第 25 卷第 6 期
2008 年 12 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 25 No. 6
Dec. 2008

文章编号: 1000−8152(2008)06−1045−04

具有控制时滞的离散系统的无抖振滑模控制

唐功友, 吕杉杉, 董 瑞

(中国海洋大学 信息科学与工程学院, 山东 青岛 266100)

摘要: 研究含时滞的线性离散系统的变结构控制问题. 首先将之简化为不含时滞项的线性离散系统. 然后对简化系统提出一种新的无抖振滑动模态控制算法. 该算法使滑模控制分为两个阶段，当系统轨迹在滑模某邻域以外时, 利用传统的到达控制律使系统状态轨迹单调趋近滑模面; 当系统轨迹进入该邻域内, 无抖振控制律使其轨迹一步到达滑模面. 该控制律有效地削除了由离散系统解轨迹的不连续性产生的抖振现象. 仿真结果表明了这种方法的有效性.

关键词: 离散系统; 时滞系统; 滑动模态; 无抖振; 变结构控制

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Chattering-free sliding-mode control for discrete systems with time-delay

TANG Gong-you, LÜ Shan-shan, DONG Rui

(College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao Shandong 266100, China)

Abstract: This paper considers the variable structure control for linear discrete systems with time-delay. The original discrete system with time-delay is simplified to a linear discrete system without time-delay. A new chattering-free sliding-mode control strategy is designed for this simplified discrete system. The control algorithm divides the control process into two phases. When the system trajectory is outside of the given neighborhood, the conventional reaching-control law is used to drive the trajectory monotonically toward the switching surface. When the trajectory is inside the neighborhood, the chattering-free control law drives the trajectory to the switching surface precisely in one step. This control algorithm eliminates the sliding-mode chattering caused by the discontinuity of the discrete system. The numerical simulation validates the proposed approach.

Key words: discrete systems; time-delay systems; sliding mode; chattering-free; variable structure control

1 引言(Introduction)

离散时滞系统的分析与综合问题是控制理论与控制工程领域的难点和热点研究课题之一. 虽然可以通过扩维技术将离散时滞系统化为无时滞系统, 但对时滞较大和/或维数较高的系统, 扩维后其系统维数将按几何规律增加, 而且对测量和/或控制时滞的离散系统, 扩维后状态反馈控制律一般是物理不可实现的. 滑模控制是变结构控制理论中的一种简单有效的控制方法, 它最大的优点就是在一定条件下对系统参数摄动和外界干扰具有不变性. 滑模控制由于算法简单易于工程实现被应用于很多实际控制系统中. 比如将离散时间滑模控制应用于转子磁铁挠性轴承系统使系统对参数变化和外部干扰有好的鲁棒性[1]; 在利用水内冷系统实现塑胶挤压成形的过程中, 运用变结构控制方法控制温度[2]. 此外, 变结构控制还被广泛应用于各种伺服系统: 感应电动机伺服系统[3], 电脑数值控制伺服系统[4]以及硬盘驱动伺服系统[5]中, 使得系统具有较好的鲁棒性.

离散系统的变结构控制中, 系统运动在到达条件制约下首先趋近切换面, 进入切换面的一个邻域后, 或者不断地穿越切换面呈抖动的运动, 或者转换成切换面上的运动, 这两个运动的总体即离散变结构控制的准滑动模态[6]. 抖振现象是离散系统滑模控制算法的主要缺陷. 一些学者针对离散系统在削除抖振方面做了广泛而深入的研究. 用包括滑模面及其邻域的“切换区域”代替传统的切换超平面的方法削弱抖振现象[7]; 定义一个切换面的边界层, 在边界层内运用连续控制来削除抖振并使误差收敛[8];

收稿日期: 2006−07−14; 收修改稿日期: 2007−11−12.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60574023, 40776051); 山东省自然科学基金重点资助项目(Z2000G01).

