文章编号: 1000−8152(2008)06−1085−05

基于序列运算理论的维修备件保障决策模型

王美乂[1], 端木京顺[2], 何新宏[1]

(1. 西安军代局驻203所军代室, 陕西 西安 710065; 2. 空军工程大学 工程学院, 陕西 西安 710038)

摘要: 备件保障过程存在大量不确定性, 使其决策困难. 本文以序列运算理论的概率性序列为基础, 把需求、维修、存储的备件数量看作一维离散的随机变量, 通过随机序列之间的卷和、卷差和交积运算来分析保障过程中各随机事件之间的相互作用, 从而对保障过程进行动态描述; 通过概率性序列的期望值理论确立了备件需求满足率来预测库存备件补充的时机和数量, 从而为备件存储决策提供依据.

关键词: 备件; 保障; 可修复; 随机变量; 序列运算理论

中图分类号: V37,O221 **文献标识码**: A

The decision-making model of spare parts support based on sequence operation theory

WANG Mei-yi[1], DUANMU Jing-shun[2], HE Xin-hong[1]

(1. Section of PLA Representation in 203 Research Institute, Xi'an Shaanxi 710065, China;
2. The Engineering Institute, Air Force Engineering University, Xi'an Shaanxi 710038, China)

Abstract: The supporting process of spare parts is associated with a number of uncertainties which make the decision-making difficult. Based on the probabilistic sequence of sequence operation theory, we treat the quantity of demand, provision and storage of spare parts as a one-dimensional discrete random variable. The interaction between random variables in the support process of spare parts is analyzed through the addition-type-convolution(ATC), subtraction-type-convolution(STC) and the and-type-production(ATP), providing a dynamic description of the supporting process of spare parts. The demand-rate for spare parts is determined based on the expectation theory of probabilistic sequences, by which the time and amount of the inventory are forecasted in the decision-making.

Key words: spare parts; support; maintainable; random variable; sequence operation theory

1 引言(Introduction)

航空备件保障不是一个孤立的过程, 它源于备件需求, 涉及备件的维修、储备等活动, 其中维修备件需求是由装备部件故障引起的, 而部件的故障又由于部件特性、任务强度、维修保障等因素决定, 是一个随机变量[1~3]. 在许多情况下, 零件故障后还可修复并继续使用, 由于维修中心修复故障件时间和数量跟维修设备、维修人员的技能、维修环境等因素有关, 使得修复件也是一个随机变量, 从而导致了库存备件在一段时期内的存储量也是随机的. 在以往的备件问题研究中, 只考虑了备件需求的随机性, 忽略了维修的不确定性和库存存储量的随机性. 因此,本文把序列运算理论[4,5](SOT)引入到航空备件保障决策分析中, 在考虑备件需求随机性的同时,充分考虑了修复件和库存存量的随机性, 从而为科学的备件存储决策提供支持.

收稿日期: 2006−08−26; 收修改稿日期: 2008−04−21.

2 序列运算理论(Sequence operation theory)

2.1 序列的概念(Conception of sequence)

这里序列的概念是定义在非负区间上的离散序列$a(i), i \in [0, N_a]$, 该序列起始点为$i = 0$, 终止点为$i = N_a$.

离散序列的长度: 已知序列$a(i), i = 0, 1, 2, \cdots, N_a$, 称$N_a$为此序列的长度.

2.2 序列的运算(Operation of sequence)

已知两个长度分别为N_a和N_b的离散序列$a(i)$和$b(i)$, 两个序列的卷和运算如下:

令

$$N_x = N_a + N_b,$$

构造如下运算:

$$X(i) = \sum_{i_a + i_b = i} a(i_a) \cdot b(i_b),\ i = 0, 1, 2, \cdots, N_x. \quad (1)$$

称式(1)所定义的运算为卷和运算, 序列$X(i)$为$a(i)$和$b(i)$的卷和序列(其长度为N_x), 简称卷和. 记为

$$x(i)=a(i)\oplus b(i). \tag{2}$$

需要说明的是, 式(1)中"$\sum$"的求和条件表示在任意取值范围内满足条件$i_a+i_b=i_x$下标组合(i_a,i_b).

