hat{\psi}_i + \tilde{\Theta}_i \hat{\Theta}_i)]. \quad (27)$$

将式(21)~(24)和式(19)代入式(27), 同时注意到

$$\frac{1}{2} z_i^T (A_{z_i} + A_{z_i}^T) z_i = - \sum_{k=1}^{n_i} (c_{i,j} + \left(\frac{\partial \alpha_{i,j-1}}{\partial y_i}\right)^2) z_{i,j}^2,$$

有

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & \sum_{i=1}^N [-(h_i - 2 - \frac{1}{2} n_i) \varepsilon_i^T \varepsilon_i - \sum_{k=1}^{n_i} c_{i,j} z_{i,j}^2 - \\ & \Theta_i z_{i,1}^2 + \sum_{k=1}^N (L_{i,k} + n_i l_{i,1,k}^2) z_{k,1}^2 + \psi_i n_i \kappa \varsigma_i + \\ & \iota_i (\tilde{\theta}_i^T \hat{\theta}_i + \tilde{\psi}_i \hat{\psi}_i + \tilde{\Theta}_i \hat{\Theta}_i) + \|P_i\|^2 \psi_i^2]. \end{aligned} \quad (28)$$

选择 $h_i = h_{i,0} + 2 + \frac{1}{2} n_i$, 其中 $h_{i,0} > 0$. 注意到

$$\begin{aligned} \Theta_i = & \sum_{k=1}^N (L_{k,i} + n_k l_{k,1,i}^2), \text{ 采用不等式} \\ & \tilde{\theta}_i^T \hat{\theta}_i + \tilde{\psi}_i \hat{\psi}_i + \tilde{\Theta}_i \hat{\Theta}_i \leq \\ & -\frac{1}{2} (\|\tilde{\theta}_i\|^2 + \tilde{\psi}_i^2 + \tilde{\Theta}_i^2) + \frac{1}{2} (\|\theta_i\|^2 + \psi_i^2 + \Theta_i^2), \end{aligned}$$

可得

$$\dot{V} \leq -\lambda V + \ell. \quad (29)$$

其中:

$$\lambda = \min_{1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq n_i} \left\{ 2c_{i,j}, \frac{h_{i,0}}{\Pi_{\max}(P_i)}, \frac{\iota_i}{\Pi_{\max}(\Gamma_i^{-1})}, \iota_i \gamma_{\Theta_i}, \iota_i \gamma_{\psi_i} \right\},$$

$$\ell = \sum_{i=1}^N \left(n_i \kappa \psi_i \varsigma_i + \frac{1}{2} \iota_i (\|\theta_i\|^2 + \psi_i^2 + \Theta_i^2) + \|P_i\|^2 \psi_i^2 \right).$$

1) 从式(29)可得

$$V(t) \leq V(0) e^{-\lambda t} + \frac{1}{\lambda} \ell. \quad (30)$$

从式(30), 推出 $V(t), \varepsilon_i, z_{i,j}, \tilde{\theta}_i, \tilde{\Theta}_i$ 和 $\tilde{\psi}_i$ 是半全局一致有界的. 由于 $z_{i,1}$ 和 $y_{i,r}$ 是有界的, 因此 $y_i = z_{i,1} + y_{i,r}$ 也是有界的. 从式(6)中前两个等式知, ξ_i 和 Ω_i^T 也是有界的. 类似于文献[11]的推理, 由 y_i 的有界性以及 $f_{i,j}(y_i, \dots, y_N)$ 的光滑性, 得到 $\lambda_{i,1}$ 是有界的, 由坐标变换(15)可得 $\alpha_{i,1}$ 和 $\lambda_{i,2}$ 有界, 依次类推, 得到 $\alpha_{i,2}, \lambda_{i,3}, \dots, \alpha_{i,n_i-1}, \lambda_{i,n_i}, u_i$ 是有界的, 最后由式(7)和 ε_i 有界, 得到 $\hat{x}_i$ 和 x 有界.