文[9]以等式形式提出了到达条件的趋近律, 但不能完全削除抖振; 随后提出的新的趋近律使系统状态保持在滑模面附近的带内, 避免了抖振现象以及不同控制信号值之间的高频切换, 加快了系统误差的收敛速度, 但其控制方法复杂, 而且系统的稳态误差较大[10]; 文[11]提出一种具有滑动扇区特性的离散变结构设计方法使得系统稳定并有效削弱抖振现象. 对滑模变结构控制的研究现状可以参阅文[12].

本文针对控制含时滞的线性离散系统提出了一种新的削除抖振的滑模控制策略. 首先通过变量代换将原系统化简为不含时滞的离散系统, 然后对化简得到的系统进行滑模控制. 得到的滑模控制器使得系统轨迹在有限时间内准确的到达滑模面, 从而削除由于离散系统解轨迹的不连续性产生的抖振现象.

2 问题描述(Problem statement)

首先考虑单输入线性离散时滞系统

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + bu(k-h), \\ \qquad\qquad k = 0, 1, 2, \cdots, \\ x(0) = x_0, \end{cases} \tag{1}$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}$分别是状态向量和控制向量, A为$n \times n$非奇异常数矩阵, b是n维常数列向量. 假设(A, b)是完全能控的.

令

$$\bar{x}(k) = x(k) + \sum_{i=k-h}^{k-1} A^{k-i-1-h} bu(i). \tag{2}$$

将系统(1)转换为不含时滞的系统

$$\begin{cases} \bar{x}(k+1) = A\bar{x}(k) + A^{-h}bu(k), \\ \bar{x}(0) = x_0, \\ x(k) = \bar{x}(k) - \sum\limits_{i=k-h}^{k-1} A^{k-i-1-h} bu(i). \end{cases} \tag{3}$$

由A非奇异可知, $A^{-h}b$ 为非零向量. 显然, 存在非奇异矩阵$M = [M_1^{\mathrm{T}}\ \ M_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$, 使得

$$M_1 A^{-h} b = 0,\ M_2 A^{-h} b = 1. \tag{4}$$

注 1 M_2为满足$M_2 A^{-h} b = 1$的任一个行向量; M_1可以由方程$\alpha^{\mathrm{T}} A^{-h} b = 0$的一组基础解系$\alpha_i^{\mathrm{T}}(i = 1, 2, \cdots, n-1)$确定, 即$M_1 = [\alpha_1\ \ \alpha_2\ \ \cdots\ \ \alpha_{n-1}]^{\mathrm{T}}$.

记$M^{-1} = [P_1\ P_2]$, 其中$P_1 \in \mathbb{R}^{n\times(n-1)}$, $P_2 \in \mathbb{R}^n$. 并令

$$M\bar{x} = M[x(k) + \sum_{i=k-h}^{k-1} A^{k-i-1-h} bu(i)], \tag{5}$$

其中$z_1 \in \mathbb{R}^{n-1}$, $z_2 \in \mathbb{R}$. 则系统(1)可以进一步转换为以下系统:

$$\begin{aligned} &z_1(k+1) = G_1 z_1(k) + G_{12} z_2(k), \\ &z_2(k+1) = G_{21} z_1(k) + G_2 z_2(k) + u(k), \\ &z_1(0) = M_1 x_0,\ z_2(0) = M_2 x_0, \\ &x(k) = P_1 z_1(k) + P_2 z_2(k) - \\ &\qquad \sum_{i=k-h}^{k-1} A^{k-i-1-h} bu(i). \end{aligned} \tag{6}$$

其中

$$G = \begin{bmatrix} G_1 & G_{12} \\ G_{21} & G_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1AP_1 & M_1AP_2 \\ M_2AP_1 & M_2AP_2 \end{bmatrix}. \tag{7}$$

容易证明, (G_1, G_{12})是完全能控的.

