

文章编号: 1000-8152(2008)04-0723-05

一类不确定非线性系统的鲁棒自适应轨迹线性化控制

朱亮^{1,2}, 姜长生², 薛雅丽²

(1. 上海交通大学 空天科学技术研究院, 上海 200240; 2. 南京航空航天大学 自动化学院, 南京 江苏 210036)

摘要: 针对一类不确定非线性系统, 研究了一种新的鲁棒自适应轨迹线性化控制方案。利用径向基神经网络的在线逼近能力以及被控对象分析模型的有用信息设计一种径向基神经网络干扰观测器来估计系统中存在的不确定性。观测器输出用于设计补偿控制律抵消不确定性对系统性能的影响, 鲁棒自适应控制律用于克服逼近误差。采用Lyapunov方法严格证明了在自适应调节律作用下闭环系统所有误差信号最终有界。最后利用倒立摆系统验证了新方法的有效性。

关键词: 非线性控制系统; 轨迹线性化控制; 鲁棒自适应控制

中图分类号: TP273.2 文献标识码: A

Robust adaptive trajectory linearization control for a class of uncertain nonlinear systems

ZHU Liang^{1,2}, JIANG Chang-sheng², XUE Ya-li²

(1. Institute of Aerospace Science and Technology, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;
2. College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210036, China)

Abstract: A novel robust adaptive trajectory linearization control(RATLC) method is presented for a class of uncertain nonlinear systems. A radial-basis-function neural network disturbance-observer(RDO) is developed by combining the universal approximation property of radial-basis-function neural network with the useful information of the controlled plant. The RDO output is then used to design a compensation control law to cancel the system uncertainties, and a robust adaptive term is also introduced to eliminate the reconstruction error. By Lyapunov's direct method, a rigorous proof demonstrates that this adaptive law can guarantee the ultimate boundedness for all error signals in the closed-loop system. Finally, the application to control an inverted pendulum shows the effectiveness of the proposed method.

Key words: nonlinear control system; trajectory linearization control; robust adaptive control

1 引言(Introduction)

轨迹线性化控制(TLC)是美国Ohio大学Jim J. Zhu教授在20世纪90年代中后期逐步建立并发展起来的一种非线性跟踪和解耦控制方法^[1~3]。TLC方法最大的优点是可以使闭环系统获得局部指数稳定, 因此对系统中存在的各种摄动都能表现出本质上的鲁棒性^[4], 但文献[5,6]研究发现, 局部指数稳定无法使TLC方法具有足够的干扰衰减能力和鲁棒性能, 当系统中不确定性增大时, TLC方法性能仍会降低甚至失效, 因此如何改善和提高它的性能, 将是未来研究的重要方向^[7]。

本文在已有研究成果的基础上, 借鉴模糊干扰观测器的设计过程^[8], 研究一种基于径向基神经网络干扰观测器的RATLC控制新方法。设计时神经网

络自适应调节律中加入 δ 调整以防止参数漂移现象的发生, 鲁棒控制律同样具有自适应的调节能力, 在克服逼近误差的同时还能避免高控制增益现象的出现, 降低设计的保守性。利用Lyapunov理论严格证明了闭环系统所有误差信号的有界性。最后采用倒立摆系统验证了新方法的有效性。

2 问题陈述(Problem statement)

考虑如下非线性单输入单输出系统:

$$\begin{aligned}\dot{\xi}(t) &= \mathbf{f}(\xi) + \mathbf{g}_1(\xi)\mu + \mathbf{g}_2(\xi)d, \\ \eta(t) &= h(\xi).\end{aligned}\quad (1)$$

其中: $\xi \in \mathbb{R}^n$ 表示系统状态, $\mu \in \mathbb{R}$ 表示控制输入, $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2 \in \mathbb{R}^n$, $h \in \mathbb{R}$ 光滑有界, $d \in \mathbb{R}$ 表示未知的建模误差和外界干扰等不确定, 假设存在非线