如果定义 $C_0 = V(0) + \frac{\ell}{\lambda}$, 由式(30)可推得的确存在紧集 $D = \{y(t) | V(t) \leq C_0\}$, 使得神经输入向量 $y = [y_1, \dots, y_N]^T$ 始终停留在 D 中.

2) 从式(30)可得

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} z_{i,j}^2 \leq 2V(t) \leq \frac{2\ell}{\lambda} + 2V(0) e^{-\lambda t}. \quad (31)$$

这说明, 对于任给的正数 $\varpi > \sqrt{\frac{2\ell}{\lambda}}$, 总存在时刻 T , 当 $t \geq T$, 误差 $z_{i,j}$ 满足

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{n_i} z_{i,j}^2 \leq \varpi. \quad (32)$$

其中 ϖ 的大小依赖 NN 逼近误差 $\delta_{i,j}$ 和设计参数 $l_i, c_{i,j}, \varsigma_i, h_{i,0}, \Gamma_i, \gamma_{\theta_i}, \gamma_{\psi_i}$. 而且容易看出, 增大自适应增益 $\Gamma_i, \gamma_{\theta_i}, \gamma_{\psi_i}$ 和控制增益 $c_{i,j}$ 会得到更好的跟踪性能. 证毕.

5 仿真研究(Simulation study)

为了说明控制方案的有效性, 考虑以下由两个2阶子系统组成的关联大系统:

$$\Sigma_1: \begin{cases} \dot{x}_{1,1} = x_{1,2} + \sin y_1 e^{-y_2}, \\ \dot{x}_{1,2} = u_1 + \frac{y_1 + y_2}{y_1^2 y_2^2 + 1}, \\ y_1 = x_{1,1}, \end{cases}$$

$$\Sigma_2: \begin{cases} \dot{x}_{2,1} = x_{2,2} + y_1 \tanh y_2, \\ \dot{x}_{2,2} = u_2 + \ln(y_1^2 + y_2^2 + 0.5), \\ y_2 = x_{2,1}. \end{cases}$$

控制的目标是让子系统 Σ_1 和 Σ_2 的输出 $y_1(t)$ 和 $y_2(t)$ 分别跟踪参考信号 $y_{1,r}(t) = 0.5 \sin(0.5t) + 0.5 \sin t$ 和 $y_{2,r}(t) = \sin(0.5t) \sin t$.

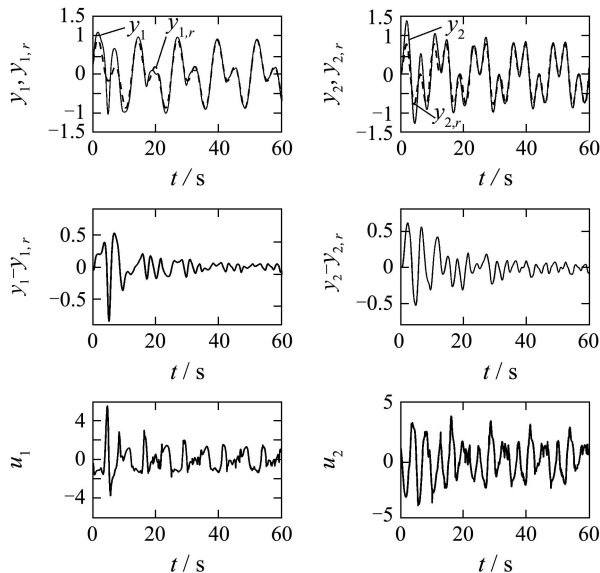


图1 系统 $\Sigma_1 - \Sigma_2$ 的仿真结果

Fig. 1 The simulation results of systems $\Sigma_1 - \Sigma_2$

根据文中提出的设计方案, 在仿真中, 对第 i ($i = 1, 2$) 个子系统控制器(限于篇幅, 只给出设计参数), 观测器增益 $k_{i,1} = k_{i,2} = [1, 1]$, 自适应增益 $\Gamma_i = 1.2I$, $\gamma_{\psi_i} = 0.2$ 和 $\gamma_{\theta_i} = 2.5$, 控制增益 $c_{i,1} = c_{i,2} = 0.5$, 控制参数 $\varsigma_i = 0.01$ 和 $l_i = 0.0001$. 神经网络采用含有36个节点的径向基函数网络 $\varphi_{i,j}(y_r)^T a_{i,j}$, 其中 $\varphi_{i,j}(y_r) = [s_{i,j,1}(y_r), \dots, s_{i,j,36}(y_r)]^T$, $y_r = [y_{1,r}(t), y_{2,r}(t)]^T$, 其中 $s_{i,j,k}(y_r) =$

