

多峰函数优化的生境人工鱼群算法

张梅凤^{1,2}, 邵 诚¹

(1. 大连理工大学 信息与控制研究中心, 辽宁 大连 116024; 2. 郑州轻工业学院 计算机科学系, 河南 郑州 450002)

摘要: 针对人工鱼群算法在多峰问题寻优时难以找到全部最优解及精度不高的问题, 提出了一种基于生境人工鱼群算法的多峰问题优化算法. 该算法融合了模拟退火、小生境技术的思想, 并加入了变异算子和自动生成合适小生境半径机制. 通过对几种典型多峰函数的测试, 表明该算法不仅能有效、精确找出多峰问题的全局和局部所有最优解, 而且无需预先设置小生境半径, 实现了真正的自适应搜索, 较好地解决了复杂多峰优化问题.

关键词: 人工鱼群算法; 多峰函数优化; 小生境技术; 模拟退火

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A

Niche artificial fish swarm algorithm for multimodal function optimization

ZHANG Mei-feng^{1,2}, SHAO Cheng¹

(1. Research Centre of Information and Control, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116024, China;

2. Department of Computer Science, Zhengzhou Institute of Light Industry, Zhengzhou Henan 450002, China)

Abstract: Since it is difficult to find all the optima when artificial fish swarm algorithm(AFSA) is used in multimodal optimization, a niche artificial fish swarm algorithm(NAFSA) based on basic AFSA is proposed. NAFSA combines the niche technique and the simulated annealing method with AFSA. Moreover, the ideas of mutation operator and the automatic calculation of the niche radius are used in NAFSA. NAFSA is applied to the optimizations of some typical multimodal functions. The experimental results show that NAFSA can locate all of the optimal solutions including the global ones and the local ones effectively and accurately. Furthermore, NAFSA not only has the good performance, but also can realize adaptive searching.

Key words: artificial fish swarm algorithm; multimodal function optimization; niche technology; simulated annealing

1 引言(Introduction)

现实生活中, 许多数学、工程问题在本质上都是多峰优化问题, 需要在可行域内找出多峰问题的多个最优解, 从而为决策者提供多种选择或多方面的信息^[1,2]. 在处理复杂多峰优化问题时, 传统搜索方法由于一次只能非确定地搜索到一个极值点, 因此对这类问题基本无效. 随着人工鱼群算法(artificial fish swarm algorithm, AFSA)^[3]的出现, 为解决多峰问题的寻优提供了新的具有竞争力的求解算法. 但是AFSA也有其不足, 主要表现在两个方面: ①由于其强大的全局搜索能力, 当目标函数有多个解时, 往往只能搜索到一个全局最优解; ②由于搜索的随机性, 使之求解精度不高. 针对以上问题, 本文提出一种生境人工鱼群算法(niche artificial fish swarm

algorithm, NAFSA)的多峰问题优化算法. 该算法融合了模拟退火(simulated annealing, SA)、小生境技术的思想, 并加入了变异算子和自动生成合适小生境半径机制.

2 自适应序列生境鱼群算法(Adaptive sequential niche artificial fish swarm algorithm)

从理论上讲, 对多峰优化问题可以进行多次AFSA优化计算, 直到发现最优解的个数足够多为止. 但在实际优化计算中, 多次优化并不都能保证收敛到多个最优解. 为此, 本文引用了序列生境(sequential niche, SN)的技术思想^[4,5], 将AFSA作为SN的子算法, 在AFSA进化中对那些与找到的最优解相似或相近的人工鱼进行变异操作, 使它们有

可能远离已发现最优解区域,即如果鱼群中某条人工鱼与小生境核集中任一个小生境核的距离小于小生境半径 σ ,则用变异操作,将该人工鱼按一定的概率对部分维进行变异,从而使该人工鱼有可能从这个最优解的区域跳跃到其他最优解的区域.自适应序列生境鱼群算法(ASNAFSA)设计如下:

1) 产生初始鱼群、设置参数.

2) 执行AFSA的各个步骤,找到一个最优解,并放入小生境核集中.

3) 重新初始化人工鱼群.