性函数 $g_0(\xi)$ 使下列匹配条件成立:

$$g_1(\xi)g_0(\xi) = g_2(\xi). \quad (2)$$

根据当前TLC方法的设计原理, 令 $\bar{\xi}, \bar{\mu}, \bar{\eta}$ 为满足系统(1)分析模型的标称状态、输入和输出, 即

$$\begin{aligned} \bar{\xi}(t) &= \mathbf{f}(\bar{\xi}) + g_1(\bar{\xi})\bar{\mu}, \\ \bar{\eta}(t) &= h(\bar{\xi}). \end{aligned} \quad (3)$$

若定义 $\xi = \bar{\xi} + e, \mu = \bar{\mu} + u$, 则

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \mathbf{f}(\bar{\xi} + e) + g_1(\bar{\xi} + e)(\bar{\mu} + u) - \\ &\quad f(\bar{\xi}) - g_1(\bar{\xi})\bar{\mu} + g_2(\xi)d = \\ &F(\bar{\xi}, \bar{\mu}, e, u) + g_2(\xi)d. \end{aligned} \quad (4)$$

此时的设计任务转化为根据状态误差设计反馈调节器来镇定系统(4)并使其具有一定的响应特性和干扰衰减能力。TLC 采取的策略是将(4)中无扰系统 $\dot{e} = F(\bar{\xi}, \bar{\mu}, e, u)$ 在平衡点 $e = 0$ 线性化, 然后设计线性时变反馈律 $u = K(t)e$ 以使无扰系统局部指数稳定^[1~3]。这种处理方法虽能简化控制器的实现, 并能使闭环系统具有一定的鲁棒性能, 但当式(4)中 $\|d\|$ 足够大时, TLC 控制仍将失效^[4]。

为了提高TLC方法在不确定存在条件下的控制性能, 文献[5~7]的共同思想是通过对不确定项的有效估计, 然后利用估计值设计出合适的补偿控制律对消掉 d 的影响。本文在这些成果的基础上研究了一种新的鲁棒自适应TLC控制策略。

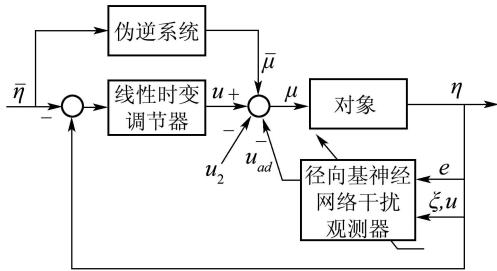


图1 基于RDO的RATLC控制结构

Fig. 1 The structure of the RATLC based on RDO

如图1所示, 定义如下新的控制输入为

$$\mu = \bar{\mu} + u - u_{ad} - u_r. \quad (5)$$

其中: $u_{ad} = g_0(\xi)v_{ad}$, $u_r = g_0(\xi)v_r$, v_{ad} 为神经网络输出, v_r 为自适应鲁棒控制项。

既然式(2)成立, 那么将式(5)代入式(4)中可得

$$\dot{e} = F(\bar{\xi}, \bar{\mu}, e, u) + g_2(\xi)(d - v_{ad} - v_r). \quad (6)$$

3 鲁棒自适应轨迹线性化控制(Robust adaptive trajectory linearization control)

3.1 径向基神经网络干扰观测器设计(Design of RBFNN disturbance observer)

定义RBFNN的输入输出映射如下^[9,10]:

$$v_{ad} = \mathbf{W}^T \Phi(\bar{x}, \mathbf{C}, \boldsymbol{\delta}) \in \mathbb{R}^{n_3 \times 1}. \quad (7)$$