定义滑动模切换方程为

$$s(k) = Cz(k) = C_1 z_1(k) + z_2(k), \tag{8}$$

其中$C_1 \in \mathbb{R}^{1\times(n-1)}$为待定的增益矩阵. 如果系统(6)的解序列在理想滑动超平面上，即

$$s(k) = Cz(k) = C_1 z_1(k) + z_2(k) = 0, \tag{9}$$

则系统(7)的$(n-1)$阶子系统变为

$$z_1(k+1) = (G_1 - G_{12}C_1) z_1(k). \tag{10}$$

可以选择增益矩阵C_1, 使得$(n-1)$阶子系统(10)的极点配置到单位圆内希望的位置. 下面的任务就是设计一个滑动模态控制器, 该滑动模态控制器能使得系统(1)对任意的初始状态其解序列能在有限时间内到达理想滑动超平面式(9), 同时要消除滑模超平面附近的抖振现象.

3 滑模控制器的设计(Design of the sliding mode controller)

在理想滑动超平面式(9)上, 将式(6)代入, 有

$$\begin{aligned} s(k+1) = CGz(k) + u_{eq}(k) = \\ Cz(k) = s(k), \end{aligned} \tag{11}$$

其中$u_{eq}(k)$称为等价控制律[6]. 由式(11)和(5)可以得到基于理想滑动模态的等价控制律:

$$\begin{aligned} u_{eq}(k) = -C(G-I)M[x(k) + \\ \sum_{i=k-h}^{k-1} A^{k-i-1-h} bu(i)]. \end{aligned} \tag{12}$$

下面给出无抖振滑模控制器的设计结果.

定理 1 系统(1)的解序列可以在有限时间内无抖振地到达滑动超平面式(9), 如果滑动模态控制律为

$$\begin{aligned} u(k) = -\{CGM[x(k) + \sum_{i=k-h}^{k-1} A^{k-i-1-h} bu(i)] - \\ T_1\bar{s}(k) + T_2 \mathrm{sgn}(\bar{s}(k))\}, \end{aligned} \tag{13}$$

其中$0 < T_1 < 1$, $T_2 > 0$为两个给定的常量,

$$\bar{s}(k) = \begin{cases} s(k),\ s(k)\mathrm{sgn}\,(s(k)) > \dfrac{T_2}{T_1}, \\ 0, \quad s(k)\mathrm{sgn}(s(k)) \leqslant \dfrac{T_2}{T_1}. \end{cases} \tag{14}$$

证　因定义滑模超平面式(9)的闭邻域

$$s(k)\mathrm{sgn}(s(k)) \leqslant \frac{T_2}{T_1}, \tag{15}$$

当系统轨迹在邻域式(15)以外时, 即当$s(k)\mathrm{sgn}(s(k)) > \dfrac{T_2}{T_1}$时, 选择

$$s(k+1) = T_1 s(k) - T_2 \mathrm{sgn}(s(k)). \tag{16}$$

由式(16)容易得到$\mathrm{sgn}\,(s(k+1)) = \mathrm{sgn}\,(s(k))$, 同时可以确保$|s(k+1)| < |s(k)|$, 即系统轨迹单调趋近于滑模面. 由式(6)(8)和(16)可以得到

$$\begin{cases} s(k+1) = CGz(k) + u(k), \\ s(k)\mathrm{sgn}(s(k)) > \dfrac{T_2}{T_1}. \end{cases} \tag{17}$$

进而, 由式(3)(5)(1)和(17)可以得到

$$\begin{cases} u(k) = -\{CGM[x(k) + \\ \qquad \displaystyle\sum_{i=k-h}^{k-1} A^{k-i-1-h} bu(i)] - \\ \qquad T_1 s(k) + T_2 \mathrm{sgn}(s(k))\}, \\ s(k)\mathrm{sgn}(s(k)) > \dfrac{T_2}{T_1}. \end{cases} \tag{18}$$

当系统轨迹进入邻域式(15)时, 令

$$\begin{cases} s(k+1) = CGz(k) + u(k) = 0, \\ s(k)\mathrm{sgn}(s(k)) \leqslant \dfrac{T_2}{T_1}. \end{cases} \tag{19}$$

在这种情况下, 系统轨迹能够一步到达滑动模态. 将式(3)代入(19)可以得到

$$\begin{cases} u(k) = -CGM[x(k) + \displaystyle\sum_{i=k-h}^{k-1} A^{k-i-1-h} bu(i)], \\ s(k)\mathrm{sgn}(s(k)) \leqslant \dfrac{T_2}{T_1}. \end{cases} \tag{20}$$

综合式(18)和(20)两种情况, 可以得到滑动模态控制律(13). 因此我们可以保证系统轨迹可以在有限时间内无抖振的到达理想滑动超平面(9).