4) 在执行AFSA的各个步骤、寻找一个最优解的每代中,调用下面变异算子(第①~③步)执行.

① 变异条件判断:判断是否有人工鱼包含在小生境核集中的某个小生境之内,若是,执行第②步;否则转到第③步执行.

② 变异操作:对满足变异条件的人工鱼执行如下操作:

· 对人工鱼的所有维分别产生随机数 $r \in \{0, 1\}$,如果 $r < p_m$,对该个体该维进行随机初始化;否则该维保持不变.

· 对新产生的人工鱼计算它的函数值,并与小生境核集中的值进行比较,如果优于小生境核集中的任一个值,则返回第②步重新进行变异操作;否则转到第③步执行.

③ 如果满足AFSA的终止条件,则转到第5)步执行;否则返回第4)步执行.

5) 把执行AFSA找到的一个最优解放入小生境核集中.

6) 如果小生境核集中找到的最优解数目达到要求或满足算法停止判据,则算法终止,输出小生境核集中的所有最优解;否则返回第3)步执行.

上述算法中,小生境半径 σ 的确定非常关键.如果 σ 太大则不足以发现一些重要个体,从而会遗漏一些极值点;如果 σ 太小又会形成多余不必要的局部极值点,从而增大算法的计算量,降低算法的效率.实际优化问题中,由于某些峰值的宽度、高度和形状不同,往往这些极值点的 σ 是不一样的.如果在搜索空间中所有小生境简单地使用一个相同的、大小不合适的 σ ,则会导致优化效果不佳.为此,本文采用了一种自动计算 σ 的方法,即先给定其初始预测值,然后在AFSA中采用自适应的方法调整 σ ,具体实现方法如下:

假设小生境核集中某一最优解(最大解)个体 $X = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_j^*, \dots, x_D^*)$.

Step 1 从个体 X 的 D 维变量中选择第 j 维变量 x_j .

Step 2 设置第 j 维变量 x_j 朝定义域上限方向的小生境半径 σ_1 和下限方向的小生境半径 σ_2 初始预

测值为 $\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{w}{2m \times \sqrt{3j}}$,其中 w 为第 j 维变量 x_j 的定义域长度, m 为峰的个数.

Step 3 分别调整 σ_1, σ_2 值.

Step 3.1 调整 σ_1 值.

Step 3.1.1 用AFSA在第 j 维变量 x_j 特定区间 $(x_j^*, x_j^* + \sigma_1]$ 寻找 $f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_j, \dots, x_D^*)$ 的最小解 x_j' .

Step 3.1.2 若最小解 $x_j' = x_j^* + \sigma_1$,则调整半径 σ_1 : $\sigma_1 = \sigma_1 + \varepsilon$ (ε 为一个较小的正实数,即半径增量),返回步骤Step 3.1.1重新执行.

Step 3.3.3 若最小解 $x_j' < x_j^* + \sigma_1$,取 $\sigma_1 = x_j' - x_j^*$.

Step 3.2 调整 σ_2 值.

Step 3.2.1 用AFSA在第 j 维变量 x_j 特定区间 $[x_j^* - \sigma_2, x_j^*)$ 寻找 $f(x_1^*, x_2^*, \dots, x_j, \dots, x_D^*)$ 的最小解 x_j'' .

Step 3.2.2 若最小解 $x_j'' = x_j^* - \sigma_2$,则调整半径 σ_2 : $\sigma_2 = \sigma_2 + \varepsilon$ (ε 为一个较小的正实数,即半径增量),返回步骤Step 3.2.1重新执行.

Step 3.2.3 若最小解 $x_j'' > x_j^* - \sigma_2$,取 $\sigma_2 = x_j^* - x_j''$.

Step 4 计算个体 X 的小生境的第 j 维变量 x_j 半径为 $\sigma(x_j) = \min\{\sigma_1, \sigma_2\}$.

同理,可以求出 D 维上的所有 $\sigma(x_j)$ ($j = 1, 2, \dots, D$),则以最优解个体 X 为核心的小生境半径为 $\sigma = \min\{\sigma(x_j), j = 1, 2, \dots, D\}$.