其中: $\bar{x} \in \mathbb{R}^{n_1 \times 1}$ 为系统输入且属于某个紧集 $D_{\bar{x}}$, $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{(n_2+1) \times n_3}$ 表示相应的权值矩阵, n_2 表示隐层神经元个数, n_3 表示输出向量维数, $\Phi(\cdot) = [1, \phi_1, \dots, \phi_{n_2}]^T \in \mathbb{R}^{(n_2+1) \times 1}$, $\mathbf{C} = [\mathbf{c}_1^T, \mathbf{c}_2^T, \dots, \mathbf{c}_{n_2}^T]^T \in \mathbb{R}^{n_1 n_2 \times 1}$, $\boldsymbol{\delta} = [\delta_1, \dots, \delta_{n_2}]^T \in \mathbb{R}^{n_2 \times 1}$, 其中 ϕ_i 为高斯函数, $\mathbf{c}_i \in \mathbb{R}^{n_1 \times 1}$ 表示高斯函数中心, $\delta_i \in \mathbb{R}$ 表示高斯函数宽度。

本文取神经网络输入 $\bar{x} = e(t)$, 并取 C, δ 为常数。根据神经网络的逼近定理做如下假设:

假设1 给定任意逼近误差上界 $\psi^* > 0$, 存在有限的高斯函数 \bar{n}_2 和理想的 \mathbf{W}^* , 使得RBFNN在紧集 D_e 上一致逼近系统(1)中未知的 d , 即

$$v_{ad}^* = \mathbf{W}^{*T} \Phi = d - \epsilon, \|\epsilon\| \leq \psi^*. \quad (8)$$

假设2 若定义理想权值为

$$\mathbf{W}^* = \arg \max_{\mathbf{W}} \left[\sup_{e \in D_e} \|d - v_{ad}\| \right]. \quad (9)$$

假设 \mathbf{W}^* 有界, 即满足 $\|\mathbf{W}^*\| \leq \bar{W}$.

考虑如下动态系统:

$$\dot{z} = -\sigma z + \phi(\xi, \mathbf{W}). \quad (10)$$

其中 $\sigma > 0$,

$$\phi = \sigma \xi + f(\xi) + g_1(\xi)\mu + g_2(\xi)(v_{ad} + v_r). \quad (11)$$

定义RDO名义误差为 $e_d = \xi - z$, 那么将上式两边对时间求导并代入式(1)和式(10), 可得RDO误差动态特性为

$$\dot{e}_d = -\sigma e_d + g_2(\xi)(d - v_{ad} - v_r). \quad (12)$$

3.2 闭环控制系统设计(Design of the closed-loop control system)

考虑到 $\bar{\xi}, \bar{\mu}$ 可视为式(6)中已知的时变参数, 且 u 为跟踪误差 e 的函数, 因此简记式(6)为

$$\dot{e} = F(t, e) + g_2(\xi)(d - v_{ad} - v_r). \quad (13)$$

假设3 $e = 0$ 为无扰系统 $\dot{e} = F(t, e)$ 的孤立平衡点, $F : [0, \infty) \times D_e \rightarrow \mathbb{R}^n$, $D_e = \{e \in \mathbb{R}^n \mid \|e\| < \mathbb{R}_e\}$ 连续可微, Jacobi阵 $[\partial F / \partial e]$ 关于 t 一致有界, 在 D_e 上满足Lipschitz条件, 则式(13)可改写成如下形式:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \mathbf{A}(t)e + \mathbf{B}(t)u + o(\cdot) + \\ &g_2(\xi)(d - v_{ad} - v_r). \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $\mathbf{A}(t), \mathbf{B}(t)$ 形式见文献[6]中式(6), $o(\cdot)$ 为线性化余项, 满足 $\|o(\cdot)\| \leq \ell \|e\|^2$, ℓ 表示Lipschitz常数。

假设4 矩阵 $\mathbf{A}(t), \mathbf{B}(t)$ 对于所有允许的参数值满足: i) 关于 t 光滑有界且有连续有界的 $n-1$ 次微分; ii) $\text{rank}[\mathbf{B}(t)] = 1$; iii) $\{\mathbf{A}(t), \mathbf{B}(t)\}$ 一致完全能控, 那么存在控制律 $u = K(t)e$ 使得式(14)中 $\dot{e} = \mathbf{A}(t)e + \mathbf{B}(t)u$ 在原点指数稳定。不妨记

$$\mathbf{A}_c(t) = \mathbf{A}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{K}(t), \quad (15)$$

