第 25 卷第 5 期
2008 年 10 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 25 No. 5
Oct. 2008

文章编号: 1000−8152(2008)05−0938−05

带不确定时滞的中立型系统之鲁棒非脆弱保性能控制

付兴建, 刘小河

(北京信息科技大学 计算机与自动化系, 北京 100085)

摘要: 针对一类动态不确定时滞中立型系统, 研究了非脆弱鲁棒保性能控制器设计问题. 考虑的中立型系统和状态反馈控制器均具有不确定性. 在适当的假设下利用Lyapunov稳定性方法, 以线性矩阵不等式的形式, 给出了使该动态时滞不确定中立型系统二次稳定及非脆弱鲁棒保性能状态反馈控制器存在的充分条件. 通过求解相应的线性矩阵不等式就可得到系统的非脆弱鲁棒保性能控制器, 同时也能保证二次性能函数不超过一个确定的界. 最后, 用数值仿真验证了所给方法的可行性.

关键词: 不确定性; 时滞; 中立型系统; 非脆弱; 保性能控制

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Robust non-fragile guaranteed-cost control for neutral systems with uncertain delay

FU Xing-jian, LIU Xiao-he

(Department of Computer and Automation, Information Science and Technology University, Beijing 100085, China)

Abstract: The robust non-fragile guaranteed-cost controller design for dynamic uncertain neutral systems with time-delay is considered. Both neutral systems and the state feedback controller are assumed to have the uncertainties. Based on the proper Lyapunov functions and linear matrix inequality, a sufficient condition is established to assure the neutral systems of quadratic stability and the existence of a robust non-fragile controller, with LMI depending on the size of the delay. By solving the corresponding linear matrix inequality, we obtain the robust non-fragile guaranteed-cost controller which can keep the quadratic performance function to stay in a given limit. Finally, a numerical simulation example is presented to illustrate the feasibility of this approach.

Key words: uncertainty; time-delay; neutral systems; non-fragile; guaranteed cost control

1　引言(Introduction)

近年来, 不确定时滞系统的鲁棒控制深受学者们广为研究[1,2], 但这些研究结果是基于控制器准确实现为前提的, 并没有考虑控制器增益的不确定性. 文献[3] 指出采用鲁棒控制方法所设计的控制器可能对自身微小的变化非常敏感, 这种控制器高敏感特性称为“脆弱性”, 它可能导致系统性能下降甚至无法运行. 因此, 除了考虑系统的不确定性外, 还要考虑控制器本身的不准确实现, 即要求控制器既有鲁棒性, 同时又是非脆弱的. 目前针对非脆弱控制器的研究成为人们关心的课题[4~6].

在时滞系统的研究中, 中立型系统是一个特例, 它不仅含有系统状态的滞后项, 而且含有系统状态导数的滞后项, 这无疑增加了系统分析与综合的难度. 在人口生态、输电线中电压与电流波动的自然模型、自动控制、热交换器等许多领域中, 都可以找到时滞中立型系统. 因此, 对中立型不确定时滞微分系统研究具有理论和实践上的重要性[7,8].

目前, 对正常的不确定时滞系统进行鲁棒非脆弱控制研究已有成果. 但是, 对中立型系统进行鲁棒非脆弱保性能控制的研究还未见报道. 保性能控制的概念是由Chang等人[9]首次提出的, 其优点就在于保证闭环系统鲁棒稳定的同时, 又保证了系统不确定性引起的恶化后的性能指标小于事先估计的性能指标上界. 因此, 本文对一类具有结构不确定且含有时变时滞的中立型系统进行了研究, 利用线性矩阵不等式, 给出了鲁棒非脆弱保性能控制律的存在条件和判据. 并通过例子说明所提供的算法是有效可行

收稿日期: 2006−08−11; 收修改稿日期: 2007−10−30.
基金项目: 北京市自然科学基金重点资助项目(B类); 北京市教委科技发展计划重点资助项目(KZ200611232020); 北京市优秀人才培养资助项目(20071D0500600167).

的.

