文章编号:1000-8152(2008)04-0728-05

# 结构主动控制系统的鲁棒策略

徐 洋1, 华宏星1, 韩俊伟2

(1. 上海交通大学 机械系统与振动国家重点实验室, 上海 200240;

2. 哈尔滨工业大学 电液伺服仿真及试验系统研究所, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对目前大多数结构主动控制算法没有考虑结构不确定因素的特点,本文以主动质量阻尼器(AMD: active mass damper) Benchmark结构试验系统为研究对象,提出适合于工程应用的、基于H<sub>∞</sub>控制理论的主动控制方法. 文中建立了主动控制结构的试验系统,根据系统辨识方法得到的面向控制的数学模型,设计了AMD主动控制系统的反馈连接结构,同时对H<sub>∞</sub>控制权函数的选取以及控制器的设计方法进行了详细的阐述;最后通过试验证明了H<sub>∞</sub>控制器的有效性和鲁棒性.

关键词: 主动质量阻尼器(AMD); 结构主动控制; 鲁棒策略; 不确定性中图分类号: O327 文献标识码: A

# Robust strategy for active structural control system

XU Yang<sup>1</sup>, HUA Hong-xing<sup>1</sup>, HAN Jun-wei<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Mechanical System and Vibration, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China;
 2. Institute of Electro-hydraulic Servo Simulation & Test System, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** Most existing active structural control methods do not consider the structure uncertainties. To deal with this problem, a feasible active control method is presented based on control theory focusing on the AMD(active mass damper) benchmark test structure system. The feedback interconnection in AMD control system is designed based on the control-oriented mathematical model which is obtained by system identification. The process of weighting-function selection and the controller design method are also given. Finally, the experimental results show the effectiveness and robustness of the controller.

Key words: active mass damper(AMD); active structural control; robust control strategy; uncertainty

#### 1 引言(Introduction)

结构主动控制是一门多学科交叉的新技术,涉 及结构振动理论、控制理论和液压控制理论等很多 学科,系统的组成非常复杂,费用也大大高于其他的 控制方式.但是结构主动控制具有控制效果好、适 用范围广和目标选择灵活的优点,因此受到了大批 国内外科研人员的重视.结构振动控制的效果与许 多因素有关,研究人员一直希望能够建立一套完善 的结构振动系统检验和评价体系,为比较不同控制 方案和策略的适用性和有效性提供公平的平台<sup>[1,2]</sup>. 由于目前大多数主动控制算法都没有考虑结构的不 确定性,因此本文在参考T.T.Soong<sup>[3]</sup>等人提出的结 构振动控制试验标准模型的基础上,建立一套AMD Benchmark模型试验系统,进行结构主动鲁棒控制理 论与试验的研究.

文中首先对主动控制结构的试验系统进行了介

绍; 然后针对系统辨识方法得到的面向控制的数学 模型, 进行了AMD主动控制系统的反馈连接结构的 设计, 同时对控制权函数的选取过程进行了详细的 阐述; 最后通过试验证明了H<sub>∞</sub>控制器的有效性和鲁 棒性.

#### 2 试验系统结构(Test system structure)

试验系统的结构具体如图1所示.其中,图(a)为3 层受控框架模型,图(b)为小型的AMD系统.3层受 控模型的具体结构参数见表1所示.该主动试验 系统共包含两套液压激振系统,一套用于激励振 动台产生所需的随机振动;一套用于驱动AMD质 量块运动抑制结构响应,采用实时工具(real time workshop,简称RTW)进行控制.通过ANSYS有限 元分析软件计算,得出结构的前3阶频率分别为: 5.38 Hz,15.68 Hz和22.53 Hz.

收稿日期: 2006-05-24; 收修改稿日期: 2007-03-30.



图 1 主动实验系统结构 Fig. 1 Test structure

表1 结构参数

Table 1Structural parameters

参数	层质量/kg	等效层间剪切刚度/(N·m <sup>-1</sup> )	层高/m
1层	102.16	$0.539 \times 10^{6}$	0.54
2层	102.08	$0.615  imes 10^6$	0.52
3层	100.16	$0.615 \times 10^6$	0.52

# 3 受控系统建模(Model of test structure)

本文受控系统的数学模型通过系统辨识方法获 得,因为系统辨识的过程将所有的结构子系统,包 括传感器和作动器等作为一个整体进行处理,更符 合实际情况.具体的系统辨识方框图如图2所示,图 中两路输入分别代表噪声激励信号和作动器控制输 入信号,3路测量输出分别是结构1,2,3层的绝对加速 度.由于实验过程中辨识数据较多,这里仅以噪声激 励*ä<sub>g</sub>*到第1层加速度*x*<sub>1</sub>的传递函数为例,简要说明辨 识过程.