注 2　对于非受限控制, 我们可以选择(20)作为系统(1)的控制律. 这样可以保证系统轨迹通过一步控制到达滑模面$s(1) = 0$.

4 仿真实例(Simulation examples)

考虑线性离散时滞系统(1), 其中:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 6 \\ -2 & 4 \end{bmatrix},\ b = \begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix},\ h = 1,\ x(0) = [48\ \ 8].$$

取$M = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$, 如果将降阶滑动模态子系统的特征值取为0.8, 那么由式(10)可以得到$C = [-0.4\ \ 1]$. 给定两个常数$T_1 = 0.3$, $T_2 = 1.1$.

图1～4分别示出了采用本文提出的有限时间到达滑模设计算法与传统的滑模控制设计算法[6]的仿真曲线, 其中实线表示本文的设计算法得到的仿真曲线, 虚线表示传统的设计算法得到的仿真曲线. 由图1～4的仿真曲线可以看出, 由于传统的离散时间系统的变结构控制方法没有给定滑模面的邻域, 在变结构控制过程中始终运用式(18)中的控制律对系统进行控制, 所以仿真曲线出现了明显的抖振现象. 而由本文提出的设计算法得到的仿真曲线在有限步内单调到达滑模面, 完全消除了抖振现象.

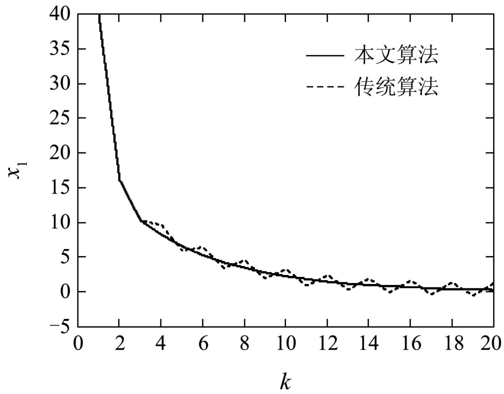

图 1　状态变量x_1

Fig. 1　State variable x_1

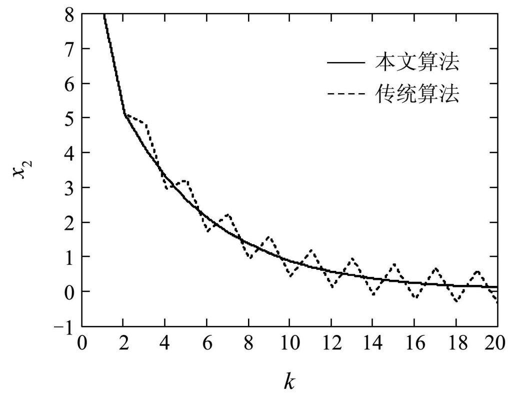

图 2　状态变量x_2

Fig. 2　State variable x_2

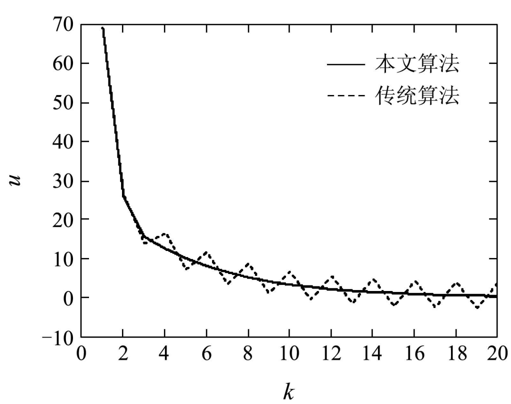

图 3　控制输入u

Fig. 3　Control input u

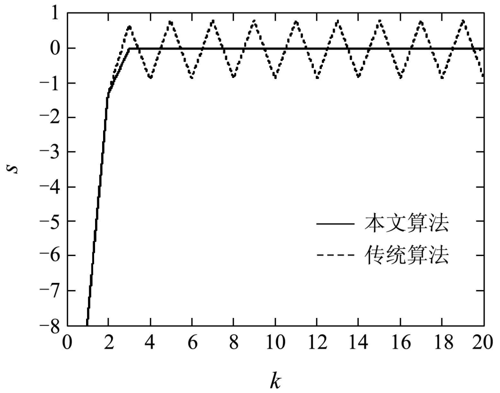

图 4 滑动函数s

Fig. 4 Sliding function s

5 结论(Conclusion)

本文提出了一种新的无抖振离散系统滑模控制算法. 利用了离散逼近规律使系统轨迹单调地趋近滑动模态的邻近区域, 运用一步控制方法令系统轨迹精确的到达滑模面. 本文提出的设计方法的思想容易实现, 仿真结果证明了控制方法的有效性. 但是本文只考虑了单输入系统, 进一步的研究是将这种方法扩充到多输入系统的情况.

参考文献(References):

[1] TIAN H Q, NONAMI K. Discrete-time sliding mode control of flexible rotor-magnetic bearing systems[J] *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1996, 6(7): 609 – 632.

[2] SU W C, TSAI C C. Discrete-time VSS temperature control for a plastic extrusion process with water cooling systems[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2001, 9(4): 618 – 623.

[3] JEZERNIK K. Robust chattering free sliding mode control of servo drives[J]. *International Journal of Electronics*, 1996, 80(2): 169 – 179.