2　问题的描述(Problem formulation)

考虑如下形式的中立型不确定时滞系统:

$$\begin{cases}\dot{x}(t)-\dot{x}(t-d(t))= \\ [A+\Delta A(t)]x(t)+[A_{\rm d}+\Delta A_{\rm d}(t)]x(t- \\ d(t))+Bu(t), \\ x(t)=\varphi(t), t\in[-d^*,0],\end{cases} \tag{1}$$

其中: $x(t)\in\mathbb{R}^n$是系统的状态向量; $u(t)\in\mathbb{R}^m$是系统的控制输入向量; $A, A_{\rm d}, B$分别是已知的具有适当维数的矩阵; $d(t)$代表系统状态时滞和控制时滞的非负时变有界函数, 假设对任意时刻的t存在正数$d^*, \rho_{\rm d}$满足下述条件:

$$0\leqslant d(t)\leqslant d^*<\infty, \dot{d}(t)\ \leqslant\rho_{\rm d}<1, \tag{2}$$

$\varphi(t)\in\mathbb{C}^n$($n$维连续函数向量空间)是其元素为时间$t$的连续函数的实值向量, 表示系统的初始条件.

对系统(1)作通常的假设. 假设其不确定性结构为$(\Delta A(\cdot), \Delta A_{\rm d}(\cdot))$是反映系统模型中参数不确定性的未知实矩阵, 具有如下的范数有界形式:

$$\begin{cases}\Delta A(t)=H_{\rm a}F_1(t)E_{\rm a}, \\ \Delta A_{\rm d}(t)=H_{\rm d}F_1(t)E_{\rm d},\end{cases} \tag{3}$$

其中: $H_{\rm a}, E_{\rm a}, H_{\rm d}, E_{\rm d}$是具有适当维数的常数矩阵, 反映了不确定参数的结构信息; $F_1(t)\in\mathbb{R}^{i\times j}$是未知的实值时变矩阵函数, 其元素Lebesgue可测且有界, 满足$F_1^{\rm T}(t)F_1(t)\leqslant I$. I为适当维数的单位阵.

对系统(1), 考虑如下的二次性能指标函数:

$$J=\int_0^\infty[x^{\rm T}(t)Qx(t)+u^{\rm T}(t)Ru(t)]{\rm d}t, \tag{4}$$

其中Q和R是给定的对称正定加权矩阵.

本文的研究问题是: 对于系统(1), 设计鲁棒非脆弱保性能控制律:

$$u(t)=(K+\Delta K)x(t), \tag{5}$$

其中$K\in\mathbb{R}^{n\times n}$为一常值矩阵, 是反馈增益. ΔK为控制器的参数变化, 表示实现的不确定性. 假设具有范数有界形式:

$$\Delta K=H_{\rm k}F_2(t)E_{\rm k}, \tag{6}$$

$H_{\rm k}, E_{\rm k}$是具有适当维数的常数矩阵, $F_2(t)$可测且有界, 满足$F_2^{\rm T}(t)F_2(t)\leqslant I$.

则闭环系统为

$$\dot{x}(t)-\dot{x}(t-d(t))=\bar{A}x(t)+\bar{A}_{\rm d}x(t-d(t)), \tag{7}$$

式中:

$$\begin{cases}\bar{A}=A+BK+\Delta A(t)+B\Delta K= \\ \qquad A+BK+H_{\rm a}F_1(t)E_{\rm a}+BH_{\rm k}F_2(t)E_{\rm k}, \\ \bar{A}_{\rm d}=A_{\rm d}+\Delta A_{\rm d}(t)=A_{\rm d}+H_{\rm d}F_1(t)E_{\rm d}.\end{cases} \tag{8}$$

定义 1　给定中立型系统(1), 如果存在一正定对称矩阵P和正常数α, 使得对于容许的不确定性, Lyapunov函数$V(x)=x^{\rm T}Px$的导数对于所有的$(x,t)\in\mathbb{R}^n\times\mathbb{R}$满足条件: $\dot{V}(x)\leqslant-\alpha\|x\|^2<0$, 则称此中立型系统二次稳定. 如果存在一状态反馈非脆弱控制(5)使中立型系统(1)的闭环系统二次稳定, 则称此中立型系统状态反馈二次能稳定.

定义 2　对中立型系统(1)和性能指标(4), 如果存在一个具有参数摄动的控制律(5)和正数J^*, 使得对所有允许的系统和控制律的不确定性, 闭环系统是渐近稳定的, 且闭环性能指标满足$J\leqslant J^*$, 则J^*称为中立型系统(1)的一个性能上界, $u(t)$称为系统(1)的一个非脆弱保性能控制律.