图 2 系统辨识方块图 Fig. 2 System identification block diagram







图3所示为噪声激励*x*<sub>g</sub>到第1层加速度*x*<sub>1</sub>的频率 特性曲线.其中,实线代表测量数据得到的频率特 性,虚线代表辨识模型得到的频率特性.表2给出的 是辨识得到的相应零点和极点数据.分析图3可知, 辨识模型的频响函数图与根据实际数据得到的频响 函数图十分吻合,而且结构的前3阶频率也和有限元 计算结果相符.由此可知,系统辨识结果是可信的.

表 2 噪声激励到第1层加速度的零点和极点

Table 2Zeros and poles from ground accelerationto first floor acceleration

零点	极点
105.36±223.06i	-6.97±203.03i
-9.53±207.31i	$-14.96{\pm}185.00i$
$-11.18{\pm}191.74i$	$-0.28{\pm}140.83i$
-0.14±121.54i	-0.14±94.17i
$-1.11{\pm}~40.98i$	$-0.19 \pm 30.93 i$

通过系统辨识的方式,最终可以得到系统所有的 传递函数.将其转换成状态空间方程的形式并采用 平衡截断法降阶,可得到试验结构的降阶模型表达 式如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_r = A_r x_r + \begin{bmatrix} E_r B_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_g \\ u \end{bmatrix}, \\ \dot{y}_r = C_r x_r + \begin{bmatrix} F_r D_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_g \\ u \end{bmatrix}. \end{cases}$$
(1)

其中:  $A_r(10\times10), B_r(10\times1), C_r(3\times10), D_r(3\times1),$  $E_r(10\times1), F_r(3\times1)$ 分别为具体的矩阵. 由于数据 较多,详细参数见参考文献[3].

## 4 鲁棒控制器设计(Roust controller design)

4.1 标准H∞控制设计问题(Standard problem for H<sub>∞</sub> control design)

各种H<sub>∞</sub>控制问题均可用图4所示的标准H<sub>∞</sub>控 制问题方块图来表示.图4中: u代表控制输入信号, e为控制量, y表示观测向量, w是外输入信号,包括 干扰、测量噪声等. P代表包括标称控制对象及性能 指标描述(评价量、加权函数等)在内的广义被控对 象, K为要设计的控制器.



图 4 标准 $H_{\infty}$ 控制问题方块图 Fig. 4 Block diagram of standard  $H_{\infty}$  control problem

设广义被控对象P(s)的状态空间实现表示为 $\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 w + B_2 u, \\ e = C_1 x + D_{11} w + D_{12} u, \\ y = C_2 x + D_{12} w + D_{22} u. \end{cases}$ (2)

则系统的输入输出关系可由下面方程描述:

$$\begin{bmatrix} z \\ y \end{bmatrix} = P \begin{bmatrix} w \\ u \end{bmatrix}, \tag{3}$$

$$u = Ky. (4$$

其中:  $u \in \mathbb{R}^p$ ,  $w \in \mathbb{R}^r$ ,  $e \in \mathbb{R}^m$ ,  $y \in \mathbb{R}^q$ . 相应地, 广义被控对象P(s)的传递函数可表达为如下的形 式:

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ \hline C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

则w到e的闭环传递函数可表达如下:

$$e = F_L(P, K)w,$$

$$F_L(P, K) = P_{11} + P_{12}K(I - P_{22}K)^{-1}P_{21}.$$
(7)

 $H_{\infty}$ 控制设计的问题就是要为一般被控对 象P(s)求得一个线性时不变的K(s)控制器,使系统 内稳定的同时,也使由干扰信号到评价输出信号误 差e的闭环系统的线性分式变换 $F_L(P,K)$ 的 $H_{\infty}$ 范 数小于 $\gamma$ ,  $\gamma$ 是给定正数:

$$\|F_L(P,K)\|_{\infty} < \gamma. \tag{8}$$

不失一般性,  $\mathbf{v}_{\gamma} = 1$ . 稳定传递函数 $F_L(P, K)$ 的 $\mathbf{H}_{\infty}$ 范数也可以解释为输入输出信号功率或谱的最大增益或Bode奇异值图的峰值, 即

$$||F_L(P,K)||_{\infty} = \sup \bar{\sigma}(F_L(P,K)(j\omega)), \quad (9)$$

式中 $\bar{\sigma}(\cdot)$ 表示最大奇异值.