两个序列的卷差运算如下:

令

$$N_y=N_a,$$

构造如下运算:

$$y(i)=\begin{cases}\sum\limits_{i_a-i_b=i}a(i_a)\cdot b(i_b),\ 1\leqslant i\leqslant N_y,\\ \sum\limits_{i_a\leqslant i_b}a(i_a)\cdot b(i_b),\quad i=0.\end{cases} \tag{3}$$

称式(3)所定义的运算为卷差运算, 序列$y(i)$为$a(i)$和$b(i)$的卷差序列(其长度为N_y), 简称卷差. 记为

$$y(i)=a(i)\ominus b(i). \tag{4}$$

两个序列的交积运算, 令

$$N_u=\min(N_a,N_b).$$

构造如下运算:

$$u(i)=\sum_{\min(i_a,i_b)=i}a(i_a)\cdot b(i_b),\ i=0,1,\cdots,N_u. \tag{5}$$

称式(5)所定义的运算为交积运算, 序列$u(i)$为$a(i)$和$b(i)$的交积序列(其长度为N_u), 简称交积. 记为

$$u(i)=a(i)\otimes b(i). \tag{6}$$

2.3 概率性序列及其期望(Probabilistic sequences and expected value)

已知长度为N_a的离散序列$a(i),\ i=0,1,2,\cdots,N_a$, 若满足下述条件:

$$\begin{cases}a(i)\geqslant 0,\ i=0,1,2,\cdots,N_a,\\ \sum\limits_{i=0}^{N_a}a(i)=1,\end{cases} \tag{7}$$

则称该序列为一个概率性序列, 式(7)称为概率性条件.

已知概率性序列$a(i),\ i=0,1,2,\cdots,N_a$, 称该序列的1阶原点矩

$$E_a=\sum_{i=0}^{N_a}i\cdot a(i)=\sum_{i=1}^{N_a}i\cdot a(i). \tag{8}$$

为该序列的期望值. 在概率性序列运算理论中, 概率性序列可以代表某些一维离散型随机变量的概率分布.

3 基于概率性序列运算理论的备件保障过程描述(The process of spare parts support based on probabilistic sequences)

本文以序列运算理论的概率性序列为基础, 把需求、维修、存储的备件数量看作一维离散的随机变量, 来分析可修复件的备件保障过程中各随机事件之间的相互作用对备件保障决策过程的影响.

3.1 维修保障过程中序列的定义(Sequences conception of spare parts support)

1) 备件需求裕度的概率序列.

定义 1 在第v次备件保障过程中, 某部件发生故障的概率分布$PG^{(v)}(i_g),\ i_g=0,1,\cdots,N_v$称为备件需求裕度的概率序列. i_g为发生故障的可能数量状态,即备件需求裕度; N_v表示第v次保障过程备件需求裕度的最大值. 上标v表示备件保障进行的次数.

2) 库存备件裕度的概率序列.

定义 2 在第$v+1$次备件保障过程发生前, 库存中存储的某部件的概率分布$PB^{(v)}(i_b),\ i_b=0,1,\cdots,S_v$称为库存备件裕度的概率序列. i_b为库存备件裕度; S_v表示第v次次过程库存备件裕度的最大值.

3) 消耗裕度的概率序列.

定义 3 在第v次备件保障过程中,需从库存中取出一定数量的备件来替换故障件, 这里把库存备件的减少量状态的概率分布$PU^{(v)}(i_u),\ i_u=0,1,\cdots,S_u$称之为消耗裕度的概率序列.

在该次备件保障过程中任取状态空间(i_b,i_g), 备件的消耗裕度i_u为$i_u=\min(i_b,i_g)$. 则$PU^{(v)}(i_u)$取$PG^{(v)}(i_g)$与$PB^{(v-1)}(i_b)$两个随机变量的最小值,即体现了共同消耗. 引用交积运算的定义, 可表示为

$$PU^{(v)}(i_u)=PG^{(v)}(i_g)\otimes PB^{(v-1)}(i_b). \tag{9}$$

4) 库存备件剩余裕度的概率序列.

定义 4 在第v次备件保障过程后,库存备件剩余备件的概率分布$PB^{(v)}(i_{b'}),\ i_{b'}=0,1,\cdots,S_v$称之为库存备件剩余裕度的概率序列.

在一次备件保障过程的状态空间任取一个状态$(i_{b'},i_u)$, 则库存备件的剩余可用裕度$i_{b'}$将变为

$$i_{b'}=\begin{cases}i_b-i_u,\ i_b>i_u,\\ 0,\qquad i_b<i_u,\end{cases}$$

$$S'_v=S_v.$$

因此, 引用卷差运算的定义, 可表示为

$$PB^{(v)}(i_{b'})=PB^{(v-1)}(i_b)\ominus PU^{(v)}(i_u). \tag{10}$$

5) 故障件修复裕度的概率序列.