则Lyapunov方程

$$\mathbf{A}_c^T(t)\mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t)\mathbf{A}_c(t) + \dot{\mathbf{P}}(t) + \mathbf{Q}(t) = 0 \quad (16)$$

的 $n \times n$ 的解阵 $\mathbf{P}(t)$ 为实对称、一致有界、一致正定矩阵, 满足 $0 < \alpha_1\mathbf{I} \leq \mathbf{P}(t) \leq \alpha_2\mathbf{I}, \forall t \geq t_0$, 其中实数 $\alpha_1, \alpha_2 > 0$. 式(16)中 $\mathbf{Q}(t)$ 为任给的适维实对称、一致有界、一致正定的时变矩阵, 满足 $0 < \beta_1\mathbf{I} \leq \mathbf{Q}(t) \leq \beta_2\mathbf{I}, \forall t \geq t_0$, 其中实数 $\beta_1, \beta_2 > 0$.

为了引出本文的理论结果, 考虑如下闭环系统复合误差及稳定性分析所需的Lyapunov函数:

$$\boldsymbol{\Xi} = [\mathbf{e}^T, \mathbf{e}_d^T, \tilde{\mathbf{W}}^T, \tilde{\psi}^T]^T \in D_{\Xi}, \quad (17)$$

$$V(t, \boldsymbol{\Xi}) = \boldsymbol{\Xi}^T \mathbf{T}(t) \boldsymbol{\Xi}. \quad (18)$$

其中: $D_{\Xi} = D_e \times D_{e_d} \times D_{\tilde{W}} \times D_{\tilde{\psi}}$ 为复合误差定义域, $\tilde{\mathbf{W}} = \mathbf{W}^* - \mathbf{W}$, $\tilde{\psi} = \psi^* - \psi$,

$$\mathbf{T}(t) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{P}(t) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_{n \times n} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_W^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma_{\psi}^{-1} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$\mathbf{I}_{n \times n}$ 表示 $n \times n$ 的单位阵, γ_W, γ_{ψ} 为正常数.

假设 5 存在正实数 β_1, α_2 使得不等式 $(\beta_1 - 2\ell\alpha_2 R_e) > 0$ 成立.

假设 6 令 B_R 表示领域 D_{Ξ} 中的最大凸集合:

$$B_R = \{\boldsymbol{\Xi} \in D_{\Xi} : \|\boldsymbol{\Xi}\| \leq R\}, R > 0. \quad (20)$$

其中:

$$R > C\sqrt{T_{\max}/T_{\min}} \geq C,$$

$$T_{\max} = \frac{1}{2} \max \{\alpha_2, 1, \gamma_W^{-1}, \gamma_{\psi}^{-1}\},$$

$$T_{\min} = \frac{1}{2} \min \{\alpha_1, 1, \gamma_W^{-1}, \gamma_{\psi}^{-1}\},$$

$$C = \max \left\{ \sqrt{\frac{\Gamma}{\beta_1 - 2\ell\alpha_2 R_e}}, \sqrt{\frac{\Gamma}{2\sigma}}, \sqrt{\frac{\Gamma}{\lambda_W}}, \sqrt{\frac{\Gamma}{\lambda_{\psi}}} \right\},$$

$\Gamma = \lambda_W \bar{W}^2 + \lambda_{\psi} \psi^{*2}$, $\lambda_W, \lambda_{\psi} > 0$ 均为正标量.

定义紧集

$$B_C = \{\boldsymbol{\Xi} \in B_R : \|\boldsymbol{\Xi}\| \leq C\},$$

$$\Omega_R = \{\boldsymbol{\Xi} \in B_R : V \leq \nu_R\},$$

$$\Omega_C = \{\boldsymbol{\Xi} \in B_R : V \leq \nu_c\},$$

其中: $\nu_R = \min_{\|\boldsymbol{\Xi}\|=R} R^2 T_{\min}$ 表示 V 沿着球 B_R 边界所取的最小值, $\nu_C = \max_{\|\boldsymbol{\Xi}\|=C} C^2 T_{\max}$ 表示 V 沿着球 B_C 边界所取的最大值.