3　主要结论(Main results)

为便于定理的证明, 首先引入以下引理:

引理 1　若D和M为具有适当维数的已知矩阵, 且$F^{\rm T}(t)F(t)\leqslant I$, 则存在一标量$\lambda>0$, 使得

$$DF(t)M+M^{\rm T}F^{\rm T}(t)D^{\rm T}\leqslant\lambda DD^{\rm T}+\lambda^{-1}M^{\rm T}M.$$

定理 1　对时滞不确定中立系统(1), 如果存在常数$\varepsilon_i(i=1,\cdots,6)$, 正定对称矩阵$P, S$和矩阵$K$, 使得对所有的不确定性, 下列矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix}\mathit{\Pi}_{11}+Q+K^{\rm T}RK & \mathit{\Pi}_{21}^{\rm T} \\ \mathit{\Pi}_{21} & \mathit{\Pi}_{22}\end{bmatrix}<0, \tag{9}$$

$$\begin{aligned}&\mathit{\Pi}_{11}= \\ &(A+BK)^{\rm T}P+P(A+BK)+(1-\rho_{\rm d})^{-1}S+ \\ &\varepsilon_1PH_{\rm a}H_{\rm a}^{\rm T}P+\varepsilon_1^{-1}E_{\rm a}^{\rm T}E_{\rm a}+\varepsilon_3PH_{\rm d}H_{\rm d}^{\rm T}P+ \\ &\varepsilon_4^{-1}E_{\rm a}^{\rm T}E_{\rm a}+\varepsilon_5^{-1}E_{\rm k}^{\rm T}E_{\rm k}, \\ &\mathit{\Pi}_{21}=A_{\rm d}^{\rm T}P-P(A+BK), \\ &\mathit{\Pi}_{22}=-A_{\rm d}^{\rm T}P-PA_{\rm d}-S++\varepsilon_3^{-1}E_{\rm d}^{\rm T}E_{\rm d}+ \\ &\qquad\varepsilon_4PH_{\rm a}H_{\rm a}^{\rm T}P+\varepsilon_5PBH_{\rm k}H_{\rm k}^{\rm T}B^{\rm T}P+ \\ &\qquad\varepsilon_6PH_{\rm d}H_{\rm d}^{\rm T}P+\varepsilon_6^{-1}E_{\rm d}^{\rm T}E_{\rm d},\end{aligned}$$

则闭环系统(7)是二次稳定的. 且控制律(5)是系统(1)的非脆弱保性能控制. 且相应的系统性能上界是

$$J\leqslant\varphi^{\rm T}(0)P\varphi(0)+\int_{-d^*}^0\varphi^{\rm T}(t)S\varphi(t){\rm d}t.$$

证　构造如下的Lyapunov泛函

$$\begin{aligned}&V(x,t)= \\ &[x(t)-x(t-d(t))]^{\rm T}P[x(t)-x(t-d(t))]+ \\ &(1-\rho_{\rm d})^{-1}\int_{t-d(t)}^t x^{\rm T}(\tau)Sx(\tau){\rm d}\tau,\end{aligned} \tag{10}$$

对式(10)沿闭环系统(7)求导, 展开得:

$$\dot{V}(x,t)=$$

$$[\dot{x}(t)-\dot{x}(t-d(t))]^{\mathrm{T}}P[x(t)-x(t-d(t))]+$$
$$[x(t)-x(t-d(t))]^{\mathrm{T}}P[\dot{x}(t)-\dot{x}(t-d(t))]+$$
$$(1-\rho_{\mathrm{d}})^{-1}x^{\mathrm{T}}(t)Sx(t)-x^{\mathrm{T}}(t-d)Sx(t-d), \quad (11)$$