定义 5 修复件的概率分布$PM^{(v)}(i_m)$, $i_m = 0,1,\cdots,S_m$称为修复裕度的概率序列, i_m为相应的修复裕度, 由于故障件数量就是需要维修的数量, 因此$S_m = N_v$.

6) 库存备件新裕度的概率序列.

定义 6 第v次备件保障过程后第$v+1$次备件保障过程发生前, 库存中剩余裕度与修复裕度的总和的概率分布$PBM^{(v)}(i_{bm})$, $i_{bm} = 0,1,\cdots,S_{bm}$称为库存备件新裕度的概率序列.

第$v+1$次备件保障过程发生前, 取状态空间$(i_{b'}, i_m)$, 则库存备件新裕度$i_{b'm}$为

$$i_{b'm} = i_{b'} + i_m,\ S_{bm} = S_v + N_v.$$

因此, 引用卷和运算的定义, 可表示为

$$PBM^{(v)}(i_{b'm}) = PB^{(v)}(i_{b'}) \oplus PM^{(v)}(i_m). \quad (11)$$

3.2 备件需求满足率(Spare parts satisfied rate of demand)

定义 7 备件需求满足率是指备件需求满足的程度, 即实际备件保障的件数占备件需求件数的百分比, 它反映了备件保障的服务水平, 一般要求备件需求满足率在80%∼90%. 对于基于序列运算理论的备件保障分析过程, 可看作实际库存备件消耗裕度概率期望值占本次备件需求裕度概率期望值的百分比. 即

$$AG^{(v)} = EU^{(v)}/EG^{(v)} \times 100\%. \quad (12)$$

随着备件保障次数不断增加, 库存备件数量将不断减少, 备件满足裕度也不断降低, 给定一个备件需求满足率门槛值ε, 当

$$AG^{(v)} < \varepsilon \quad (13)$$

时, 则库存备件不能满足备件保障的要求, 这时需要对库存进行补充. 补充的备件数量为满足备件需求满足率门槛值的备件需求裕度期望值减去库存备件新裕度期望值, 即

$$K = EG^{(v)}(i_g)\cdot\varepsilon - EBM^{(v)}(i_{b'm}). \quad (14)$$

证 当第v次备件保障过程, 如果备件需求刚好得到满足, 则

$$AG^{(v)} = \varepsilon.$$

根据式(12)可得

$$EU^{(v)} = \varepsilon \times EG^{(v)}/100\%.$$

由于在$v-1$保障过程后, v次保障过程前, 库存备件新裕度的概率期望为$EBM^{(v)}(i_{b'm})$, 补充最小数量K则为

$$k = EG^{(v)}(i_g)\cdot\varepsilon - EBM^{(v)}(i_{b'm}).$$

刚好满足条件的需求备件数量与库存备件数量的差值, 并取整数. 证毕.

4 算例(Example)

已知某团在6月底对7,8,9月执行任务期间某航空装备上的某可修复部件的故障情况进行了仿真, 如表1所示. 6月底对库存进行了清点, 库存中有该部件的备件数为4个, 该团的备件需求满足率要求不低于85%,要求制定该阶段的备件保障决策方案. 假设每次备件保障发生前, 修复件已经修复好放入库存中了.

表 1 7,8,9月某可修复件故障情况
Table 1 The failure of one maintainable part on July, August and September

故障件个数	0	1	2	3
7月故障概率P	0.05	0.25	0.25	0.45
8月故障概率P	0	0.1	0.3	0.6
9月故障概率P	0.05	0.15	0.45	0.35

1) 备件需求、库存备件裕度的概率序列和期望.

知道了7月份部件的故障分布, 则7月份的备件需求裕度的概率序列及期望如表2.

表 2 备件需求裕度的概率序列及期望
Table 2 Probabilistic sequence and expected value of spare parts demand margin

i_g	0	1	2	3	E
$PG^{(1)}(i_g)$	0.05	0.25	0.25	0.45	2.1

由于库存储备的备件数为4个, 则在7月份的备件保障过程发生前库存备件裕度的概率序列及期望如表3.