4 稳定性分析(Stability analysis)

定理 1 对于由式(1)和(12)定义的复合系统, 在

满足假设1至6的条件下, 设计鲁棒自适应控制律:

$$\begin{cases} v_{ad} = \mathbf{W}^T \boldsymbol{\Phi}, \\ v_r = \psi \operatorname{sgn} r, \\ r = \mathbf{g}_2^T(\boldsymbol{\xi}) \mathbf{P}(t) \mathbf{e} + \mathbf{g}_2^T(\boldsymbol{\xi}) \mathbf{e}_d. \end{cases} \quad (21)$$

若神经网络自适应调节律为

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{W}} &= \gamma_W (\boldsymbol{\Phi} r^T - \lambda_W \mathbf{W}), \\ \dot{\psi} &= \gamma_{\psi} (r^T \operatorname{sgn} r - \lambda_{\psi} \psi), \end{aligned} \quad (22)$$

则当增广误差向量的初始值 Ξ_0 属于紧集 Ω_R 时, 闭环系统所有误差信号最终有界, 且最终界为 $C\sqrt{T_{\max}/T_{\min}}$.

证 由式(18)定义的Lyapunov函数又可写成

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} \mathbf{e}^T P(t) \mathbf{e} + \frac{1}{2} \mathbf{e}_d^T \mathbf{e}_d + \\ &\quad \frac{1}{2\gamma_W} \operatorname{tr}(\tilde{\mathbf{W}}^T \tilde{\mathbf{W}}) + \frac{1}{2\gamma_{\psi}} \tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}}. \end{aligned} \quad (23)$$

令 V 对时间 t 求导, 并代入式(12)和(14)可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{1}{2} \mathbf{e}^T (\mathbf{A}_c^T(t) \mathbf{P}(t) + \mathbf{P}(t) \mathbf{A}_c(t) + \dot{\mathbf{P}}(t)) \mathbf{e} + \\ &\quad \mathbf{e}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{o}(\cdot) + r^T (\tilde{\mathbf{W}}^T \boldsymbol{\Phi} + \varepsilon - v_r) - \\ &\quad \sigma \mathbf{e}_d^T \mathbf{e}_d + \frac{1}{\gamma_W} \operatorname{tr}(\tilde{\mathbf{W}}^T \dot{\tilde{\mathbf{W}}}) + \frac{1}{\gamma_{\psi}} \tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}}. \end{aligned} \quad (24)$$

根据式(16)及鲁棒自适应控制律(21)(22)有

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\frac{1}{2} \mathbf{e}^T \mathbf{Q}(t) \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \mathbf{P}(t) \mathbf{o}(\cdot) + r^T \varepsilon - \\ &\quad \sigma \mathbf{e}_d^T \mathbf{e}_d + \lambda_W \operatorname{tr}[\tilde{\mathbf{W}}^T (W^* - \tilde{\mathbf{W}})] - \\ &\quad \psi^* r^T \operatorname{sgn} r + \lambda_{\psi} \tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}}. \end{aligned} \quad (25)$$

利用不等式 $\tilde{\psi} \dot{\tilde{\psi}} \leq -\frac{1}{2} \tilde{\psi}^2 + \frac{1}{2} \psi^{*2}$, $\operatorname{tr}[\tilde{\mathbf{W}}^T (W^* - \tilde{\mathbf{W}}) \leq -\frac{1}{2} \|\tilde{\mathbf{W}}\|^2 + \frac{1}{2} \|\bar{W}\|^2]$, $\|r\| \leq r^T \operatorname{sgn} r$, 上式放大为