把式(7)(8)代入式(11)得

$$\begin{aligned}&\dot{V}(x,t)=\\&x(t)[(A+BK+H_{\mathrm{a}}F_1(t)E_{\mathrm{a}}+BH_{\mathrm{k}}F_2(t)E_{\mathrm{k}})^{\mathrm{T}}P+\\&P(A+BK+H_{\mathrm{a}}F_1(t)E_{\mathrm{a}}+BH_{\mathrm{k}}F_2(t)E_{\mathrm{k}})+\\&(1-\rho_{\mathrm{d}})^{-1}S]x(t)+x(t)[P(A_{\mathrm{d}}+H_{\mathrm{d}}F_1(t)E_{\mathrm{d}})-\\&(A+BK+H_{\mathrm{a}}F_1(t)E_{\mathrm{a}}+BH_{\mathrm{k}}F_2(t)E_{\mathrm{k}})^{\mathrm{T}}P]\times\\&x(t-d(t))+x(t-d(t))[(A_{\mathrm{d}}+H_{\mathrm{d}}F_1(t)E_{\mathrm{d}})^{\mathrm{T}}P-\\&P(A+BK+H_{\mathrm{a}}F_1(t)E_{\mathrm{a}}+BH_{\mathrm{k}}F_2(t)E_{\mathrm{k}})]x(t)-\\&x(t-d(t))[(A_{\mathrm{d}}+H_{\mathrm{d}}F_1(t)E_{\mathrm{d}})^{\mathrm{T}}P+P(A_{\mathrm{d}}+\\&H_{\mathrm{d}}F_1(t)E_{\mathrm{d}})+S)]x(t-d(t)),\end{aligned}$$

利用引理1, 整理化简有

$$\begin{aligned}&\dot{V}(x,t)\leqslant\\&x(t)[(A+BK)^{\mathrm{T}}P+P(A+BK)+(1-\rho_{\mathrm{d}})^{-1}S+\\&\varepsilon_1PH_{\mathrm{a}}H_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}P+\varepsilon_1^{-1}E_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}E_{\mathrm{a}}+\varepsilon_3PH_{\mathrm{d}}H_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P+\\&\varepsilon_4^{-1}E_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}E_{\mathrm{a}}+\varepsilon_5^{-1}E_{\mathrm{k}}^{\mathrm{T}}E_{\mathrm{k}}]x(t)+x^{\mathrm{T}}(t)[PA_{\mathrm{d}}-\\&(A+BK)^{\mathrm{T}}P]x(t-d(t))+x^{\mathrm{T}}(t-d(t))[A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P-\\&P(A+BK)]x(t)+x(t-d(t))[-A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P-PA_{\mathrm{d}}-S+\\&\varepsilon_3^{-1}E_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}E_{\mathrm{d}}+\varepsilon_4PH_{\mathrm{a}}H_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}P+\varepsilon_5PBH_{\mathrm{k}}H_{\mathrm{k}}^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}P+\\&\varepsilon_6PH_{\mathrm{d}}H_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P+\varepsilon_6^{-1}E_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}E_{\mathrm{d}}]x(t-d(t))=\\&\xi^{\mathrm{T}}(t)\begin{bmatrix}\Pi_{11}&\Pi_{21}^{\mathrm{T}}\\\Pi_{21}&\Pi_{22}\end{bmatrix}\xi(t),\end{aligned}$$

其中

$$\xi^{\mathrm{T}}(t)=[x^{\mathrm{T}}(t)\,x^{\mathrm{T}}(t-d(t))],$$

利用Schur补性质, 由式(9)得

$$\dot{V}(x,t)\leqslant x^{\mathrm{T}}(t)(-Q-K^{\mathrm{T}}RK)x(t)<0, \quad (12)$$

即闭环系统(7)是二次稳定的.

对(12)两边从0到$\tau(>0)$积分, 利用初始条件有:

$$\begin{aligned}&-\int_0^{\tau}[x^{\mathrm{T}}(t)Qx(t)+u^{\mathrm{T}}(t)Ru(t)]\mathrm{d}t\geqslant\\&\varphi^{\mathrm{T}}(\tau)P\varphi(\tau)-\varphi^{\mathrm{T}}(0)P\varphi(0)+\\&\int_{\tau-d^*}^{\tau}x^{\mathrm{T}}(t)Sx(t)\mathrm{d}t-\int_{-d^*}^{0}\varphi^{\mathrm{T}}(t)S\varphi(t)\mathrm{d}t.\end{aligned}$$

由于系统是二次稳定的, 因此, 当$\tau\to\infty$时, 有

$$\varphi^{\mathrm{T}}(\tau)P\varphi(\tau)\to0,\quad\int_{\tau-d^*}^{\tau}x^{\mathrm{T}}(\tau)Sx(\tau)\to0,$$

所以

$$\begin{aligned}&\int_0^{\infty}[x^{\mathrm{T}}(t)Qx(t)+u^{\mathrm{T}}(t)Ru(t)]\mathrm{d}t\leqslant\\&\varphi^{\mathrm{T}}(0)P\varphi(0)+\int_{-d^*}^{0}\varphi^{\mathrm{T}}(t)S\varphi(t)\mathrm{d}t.\end{aligned}\quad(13)$$

根据定理1, 下面给出控制律的求解算法.