表 3 库存备件裕度的概率序列及期望
Table 3 Probabilistic sequence and expected value of spare parts inventory margin

i_b	0	1	2	3	4	E
$PB^{(0)}(i_b)$	0	0	0	0	1	4

2) 7月份备件保障过程.

备件保障过程中库存备件的消耗裕度的概率序列为

$$PU^{(1)}(i_u) = PB^{(0)}(i_b) \otimes PG^{(1)}(i_g).$$

如取状态$i_u = 2$, 则$PB^{(0)}(i_b)$和$PG^{(1)}(i_g)$的组合有如下几种: $(2,2), (3,2), (4,2), (2,3)$.

求$PU^{(1)}(2)$如下:

$$PU^{(1)}(2) =$$
$$PB^{(0)}(2)\cdot PG^{(1)}(2) + PB^{(0)}(3)\cdot PG^{(1)}(2) +$$
$$PB^{(0)}(4)\cdot PG^{(1)}(2) + PB^{(0)}(2)\cdot PG^{(1)}(3) =$$
$$0\times 0.25 + 0\times 0.25 + 1\times 0.25 + 0\times 0.45 = 0.25.$$

7月份的备件消耗裕度的概率序列及期望如表4所示.

表 4 库存备件消耗裕度概率序列及期望
Table 4 Probabilistic sequence and expected value of spare parts consume margin

i_u	0	1	2	3	E
$PU^{(1)}(i_u)$	0.05	0.25	0.25	0.45	2.1

该次备件保障过程后库存备件的剩余裕度概率序列为

$$PB^{(1)}(i_{b'}) = PB^{(0)}(i_b) \ominus PU^{(1)}(i_u).$$

如取状态$i_{b'} = 2$, 则$PB^{(0)}(i_b)$和$PU^{(1)}(i_u)$的组合如下:

1) $i_{b'} = 0$时, 满足条件$i_b \leqslant i_u$的组合有以下几种:

$(0,0),\ (0,1),\ (0,2),\ (0,3);\ (1,1),\ (1,2),\ (1,3);\ (2,2),\ (2,3);\ (3,3).$

2) $i_{b'} = 2$时, 满足条件$i_b - i_u = 2$的组合有以下几种:

$$(2,0),\ (3,1),\ (4,2),$$

则

$$\begin{aligned}
&PB^{(1)}(2) = \\
&PB^{(0)}(0)\cdot PU^{(1)}(0) + PB^{(0)}(0)\cdot PU^{(1)}(1) + \\
&PB^{(0)}(0)\cdot PU^{(1)}(2) + PB^{(0)}(0)\cdot PU^{(1)}(3) + \\
&PB^{(0)}(1)\cdot PU^{(1)}(1) + PB^{(0)}(1)\cdot PU^{(1)}(2) + \\
&PB^{(0)}(1)\cdot PU^{(1)}(3) + PB^{(0)}(2)\cdot PU^{(1)}(2) + \\
&PB^{(0)}(2)\cdot PU^{(1)}(3) + PB^{(0)}(3)\cdot PU^{(1)}(3) + \\
&PB^{(0)}(2)\cdot PU^{(1)}(0) + PB^{(0)}(3)\cdot PU^{(1)}(1) + \\
&PB^{(0)}(4)\cdot PU^{(1)}(2) = \\
&0\times0.05 + 0\times0.25 + 0\times0.25 + 0\times0.45 + \\
&0\times0.25 + 0\times0.25 + 0\times0.45 + 0\times0.25 + \\
&0\times0.25 + 0\times0.45 + 0\times0.05 + 0\times0.25 + \\
&1\times0.25 = 0.25.
\end{aligned}$$

7月份的备件剩余裕度的概率序列及期望如表5所示.

表 5 库存备件的剩余裕度概率序列及期望
Table 5 Probabilistic sequence and expected value of spare parts residual margin

$i_{b'}$	0	1	2	3	4	E
$PB^{(1)}(i_{b'})$	0	0.45	0.25	0.25	0.05	1.9

备件保障后, 故障件送往维修中心进行维修. 由于维修中心每个故障件的修复率为0.6, 所以送往库存的修复件的概率分布为

$$P(x = i_m) = C_n^{i_n} P^{i_n} (1-p)^{n-i_n},$$
$$i_g = 0, 1, 2, 3, 4,\ p = 0.6.$$

其概率序列及期望如表6所示.