$\exp\{-(y_r - \mu_{i,j,k})^2 / \eta_{i,j,k}^2\}$, ($i, j = 1, 2, k = 1, \dots, 36$), 基函数中心 $\mu_{i,j,k}$ 均匀地覆盖区域 $[-1, 1] \times [-1, 1]$, 宽度 $\eta_{i,j,k} = 0.1$, 仿真结果如图1所示.

6 结束语(Conclusions)

本文的主要结果就是将自适应Backstepping神经网络控制思想延伸到了非线性关联大系统, 如同大多自适应神经网络控制文献一样, 如何确定神经网络逼近域仍然是一个有待于进一步研究的问题.

参考文献(References):

- [1] SILJAK D D. *Decentralized Control of Complex Systems*[M]. New York: Academic, 1991.
- [2] JIANG Z P. Decentralized disturbance attenuating output-feedback trackers for large-scale nonlinear systems[J]. *Automatica*, 2002, 38(9): 1407 – 1415.
- [3] JAIN S, KHORRAMI F. Decentralized adaptive output feedback design for large-scale nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(5): 729 – 735.
- [4] LIU X P, HUANG G S. Global decentralized robust stabilization for interconnected uncertain nonlinear systems with multiple input[J]. *Automatica*, 2001, 37(9): 1435 – 1442.
- [5] XIE S L, Xie L H. Decentralized global robust stabilization of a class of interconnected minimum-phase nonlinear systems[J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 41(1): 251 – 263.
- [6] KRISHNAMURTHY P, KHORRAMI F. Decentralized control and disturbance attenuation for large-scale nonlinear systems in generalized output-feedback canonical form[J]. *Automatica*, 2003, 39(11): 1923 – 1933.
- [7] HUANG S N, TAN K K, LEE T H. Nonlinear adaptive control of interconnected systems using neural networks[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2006, 17(1): 243 – 246.
- [8] 陈为胜, 李俊民. 非线性时滞大系统自适应神经网络分散控制[J]. *控制与决策*, 2006, 21(8): 873 – 878. (CHEN Weisheng, LI Junmin. Adaptive neural network decentralized control for nonlinear time-delay large-scale systems[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(8): 873 – 878.)
- [9] STOEV J, CHOI J Y, FARRELL J. Adaptive control for output feedback nonlinear systems in the presence of modeling errors[J]. *Automatica*, 2002, 38(10): 1761 – 1767.
- [10] CHEN W S, LI J M. Adaptive neural tracking control for unknown output feedback nonlinear time-delay systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2005, 31(5): 799 – 803.
- [11] CHEN W S, LI J M. Adaptive output feedback control for nonlinear time-delay systems using neural network[J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2006, 4(4): 313 – 320.
- [12] 陈为胜, 李俊民. 一类非线性时滞输出反馈系统的自适应控制[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(5): 844 – 847. (CHEN Weisheng, LI Junmin. Adaptive control for a class of nonlinear time-delay output-feedback systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(5): 844 – 847.)

作者简介:

陈为胜 (1977—), 男, 西安电子科技大学副教授, 博士, 目前研究方向为非线性自适应控制、神经网络控制和迭代学习控制等, E-mail: wshchen@126.com;

李俊民 (1965—), 男, 西安电子科技大学教授, 博士研究生导师, 目前研究方向非线性控制系统、迭代学习控制系统等;

陈国培 (1977—), 男, 西安电子科技大学博士研究生, 目前研究方向为复杂系统控制等.