3 高精度多峰函数的生境人工鱼算法(Niche artificial fish swarm algorithm for precision multimodal function)

ASNAFSA求解多峰问题,可以很好地搜索到所有的最优解,但由于AFSA本身视野、步长的随机性和随机行为存在,往往得到的只是最优点的近似值,想进一步得到精确值往往非常困难.为此我们把ASNAFSA和SA在低温下的局部搜索有机结合,利用SA具有质量高、初值鲁棒性强、局部搜索能力强的优点,提高求解问题的精度.即首先通过ASNAFSA在解空间搜索最优解,再采用文献[6]的退火局部优化算法,对最优解状态的人工鱼个体进行“精细搜索”局部优化,最终得到最佳的极值.算法步骤如下:

1) 产生初始鱼群、设置参数.

2) 执行AFSA的各个步骤,找到一个最优解.

3) 对最优解个体 X 执行下面的退火局部优化算法(第①~⑤步),得到一个高精度的最优解.

① 设置退火当前温度 $T \leftarrow T_0, k \leftarrow 1$.

② $j \leftarrow 1$,选中个体 X 中的第 j 个子变量.

③ 在温度 T 下重复执行如下步骤,直到达到在

该温度下内循环的停止条件.

· 若 j 大于个体 X 的变量维数 D 时, 则 $j \leftarrow 1$.

· 对个体 X 中的子变量 x_j 进行Metropolis过程, 即调整子变量 x_j 大小. 做法为: 随机产生一个(0,1)之间的随机数 r , 如果 $r > 0.5$, 则 $\Delta x_j \leftarrow \frac{1}{3k} \times r \times \text{Step}$ (朝增大方向调整); 否则 $\Delta x_j \leftarrow \frac{-1}{3k} \times r \times \text{Step}$ (朝减小方向调整). 然后计算子变量 $x_j \leftarrow x_j + \Delta x_j$.

· 子变量 x_j 调整后产生新的个体为 X' , 计算 X' 的目标函数 $f(X')$ 与 X 的目标函数 $f(X)$ 的差值 ΔY , 若 $\Delta Y \leq 0$, 则接受新状态 $X \leftarrow X'$, 执行第④步; 否则若 $\exp(-\Delta Y/T) > \text{Random}(0, 1)$, 则接受新状态 $X \leftarrow X'$, $j \leftarrow j + 1$, 重复执行第③步, 否则不接受新状态, $j \leftarrow j + 1$, 重复执行第③步.

④ 若进化次数小于预定最大进化次数 $K_{\max}$, 则修改退火温度, 即令 $T \leftarrow C \times T$, $k \leftarrow k + 1$, 返回执行第③步; 否则转到第⑤步执行.

⑤ 退火过程结束, 将得到的高精度最优解放入小生境核集中.

4) 如果小生境核集中找到的最优解数目达到要求或满足算法停止判据, 则转到第7)步执行; 否则执行第5)步.

5) 调用第2节所述算法的第3)4)步执行, 搜索到另一个最优解.

6) 返回第3)步执行.

7) 结束, 输出小生境核集中的全部高精度最优解.

4 仿真实验与性能分析(Simulation test and performance analysis)

为了检验算法的性能, 选取了以下几个典型多峰函数(求解极大值)进行了仿真测试.

测试函数 1:

$$f_1(x, y) = 10e^{(-0.03(x-3)^2 - 0.03(y-3)^2)} + 8e^{(-0.08(x+5)^2 - 0.08(y+5)^2)} + 7e^{(-0.08(x-4)^2 - 0.04(y+7)^2)}, \\ -10 \leq x, y \leq 10.$$

该函数是一个二维多峰函数, 在定义域范围内有3个不同尺寸和高度的小生境.