[4] EUN Y, KIM J H, KIM K, et al. Discrete-time variable structure controller with a decoupled disturbance compensator and its application to a CNC servomechanism[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1999, 7(4): 414 – 423.

[5] ZHANG D Q, GUO G X. Discrete-time sliding mode proximate time optimal seek control of hard disk drives[J]. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2000, 147(4): 440 – 446.

[6] 高为炳. 离散时间系统的变结构控制[J]. 自动化学报, 1995, 21(2): 154 – 161.
(GAO Weibing. Variable structure control of discrete-time systems[J]. *Acta Automatica Sinica*, 1995, 21(2): 154 – 161.)

[7] WANG W J, WU G H, YANG D C. Variable structure control design for uncertain discrete-time systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1994, 39(1): 99 – 102.

[8] KACHROO P, TOMIZUKA M. Chattering reduction and error convergence in the sliding-mode control of a class of nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(7): 1063 – 1068.

[9] GAO W B, WANG Y F, HOMAIFA A. Discrete-time variable structure control systems[J]. *IEEE Transaction on Industrial Electronics*, 1995, 42(2): 117 – 122.

[10] BARTOSZEWICZ A. Discrete-time quasi-sliding-mode control strategies[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1998, 45(4): 633 – 637.

[11] FURUTA K, PAN Y D. Variable structure control with sliding sector[J]. *Automatica*, 2000, 36(2): 211 – 228.

[12] 刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 407 – 418.
(LIU Jinkun, SUN Fuchun. Research and development on theory and algorithms of sliding mode control[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 407 – 418.)

作者简介:

唐功友 (1953—), 男, 中国海洋大学教授、博士生导师, 1991年毕业于华南理工大学自动化系，获博士学位, 研究方向为时滞系统、非线性系统及网络控制系统的分析与设计、故障诊断与容错控制等, E-mail: gtang@ouc.edu.cn;

吕杉杉 (1982—), 女, 中国海洋大学硕士研究生, 研究领域为时滞系统的分析与控制, E-mail: lvshanshan@ouc.edu.cn;

董 瑞 (1973—), 女, 中国海洋大学博士研究生, 研究领域为时滞与非线性系统的分析与控制, E-mail: dongrui@ouc.edu.cn.