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} \beta_1 \|\mathbf{e}\|^2 + \ell \alpha_2 \|\mathbf{e}\|^3 - \\ &\quad \sigma \|\mathbf{e}_d\|^2 - \frac{1}{2} \lambda_W \|\mathbf{W}\|^2 + \frac{1}{2} \lambda_W \bar{W}^2 - \\ &\quad \frac{1}{2} \lambda_{\psi} \tilde{\psi}^2 + \frac{1}{2} \lambda_{\psi} \psi^{*2}, \end{aligned} \quad (26)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\frac{1}{2} (\beta_1 - 2\ell\alpha_2) \|\mathbf{e}\|^2 - \sigma \|\mathbf{e}_d\|^2 - \\ &\quad \frac{1}{2} \lambda_W \|\mathbf{W}\|^2 - \frac{1}{2} \lambda_{\psi} \tilde{\psi}^2 + \frac{1}{2} \Gamma. \end{aligned} \quad (27)$$

由假设5可知, 当不等式

$$\begin{aligned} \|\mathbf{e}\| &> \sqrt{\Gamma/(\beta_1 - 2\ell\alpha_2)}, \|\mathbf{e}_d\| > \sqrt{\Gamma/2\sigma}, \\ \|\tilde{\mathbf{W}}\| &> \sqrt{\Gamma/\lambda_W}, |\tilde{\psi}| > \sqrt{\Gamma/\lambda_{\psi}} \end{aligned}$$

中任意一个成立时, 有 $\dot{L} < 0$ 成立.

事实上, 根据 T_{\max} 和 T_{\min} 的定义可知, 式(18)给定的Lyapunov函数, 满足 $T_{\min}\|\boldsymbol{\Xi}\|^2 \leq V(t, \boldsymbol{\Xi}) \leq T_{\max}\|\boldsymbol{\Xi}\|^2$. 由假设6及 $B_C, B_R, \Omega_C, \Omega_R$ 的定义可知, 它们之间存在 $B_C \subset \Omega_C \subset \Omega_R \subset B_R$ 关系, 具体几何含义见图2. 根据参考文献[4]定理4.18可知, 任意从 Ω_R 出发的轨迹将在有限时间内进入 Ω_C , 同时由 $T_{\min}\|\boldsymbol{\Xi}\|^2 \leq V(t, \boldsymbol{\Xi}) \leq \nu_C$ 求得最终界为 $C\sqrt{T_{\max}/T_{\min}}$.

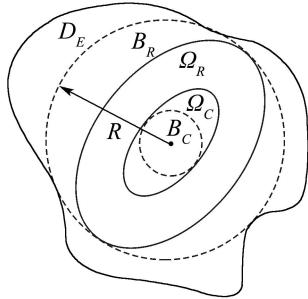


图2 定理1几何含义

Fig. 2 Geometric representation of sets in Theorem 1

5 仿真验证(Simulation validation)

为了验证本文的理论分析和控制算法有效性, 考虑文献[8]中给定的如下倒立摆系统:

$$\begin{cases} \dot{\xi}_1 = \xi_2, \\ \dot{\xi}_2 = \frac{ml\xi_2^2 \sin \xi_1 \cos \xi_1 - (M+m)g \sin \xi_1}{ml \cos^2 \xi_1 - 4/3l(M+m)} - \frac{\cos \xi_1}{ml \cos^2 \xi_1 - 4/3l(M+m)} \mu + d, \\ \eta = \xi_1. \end{cases} \quad (28)$$

其中: ξ_1 表示摆杆与垂线的夹角 $\Theta(\text{rad})$, μ 为施加在小车上的控制力, d 表示系统中的不确定. 系统初始条件: $\xi_0 = [0.3, 0]^T$, $M = 1 \text{ kg}$, $m = 0.1 \text{ kg}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $l = 0.5 \text{ m}$. 系统的控制目标是使 Θ 趋于零.