为了充分比较和考查本文算法寻找全部极值点的能力, 引用文献[7]中的NIT、预先给定小生境半径的SH及KMEAN 3种多峰函数寻优算法对测试函数 f_1 进行的仿真结果对比, 共同比较它们搜索到的峰数目及其稳定性. 为了便于比较, 应用本文提出的算法也重复运行10次, 其中参数设置为: 人工鱼群体规模为50, 拥挤度因子 $\delta = 0.103$, 可视域 $\text{Visual} = 4.06$, 步长 $\text{Step} = 1.89$, 变异概

率 $p_m = 0.05$, 温度冷却系数 $C = 0.85$, 退火初始温度 $T_0 = 50$ 和退火最大迭代次数 $K_{\max} = 15$. 同时为了测试本文算法采用自动计算 σ 的有效性, 对不采用自动计算 σ 而是采用固定 σ 法也重复运行10次, 其中 σ 采用了文献[7]中SH设计的3种不同的 σ . 表1列出了以上9种算法分别对函数 f_1 在10次运算中找到精确最优解的次数.

表1 不同算法对 f_1 仿真结果

Table 1 The comparison of the optimization algorithms on function f_1

算 法	搜索到 峰1次数	搜索到 峰2次数	搜索到 峰3次数
NIT	10	9	10
KMEAN($d_{\min}=0.1, d_{\max}=0.4$)	10	8	9
SH($\sigma = 0.2$)	10	0	3
SH($\sigma = 0.3$)	10	1	4
SH($\sigma = 0.4$)	10	2	7
本文算法($\sigma = 0.2$)	10	0	1
本文算法($\sigma = 0.3$)	10	0	2
本文算法($\sigma = 0.4$)	10	0	4
本文算法(自适应半径)	10	10	10

从表1中可以看出, 本文算法每次都能准确找到全部极值点, 且没有多余和遗漏极值点. 而其他算法的搜索结果却不能很稳定地搜索到定义域内所有的极大值, 会遗漏一些极值点. 本文算法不需要预先设计 σ , 在算法中采用自动计算和判断每个最优解点的 σ , 使得在小生境核集中不同的小生境采用其自身合适的 σ , 从而最大程度地提高了搜索性能. 另外, 该算法克服了需事先确定 σ 的困难, 能够适应各种多峰函数的优化, 并能有效找到所有的最优解.

测试函数 2:

$$f_2(x, y) = 200 - (x^2 + y - 11)^2 - (x + y^2 - 7)^2, \\ -6 \leq x, y \leq 6.$$

该函数是改进Himmelbau函数, 为典型线性不可分的等高、非等距的二维多峰函数, 在定义域范围内有4个非均匀分布且比较平坦的相等峰值, 理论值均为200.0, 性能不佳的算法很难精确搜索到全部4个峰. 本文算法重复运行10次, 得到的优化结果如表2所示. 其中可视域 $\text{Visual} = 2.97$, 步长 $\text{Step} = 1.31$, 其他参数设置同测试函数1.

测试函数 3: 文献[8]构造了一类典型的大海捞针问题:

$$f_3(x, y) = \left(\frac{a}{b + (x^2 + y^2)} \right)^2 + (x^2 + y^2)^2, \\ -5.12 \leq x, y \leq 5.12.$$

其中: $a = 3.0$, $b = 0.05$, 在定义域范围内共有1个全局最优解 $f_3(0, 0)=3600$ 和4个局部最优解 $f_3(-5.12,$

$5.12) = f_3(-5.12, -5.12) = f_3(5.12, 5.12) = f_3(5.12, -5.12) = 2748.78$. 这是一类全局最优解被次优解所包围, 隔断了模式的重组过程, 使得遗传算法搜索长期陷入局部极值点, 随着参数 a, b 的变化, 该函数将形成不同严重程度的遗传算法欺骗问题. 本文算法重复运行10次, 得到的优化结果如表3所示. 其中可视域Visual = 2.85和步长Step = 1.25, 其他参数设置同测试函数1.