定理 2 对系统(1), 如果存在常数$\varepsilon_i(i=1,\cdots,6)$对称正定矩阵$X$, $\tilde{S}$和矩阵W, 使得

$$\begin{bmatrix}\varPsi_{11}&\varPsi_{12}\\\varPsi_{21}&\varPsi_{22}\end{bmatrix}<0, \quad (14)$$

则: $K=WX^{-1}$是系统(1)的一个非脆弱保性能控制律. 且相应的一个系统性能上界是

$$J\leqslant\varphi^{\mathrm{T}}(0)X^{-1}\varphi(0)+\int_{-d^*}^{0}\varphi^{\mathrm{T}}(t)\varXi^{-1}\varphi(t)\mathrm{d}t, \quad (15)$$

其中:

$$\varPsi_{11}=\begin{bmatrix}\varTheta&A_{\mathrm{d}}X-(AX+BW)^{\mathrm{T}}\\ *&-A_{\mathrm{d}}X-XA_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}-\tilde{S}\end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}\varTheta=&(AX+BW)^{\mathrm{T}}+(AX+BW)+(1-\rho_{\mathrm{d}})^{-1}\tilde{S}+\\&\varepsilon_1H_{\mathrm{a}}H_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}+\varepsilon_3H_{\mathrm{d}}H_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}+XQX+W^{\mathrm{T}}RW,\end{aligned}$$

$$\varPsi_{12}=\begin{bmatrix}XE_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}&XE_{\mathrm{k}}^{\mathrm{T}}&0&0&0&0\\0&0&XE_{\mathrm{d}}&H_{\mathrm{a}}&BH_{\mathrm{k}}&H_{\mathrm{d}}\end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}\varPsi_{22}=&\mathrm{diag}\{(-\varepsilon_1-\varepsilon_4)I\ -\varepsilon_5I\ (-\varepsilon_3-\varepsilon_6)\ -\\&\varepsilon_4^{-1}\ -\varepsilon_5^{-1}\ -\varepsilon_6^{-1}\},\end{aligned}$$

$$\varPsi_{21}=\varPsi_{12}^{\mathrm{T}},\ \varXi^{-1}=X\tilde{S}X.$$

证 采用Schur补性质, 式(9)等价为

$$\begin{bmatrix}\varOmega&PA_{\mathrm{d}}-(A+BK)^{\mathrm{T}}P&E_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}&E_{\mathrm{k}}^{\mathrm{T}}&0&0&0&0\\A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P-P(A+BK)&-A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P-PA_{\mathrm{d}}-S&0&0&E_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}&PH_{\mathrm{a}}&PBH_{\mathrm{k}}&PH_{\mathrm{d}}\\E_{\mathrm{a}}&0&(-\varepsilon_1\ -\varepsilon_4)&0&0&0&0&0\\E_{\mathrm{k}}&0&0&-\varepsilon_5&0&0&0&0\\0&E_{\mathrm{d}}&0&0&(-\varepsilon_3\ -\varepsilon_6)&0&0&0\\0&H_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}P&0&0&0&-\varepsilon_4^{-1}&0&0\\0&H_{\mathrm{k}}^{\mathrm{T}}B^{\mathrm{T}}P&0&0&0&0&-\varepsilon_5^{-1}&0\\0&H_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P&0&0&0&0&0&-\varepsilon_6^{-1}\end{bmatrix}<0,$$

$$\begin{aligned}\Omega = &(A+BK)^{\mathrm{T}}P+P(A+BK)+(1-\rho_{\mathrm{d}})^{-1}S+\\ &\varepsilon_1 PH_{\mathrm{a}}H_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}P+\varepsilon_3 PH_{\mathrm{d}}H_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P+\\ &Q+K^{\mathrm{T}}RK,\end{aligned}$$

上面不等式左乘、右乘$\mathrm{diag}\{P^{-1},P^{-1},I,I,I,I,I,I\}$; 令: $X=P^{-1}$; $W=KP$; $\tilde{S}=P^{-1}SP^{-1}$.

证毕.

式(14)还不是一个线性的矩阵不等式, 下面将该条件转化为一个等价的线性矩阵不等式可行性问题.