首先实现基本的TLC控制器. 令 $d = 0$, 由于系统(28)在 $\xi \neq (2k+1)\pi/2$ 点上具有相对阶2, 那么对于期望的输出 $\bar{\eta} = \bar{\xi}_1$, 易得

$$\bar{\mu} = -\frac{\ddot{\xi}_1(ml \cos^2 \bar{\xi}_1 - 4/3l(M+m))}{\cos \bar{\xi}_1} + \frac{ml \dot{\xi}_2^2 \sin \bar{\xi}_1 \cos \bar{\xi}_1 - (M+m)g \sin \bar{\xi}_1}{\cos \bar{\xi}_1}. \quad (29)$$

为了保证系统的因果特性, 上式中的 $\ddot{\xi}_1, \dot{\xi}_1$ 由标称轨迹 $\bar{\xi}_1$ 分别经过如下伪微分器求得

$$G_1(s) = \frac{16s^2}{s^2 + 8s + 16}, G_2(s) = \frac{4s}{s + 4}. \quad (30)$$

定义跟踪误差为 $e = [\xi_1 - \bar{\xi}_1, \xi_2 - \bar{\xi}_2]^T$, 则式(14)中时变系统矩阵 $\mathbf{A}(t), \mathbf{B}(t)$ 形式如下:

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ a_{21}(t) & a_{21}(t) \end{bmatrix}, \mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ b_2(t) \end{bmatrix}. \quad (31)$$

其中 a_{21}, a_{22}, b_2 的具体形式可由MATLAB提供的符号计算工具方便求得, 此处省略.

若期望的闭环系统响应特性为

$$\mathbf{A}_c(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \tau_1(t) & \tau_2(t) \end{bmatrix}, \quad (32)$$

其中 τ_1, τ_2 是相应的闭合二次PD特征方程系数, 具体形式同文献[6]. 则时变增益矩阵及控制输入为

$$\mathbf{K}(t) = \frac{1}{b_2(t)} [-\tau_1(t) - a_{21}(t), -\tau_2(t) - a_{22}(t)], \quad (33)$$

$$\mu = \bar{\mu} + \mathbf{K}(t)e(t). \quad (34)$$

在此设计的基础上可实现本文的控制算法. 从系统(28)的形式知 $\mathbf{g}_2 = [0, 1]^T$, 所以不难求得

$$g_0(\boldsymbol{\xi}) = -\frac{ml \cos^2 \xi_1 - 4/3l(M+m)}{\cos \xi_1}, \quad (35)$$

则新的控制输入为

$$\mu = \bar{\mu} + \mathbf{K}(t)e(t) - g_0(v_{ad} + v_r). \quad (36)$$

仿真时取闭环系统阻尼为0.7, 带宽为2, 则此时 $\mathbf{A}_c(t)$ 退化成时不变形式. 实现RDO所需的参数选择为: $\mathbf{Q}(t) = 0.5I_{2 \times 2}$, $n_1 = 2$, $n_2 = 10$, $n_3 = 1$, C 为-1到1之间的随机数, δ 均为0.707, $\sigma = 0.1$, $\gamma_W = 100$, $\gamma_v = 1$, $\lambda_W = 0.3$, $\lambda_v = 0.05$. 假设系统受到幅值变化从-1到+1, 周期为15 s的方波信号干扰. 图3给出了控制律分别为式(34)和(36)时系统的响应曲线, 图4给出了RDO对系统中不确定的估计. 可见, TLC方法在不确定存在时将丧失对倒立摆系统的有效控制, 而新方法仍具有良好的性能, 这种改善和提高正是充分利用了RDO的逼近能力, 整个系统也因此获得更加优异的干扰衰减性能和鲁棒性.