# **4.2 H<sub>∞</sub>控制反馈连接结构**(H<sub>∞</sub> control feedback interconnection structure)

根据H<sub>∞</sub>控制理论, AMD系统的结构控制问题可 以形成如图5所示的反馈结构连接图.其中:  $G_{nom}$ 代 表进行控制器设计的标称模型, 即通过辨识方法 降阶得到(10状态向量);  $y = (\ddot{x}_1, \ddot{x}_2, \ddot{x}_3)^T$ 表示向控 制器提供的测量值,  $\ddot{x}_i$ 其中表示第*i*层结构加速度; *u*是系统的控制信号;  $W_{act}$ 是对控制输入进行评价 的权函数; *e*是包括3个评价干扰响应信号的向量,  $e = (e_{\ddot{x}_1}, e_{\ddot{x}_2}, e_{\ddot{x}_3})^{T}$ 在设计中希望保持它小,  $e_{\ddot{x}_i}$ 表示 结构在干扰作用下的第*i*层加速度响应;  $\delta$ 表示白噪 声输入,  $W_{\text{earthquake}}$ 代表地震激励谱密度,  $\ddot{x}_g$ 是一维 地震加速度. noise是测量传感器的噪声, K是H<sub>∞</sub>控 制器.  $W_{mi}(i = 1, 2, 3)$ 是用于确定系统鲁棒稳定 性和控制性能的加权函数,  $\Delta_{mi}(i = 1, 2, 3)$ 是结构 乘性不确定性;  $W_{\text{accel}}$ 是用来评价输出信号的权函 数阵.

#### 4.3 权函数的选取(Selection of weight function)

权函数的选取是H<sub>∞</sub>设计的关键, 直接决定所要 设计的系统性能. 下面具体介绍图5中各个权函数的 选取过程.

 $W_{mi}(i = 1, 2, 3)$ 是输出端乘性不确定性权函数 矩阵.采用近似法对系统的未建模高频动态特性差 异进行描述,即用低阶系统近似逼近高阶系统<sup>[4]</sup>,先 计算

$$|1 - \frac{G(j\omega)}{G_0(j\omega)}|.$$
 (10)

式中:  $G(j\omega)$ 是实际系统的频率响应,  $G_0(j\omega)$ 是标称 模型的频率响应. 然后在Bode图上求出W(s), 使之 满足

$$|1 - \frac{G(j\omega)}{G_0(j\omega)}| < |W(s)|.$$
 (11)

#### 式中W(s)代表摄动的界函数.

由于本试验结构控制器是根据*x*<sub>1</sub>,*x*<sub>2</sub>,*x*<sub>3</sub>3个反馈 测量发出控制信号*u*,所以当*u*到*x*<sub>1</sub>,*x*<sub>2</sub>,*x*<sub>3</sub>的3个传递 函数具有不确定性时,将会影响系统的输出响应,因 此确定这3个传递函数不确定性非常重要.为了抑制 摄动范围的扩大,不确定性界函数应尽可能减少模 型的保守性,在选择加权函数时应不过分偏离实际 摄动.以降阶前的48阶模型作为实际系统模型,最后 选定的*u*到*x*<sub>1</sub>,*x*<sub>2</sub>,*x*<sub>3</sub>的不确定性*W*<sub>m1</sub>,*W*<sub>m2</sub>,*W*<sub>m3</sub>界函 数分别如图6(a)(b)(c)所示,表达式分别如下:

$$W_{m1} = \left(\frac{s^2 + 100.5s + 3948}{s^2 + 251.3s + 98700}\right) \times 0.6,$$
(12)

$$W_{m2} = \left(\frac{s^2 + 100.5s + 3948}{s^2 + 150.8s + 35530}\right) \times 0.284,$$
(13)

$$W_{m3} = \left(\frac{s^2 + 100.5s + 3948}{s^2 + 100.5s + 35330}\right) \times 0.92.$$
(14)



图 5 AMD系统H∞控制反馈结构连接图

K





u



Wact是对控制输入进行评价的权函数. 它的 功能在于去除控制输入中的高频成分,限制控 制输出的幅值,进而解决控制执行机构输出饱 和与带给系统不良影响的脉冲式输入的问题.

为了确保不会激励起系统的高频模态,要求超 过20Hz(125.6rad/s)控制输入信号通过该滤波器, 所以在控制频带内使增益低,超过控制频带后 抬高增益. 所以Wact定义如下, 其Bode图如图6(d) 所示.

$$W_{\rm act} = \left(\frac{0.4s + 10}{s + 125.6}\right).\tag{15}$$

Wnoise是估计传感器噪声的对角矩阵,对角线 上的元素均取为0.001.