表2 函数 f_2 的优化结果Table 2 Results of optimization on function f_2

最优解号	最优解点的平均值(x, y)	最优解函数值的平均值 $f_2(x, y)$
1	(3.5861, -1.8479)	199.9999
2	(-2.8056, 3.1331)	199.9999
3	(2.9989, 1.9972)	199.9998
4	(-3.7769, -3.2818)	199.9997

表3 函数 f_3 的优化结果Table 3 Results of optimization on function f_3

最优解号	最优解点的平均值(x, y)	最优解函数值的平均值 $f_3(x, y)$
1	(0.000000001678, 0.000000054043)	3599.99999999579
2	(5.119998626739, 5.119999174568)	2748.779976559792
3	(5.119999384963, -5.119997983649)	2748.779511958042
4	(-5.119996789132, 5.119998798791)	2748.777599962140
5	(-5.119998985162, -5.119998676573)	2748.779826695766

5 结论(Conclusion)

多峰函数优化有着广泛的应用前景, 为了更有效寻找到多峰函数的多个峰值, 本文将AFSA与小生境、SA有机融合, 构成了高精度多峰函数的生境人工鱼算法. 通过对不同的多峰函数进行的仿真实验, 结果表明, 所提出的算法不仅能搜索到多峰函数的所有全局最优解和局部最优解, 且每个最优解精度都达到了理想值. 同时, 由于在算法中采用自动计算 σ 的方法, 无需预先设置 σ , 真正实现了自适应搜索, 为较好地解决复杂多峰优化问题开辟了一条崭新的途径. 从当前的应用效果来看, 这种模仿自然界生物的新型系统寻优思想具有光明的前景, 但是由于AFSA理论研究、应用还处于起步阶段, 许多问题有待于探索 and 解决, 如算法的收敛性、理论分析等, 因此更多深入细致的工作还需进一步的展开.

参考文献(References):

- [1] WEI L Y, ZHAO M. A niche hybrid genetic algorithm for global optimization of continuous multimodal functions[J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2005, 160(3): 649 – 661.
- [2] 李敏强, 寇纪淞. 多模态函数优化的协同多群体遗传算法[J]. 自动化学报, 2002, 28(4): 497 – 504.
(LI Minqiang, KOU Jisong. Coordinate multi-population genetic algorithms for multi-modal function optimization[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(4): 497 – 504.)

- [3] 李晓磊, 邵之江, 钱积新. 一种基于动物自治体的寻优模式: 鱼群算法[J]. 系统工程理论与实践, 2002, 22(11): 32 – 38.
(LI Xiaolei, SHAO Zhijiang, QIAN Jixin. An optimizing method based on autonomous animals: fish-swarm algorithm[J]. *Systems Engineering – Theory & Practice*, 2002, 22(11): 32 – 38.)
- [4] ARINYO R J, LUZONB M V, SOTO A. Genetic algorithms for root multiselection in constructive geometric constraint solving[J]. *Computers & Graphics*, 2003, 27(2): 51 – 60.
- [5] BEASLEY D, BULL D R, MARTIN R R. A sequential niche technique for multimodal function optimization[J]. *Evolutionary Computation*, 1993, 1(2): 101 – 125.
- [6] 张梅凤, 邵诚, 甘勇, 等. 基于变异算子与模拟退火混合的人工鱼群优化算法[J]. 电子学报, 2006, 34(8): 1381 – 1385.
(ZHANG Meifeng, SHAO Cheng, GAN Yong, et al. Hybrid artificial fish swarm optimization algorithm based on mutation operator and simulated annealing[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(8): 1381 – 1385.)
- [7] 杨海清. 遗传算法的改进及其应用研究[D]. 杭州: 浙江工业大学, 2004.
(YANG Haiqing. *A study on techniques of improving genetic algorithm and its application*[D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2004.)
- [8] 李敏强, 寇纪淞. 遗传算法的模式欺骗性分析[J]. 中国科学(E辑), 2002, 32(1): 95 – 102.
(LI Minqing, KOU Jisong. Genetic algorithms deceptive problem analysis[J]. *Science in China (Series E)*, 2002, 32(1): 95 – 102.)

作者简介:

张梅凤 (1968—), 女, 博士, 副教授, 目前研究方向为群智能优化、进化计算、数据挖掘, E-mail: mzfzhang@zzuli.edu.cn;
邵 诚 (1958—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为智能控制与优化、先进控制技术、进化计算, E-mail: cshao@dlut.edu.cn.