推论 1　对于系统(1)和控制律(5), 如果存在常数$\varepsilon_i(i=1,\cdots,6)$和对称正定矩阵$X$, $\tilde{S}$, 矩阵W, 下式成立:

$$\begin{bmatrix}\Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \Sigma_{13}\\ * & \Sigma_{22} & \Sigma_{23}\\ * & * & \Sigma_{33}\end{bmatrix}<0, \tag{16}$$

则: 系统(1)的一个鲁棒非脆弱保性能控制律是$u(t)=(K+\Delta K)x(t)$, $K=WX^{-1}$. 且相应的系统性能上界如式(15)所示.

其中:

$$\Sigma_{11}=\begin{bmatrix}\hat{N} & A_{\mathrm{d}}X-(AX+BW)^{\mathrm{T}}\\ * & -A_{\mathrm{d}}X-XA_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}-\tilde{S}\end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}\hat{N}=&(AX+BW)^{\mathrm{T}}+(AX+BW)+\\ &(1-\rho_{\mathrm{d}})^{-1}\tilde{S}+\varepsilon_1 H_{\mathrm{a}}H_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}}+\varepsilon_3 H_{\mathrm{d}}H_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}},\end{aligned}$$

$$\Sigma_{12}=\begin{bmatrix}XE_{\mathrm{a}}^{\mathrm{T}} & XE_{\mathrm{k}}^{\mathrm{T}} & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & XE_{\mathrm{d}} & H_{\mathrm{a}} & BH_{\mathrm{k}} & H_{\mathrm{d}}\end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}\Sigma_{22}=\mathrm{diag}\{&(-\varepsilon_1-\varepsilon_4)I-\varepsilon_5 I(-\varepsilon_3-\varepsilon_6)-\\ &\varepsilon_4^{-1}-\varepsilon_5^{-1}-\varepsilon_6^{-1}\},\end{aligned}$$

$$\Sigma_{13}=\begin{bmatrix}X & W^{\mathrm{T}}\\ 0 & 0\end{bmatrix}, \Sigma_{23}=\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$\Sigma_{33}=\mathrm{diag}\{-Q^{-1},-R^{-1}\}.$$

证　采用Schur补性质变换即可.

4　数值算例(Numerical example)

考虑下面的中立型不确定时滞系统, 其中:

$$A=\begin{bmatrix}0.1 & -0.2\\ 0.1 & -2\end{bmatrix}, A_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}0.01 & 0.1\\ 0.01 & -0.1\end{bmatrix},$$

$$B=\begin{bmatrix}0.2\\ 0.1\end{bmatrix}, H_{\mathrm{a}}=\begin{bmatrix}2.2 & 1.5\\ -2.2 & 1.2\end{bmatrix},$$

$$E_{\mathrm{a}}=\begin{bmatrix}0.8 & 0.1\\ -0.1 & 0.1\end{bmatrix}, H_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}-1 & 0.1\\ 0.01 & 0.2\end{bmatrix},$$

$$E_{\mathrm{d}}=\begin{bmatrix}1 & -0.2\\ -0.1 & -0.1\end{bmatrix},$$

取$\rho_{\mathrm{d}}=0.1$, $Q=\mathrm{diag}\{10,10\}$,　$R=0.2$. 在实际系统的运行中, 控制器很可能受到一些扰动, 所以要设计非脆弱控制器, 设控制器受到扰动, 且已知参数为:

$$H_{\mathrm{k}}=\begin{bmatrix}-0.1 & 0.3\end{bmatrix}, E_{\mathrm{k}}=\begin{bmatrix}-0.1 & 0.2\\ -0.1 & 0.01\end{bmatrix},$$

扰动矩阵$F_2^{\mathrm{T}}(t)F_2(t)\leqslant I$, 根据MATLAB的LMI工具箱, 求解式(16), 得:

$$K=[0.0262\ -0.2155],$$

相应的性能函数上界是$J^*=8.9003$.

利用MATLAB进行数值仿真, 设初值为(1, 1), 不妨取$F_1=-0.5$, $F_2=1$, 时滞$d=1+0.1\sin t$, 系统的状态响应曲线如图1所示.