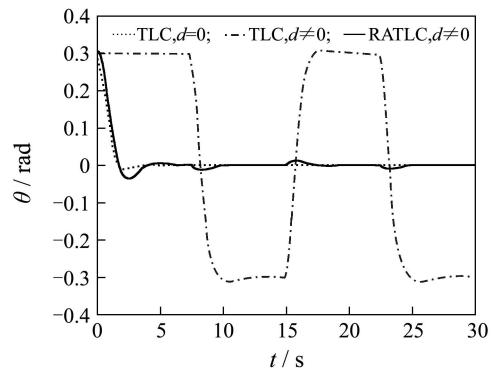


图3 系统响应曲线

Fig. 3 The closed-loop system responses

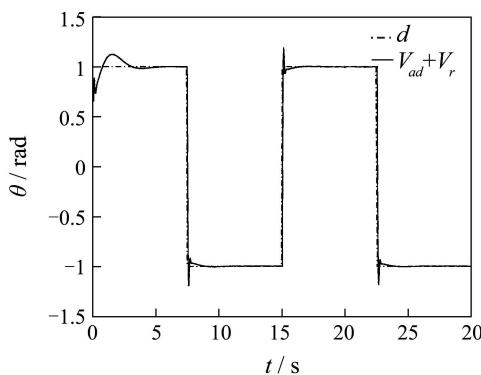


图 4 RDO输出曲线

Fig. 4 The RDO output

6 结论(Conclusions)

TLC方法作为一种新兴的非线性控制算法在理论和实际方面都值得进一步深入研究,本文针对TLC方法在不确定存在条件下干扰衰减能力和鲁棒性能不足的问题,研究了一种鲁棒自适应轨迹线性化控制方案,理论分析和仿真验证均表明,本文提出的控制方法可以大大提高闭环系统的控制性能。

参考文献(References):

- [1] MICKLE M C, ZHU J J. Skid-to-turn control of the APKWS missile using trajectory linearization technique[C]//Proceedings of the American Control Conference. New York: IEEE Press, 2001, 6: 3346 – 3351.
- [2] LIU Y, WU X F, ZHU J J. Omni-directional mobile robot controller design by trajectory linearization[C]//Proceedings of the American Control Conference. New York: IEEE Press, 2003, 6: 3423 – 3428.
- [3] BEVACQUA T, BEST E, HUIZENGA A, et al. Improved trajectory linearization flight controller for reusable launch vehicles[C]//Proceedings of the 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. Reno: AIAA, 2004, 1: 1 – 16.
- [4] KHALIL H K. *Nonlinear Systems*[M]. New York: Prentice Hall, 1996.
- [5] 朱亮, 姜长生, 陈海通, 等. 基于单隐层神经网络的空天飞行器直接自适应轨迹线性化控制[J]. 宇航学报, 2006, 27(3): 338 – 344.
(ZHU Liang, JIANG Changsheng, CHEN Haitong, et al. Direct adaptive trajectory linearization control of aerospace vehicle using SKLNN[J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(3): 338 – 344.)
- [6] 朱亮, 姜长生, 方炜. 基于非线性干扰观测器的不确定非线性系统鲁棒轨迹线性化控制[J]. 信息与控制, 2006, 36(6): 705 – 710.
(ZHU Liang, JIANG Changsheng, FANG Wei. Design of a robust trajectory linearization controller for uncertain nonlinear systems based on nonlinear disturbance observer[J]. *Information and Control*, 2006, 36(6): 705 – 710.)
- [7] LIU Y, HUANG R, ZHU J. Adaptive neural network control based on trajectory linearization control[C]//Proceedings of the 6th World Congress on Intelligent Control and Automation. DaLian: WCICA, 2006, 7: 417 – 421.
- [8] KIM E. A fuzzy disturbance observer and its application to control[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2002, 10(1): 77 – 84.
- [9] SANNER R M, SLOTUBE J J E. Gaussian networks for direct adaptive control[J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, 3(6): 837 – 863.
- [10] 孙宜标, 郭庆鼎. 基于RBF神经网络补偿的直线伺服系统滑模鲁棒跟踪控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(2): 252 – 256.
(SUN Yibiao, GUO Qingding. Slingding mode robust tracking control for linear servo system based on RBF neural networks compensation[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(2): 252 – 256.)

作者简介:

朱亮 (1979—), 男, 博士, 目前研究方向为非线性系统鲁棒自适应控制、先进飞行器的制导与控制等, E-mail: liangzhu@sjtu.edu.cn;

姜长生 (1942—), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为非线性系统鲁棒自适应控制等, E-mail: jiangcs@nuaa.edu.cn;

薛雅丽 (1974—), 女, 博士研究生, 讲师, 目前的主要研究方向为非线性系统轨迹线性化控制等, E-mail: xueyali@nuaa.edu.cn.