Waccel用来评价输出信号,其大小是通过重复 设计仿真确定的.

$$W_{\text{accel}} = (0.3, 0.29, 0.95).$$
 (16)

**4.4** H<sub>∞</sub>控制器求解(Solution of H<sub>∞</sub> controller)

H<sub>∞</sub>控制的问题的求解有两种方法: DGKF方 法和线性矩阵不等式方法<sup>[5~6]</sup>. DGKF方法是 由Doyle等人于1988年提出的方法,是被普遍接 受的一种有效的和数值可靠的求解方法. 本文采 用DGKF方法对控制问题进行求解,最终可得控制 器状态方程的Ac,Bc,Cc和Dc矩阵分别如下:

$$A_{c} = \begin{bmatrix} -4.2710 & -9.6486 & -3.9955 & 8.1092 & -1.4253 & 4.0451 & -8.4495 \\ 9.6048 & -5.8821 & -33.8306 & 8.4306 & -5.9705 & 4.6577 & -24.5132 \\ -3.3975 & 32.9960 & -5.1997 & 62.8117 & -2.1342 & 19.3386 & -14.2323 \\ -7.9984 & 6.7249 & -62.6329 & -11.1386 & 34.2152 & -6.4721 & 63.2975 \\ -1.3115 & 5.7336 & -2.0954 & -34.1878 & -0.9028 & 129.1899 & -6.3682 \\ -3.9739 & 3.8735 & -19.2522 & -6.4618 & -129.1778 & -3.7980 & 53.2365 \\ -7.9815 & 23.1960 & -13.9946 & -63.1977 & -6.3514 & -53.1967 & -48.0603 \end{bmatrix},$$

$$B_{c} = \begin{bmatrix} 0.3335 & -0.4461 & -0.1467 & 0.0471 & -0.0188 & 0.0103 & -0.0839 \\ 0.6921 & -0.7285 & -0.3187 & 0.0620 & -0.0616 & 0.0138 & -0.2155 \\ 3.1858 & -2.1773 & 1.8555 & 2.4510 & 0.6334 & 1.2872 & 3.5558 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$C_{c} = \begin{bmatrix} 3.2771 & 2.3388 & 1.8884 & -2.4523 & 0.6367 & -1.2873 & 3.5634 \end{bmatrix}, D_{c} = \begin{bmatrix} 0.0002 & -0.0017 & 0.3640 \end{bmatrix}.$$

### 5 试验结果(Experimental results)

应用上面设计的控制器进行主动控制 实验,在振动台输入端输入加速度峰值 为0.3g的1Hz~20Hz地震激励信号,实测输出信 号的响应,可得到如图7所示的试验结果.



Fig. 7 Experimental results for  ${\rm H}_\infty$  control

图7(a)(b)分别为结构有控和无控情况下的2,3层加速度反应时程曲线,图7(c)所示为AMD作动器的加速度时程曲线,图中虚线代表无控情况,实线代表有控的情况.从图中可以

看出, 无控时结构振动的各层加速度较大, 加入控制信号后, 结构振动加速度幅度明显降低. 结构 第3层加速度无控的幅值最大, 在有控情况下最大 峰值减小了近43%, 可见AMD起到了抑制地震响 应的作用, 而且AMD的行程和最大出力情况也远 远小于液压系统的能力限制.

#### 6 结论(Conclusion)

基于H<sub>∞</sub>理论的主动控制方法,设计控制器时 考虑了结构不确定因素,能弥补现代控制理论对 数学模型的过分依赖,具有较强的鲁棒性.试验结 果表明,控制器能有效地抑制地震干扰对结构的 破坏,使得控制效果得以保证.

#### 参考文献(References):

- SPENCER B F, DYKE S J, DEOSKAR H S. Benchmark problems in structural control-part I: active mass driver system[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1998, 27(11): 1127 – 1139.
- [2] 欧进萍.结构振动控制—主动、半主动和智能控制[M].北京:科学出版社,2003.
   (OU Jinping, Structural Vibration Control-Active, Semi-active and
- *Intelligent Control*[M]. Beijing: Science Press, 2003.) [3] 徐洋. 结构主动控制的鲁棒策略研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大

学, 2006. (XU Yang. *Research on robust strategy of active structure control*[D]. Harbin: Engineering of Harbin Institute of Technology, 2006.)

- [4] 梅生伟,申铁龙,刘康志.现代鲁棒控制理论与应用[M].北京:清 华大学出版社,2003.
  (MEI Shengwei, SHEN Tielong, LIU Kangzhi. Modern Robust Control Theory and Application[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.)
- [5] DOYLE J C, GLOVER K, KHARGONEKAR P, et al. State space solutions to H<sub>2</sub> and control problems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1989, 34(8): 831 – 847.
- [6] ZHOU K, DOYLE J C, GLOVER K. A Robust and Optimal Control[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1996.

#### 作者简介:

**徐 洋** (1977—), 女, 博士, 主要研究方向为结构主动控制, Email: xuxuyangyang@sjtu.edu.cn;

**华宏星** (1955—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为结构 冲击与主动控制, E-mail: hhx@sjtu.edu.cn;

**韩俊伟** (1964—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为结构 主动控制、液压伺服控制, E-mail: hjw@hit.edu.cn.