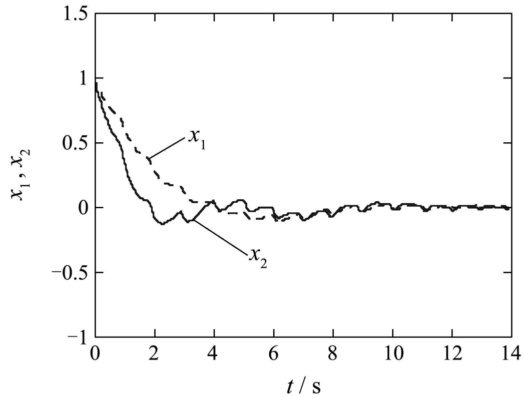

图 1　系统的状态响应

Fig. 1　The responses of the system states

若不考虑控制器的非脆弱性, 当控制器参数波动幅度为零时, 求得$K=[0.0287\ -0.1994]$, 此时相应的性能函数上界是$J^*=10.0088$. 系统的状态响应曲线如图2所示.

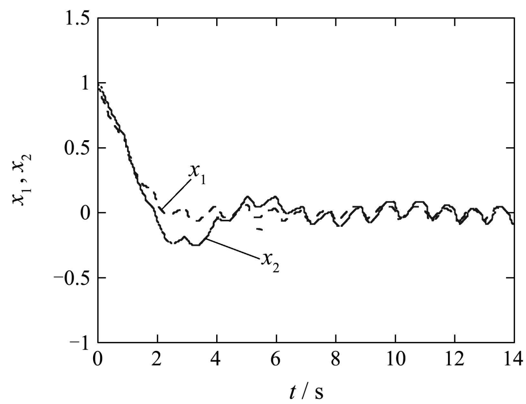

图 2　系统的状态响应

Fig. 2　The responses of the system states

仿真结果表明, 设计非脆弱控制律对中立系统的不确定参数及控制器增益摄动都具有良好的鲁棒性, 从而说明本文提出的非脆弱控制器设计方法的有效性、可行性.

5 结语(Conclusion)

本文针对一类不确定时变时滞中立型系统, 设计了鲁棒非脆弱保性能控制器. 导出了不确定时滞中立型系统的鲁棒非脆弱保性能控制判据, 并利用线性矩阵不等式给出了控制器存在的充分条件, 以线性矩阵不等式的可行解就可以构造出相应的状态反馈控制器. 当控制器增益参数变化时, 系统性能指标同样能够满足要求.

参考文献(References):

[1] SU N J, SU H Y, CHU J. Delay-dependent robust H_∞ Control for uncertain time-delay systems[J]. *IEEE Proceedings: Control Theory and Applications* , 2003, 150(5): 489 – 492.

[2] XU S Y, DOOREN P V, STEFAN R. Robust stability and stabilization for singular system s with state delay and parameter uncertainty[J]. *IEEE Transactions on Aautomatic Control*, 2002, 47(7): 1122 – 1128.

[3] KEEL L H, BHATTACHARYYA S P. Robust, fragile, or optimal[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1098 – 1105.

[4] 王武, 杨富文. 不确定时滞系统的时滞依赖鲁棒非脆弱H_∞控制[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(3): 473 – 476.
(WANG Wu, YANG Fuwen. Delay-dependent robust and non-fragile H_∞ control for linear time-delay systems with uncertainties[J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(3): 473 – 476.)

[5] 翟丁, 张庆灵, 刘国义, 等. 一类时滞线性系统的鲁棒非脆弱控制器设计[J]. 控制与决策, 2006, 21(5): 559 – 562.
(ZHAI Ding, ZHANG Qingling, LIU Guoyi, et al. Robust non-fragile controller for a class of linear time-delay systems[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(5): 559 – 562.)

[6] YANG G H, WANG J L. Non-fragile H_∞ control for linear systems with multiplicative gain variations[J]. *Automatica*, 2001, 37(5): 727 – 737.

[7] MAHMOUD M J. Robust H_∞ control for linear neutral[J]. *Automatica*, 2000, 36(5): 757 – 764.

[8] XU S Y, LAM J, YANG C W. H_∞ and positive-real control for linear neutral delay systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic control*, 2001, 46(8): 1321 – 1326.

[9] CHANG S S L, PENG T K C. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1972, 17(4): 474 – 483.

作者简介:

付兴建 (1974—), 男, 博士, 讲师, 研究方向为鲁棒控制、智能控制等, E-mail: fuxingjian@sina.com;

刘小河 (1955—), 男, 博士, 教授, 研究方向为非线性系统控制、鲁棒控制、自适应控制等.