表 6 修复裕度概率序列及期望
Table 6 Probabilistic sequence and expected value of spare parts repair margin

i_m	0	1	2	3	E
$PM^{(1)}(i_m)$	0.219	0.400	0.284	0.097	1.26

库存备件新裕度的概率序列为

$$PBM^{(1)}(i_{bm}) = PBM^{(1)}(i_{b'}) \oplus PM^{(1)}(i_m).$$

如取状态$i = 2$, 则$PB^{(1)}(i_{b'})$和$PM^{(1)}(i_m)$的组合有如下几种:

$$(0,1),\ (1,1),\ (2,0).$$

求$PBM^{(1)}(2)$如下:

$$\begin{aligned}
&PBM^{(1)}(2) = \\
&PB^{(1)}(0)\cdot PM^{(1)}(2) + PB^{(1)}(1)\cdot PM^{(1)}(1) + \\
&PB^{(1)}(2)\cdot PM^{(1)}(0) = \\
&0\times0.284 + 0.45\times0.4 + 0.25\times0.219 = 0.235.
\end{aligned}$$

7月份备件保障任务完成后的库存备件新裕度的概率序列及期望如表7所示.

表 7 库存备件新裕度概率序列及期望
Table 7 robabilistic sequence and expected value of spare parts new inventory margin

$i_{b'm}$	0	1	2	3	4	5	6	7	E
$PBM^{(1)}(i_{b'm})$	0	0.099	0.235	0.283	0.226	0.115	0.038	0.005	3.159

7月份的库存备件新裕度将做为8月份库存备件裕度参与8月份的备件保障过程. 同理可以求得8月、9月份的备件保障过程中各随机变量的变化情况如表8,9所示.

表 8 8月份备件保障过程各概率序列及期望

Table 8 Robabilistic probabilistic sequence and expected value of spare parts support on August

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	E
$PG^{(2)}(i_g)$	0	0.1	0.3	0.6	—	—	—	—	—	—	2.5
$PB^{(2)}(i_b)$	0	0.099	0.235	0.283	0.226	0.115	0.038	0.005	—	—	3.159
$PU^{(2)}(i_u)$	0	0.189	0.411	0.400	—	—	—	—	—	—	2.213
$PB^{(2)}(i_{b'})$	0.403	0.251	0.192	0.105	0.039	0.009	0.001	—	—	—	1.161
$PM^{(2)}(i_m)$	0.126	0.377	0.367	0.130	—	—	—	—	—	—	1.501
$PBM^{(2)}(i_{b'm})$	0.051	0.183	0.267	0.230	0.148	0.079	0.032	0.009	0.001	0	2.657

表 9 9月份备件保障过程各概率序列及期望

Table 9 Robabilistic probabilistic sequence and expected value of spare parts support on September

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	E
$PG^{(3)}(i_g)$	0.05	0.15	0.45	0.35	—	—	—	—	—	—	2.1
$PB^{(3)}(i_b)$	0.051	0.183	0.267	0.230	0.148	0.079	0.032	0.009	0.001	0	2.657
$PU^{(3)}(i_u)$	0.098	0.289	0.438	0.175	—	—	—	—	—	—	1.69
$PB^{(3)}(i_{b'})$	0.420	0.222	0.171	0.106	0.053	0.021	0.006	0.001	—	—	1.242
$PM^{(3)}(i_m)$	0.204	0.407	0.313	0.076	—	—	—	—	—	—	1.261
$PBM^{(3)}(i_{b'm})$	0.086	0.216	0.257	0.193	0.124	0.072	0.034	0.013	0.004	0.001	2.501

3) 备件需求满足率.

7, 8, 9月的备件需求满足率分别为

$$AG^{(1)} = 2.1/2.1 = 100\%,$$
$$AG^{(2)} = 2.213/2.5 = 88.5\%,$$
$$AG^{(3)} = 1.69/2.1 = 80.5\%.$$

根据备件需求满足率的要求, 则维修两次后需对库存进行补充. 根据式(14)补充量为

$$k = 2.1 \times 0.85 - 1.6895 = 0.0096 \approx 1.$$

根据上述分析,该团在8月份执行完任务就需补充备件1个来确保该季度得飞行任务.

5 小结(Conclusion)

基于序列运算理论的备件存储决策分析充分考虑了备件需求、维修和库存管理的随机性, 而且可以清楚地描述每次备件保障过程及库存备件存储状况的动态变化. 当然, 在决定库存备件的补充量时, 可把备件的存储费用以及缺货造成的损失费用考虑进去, 从而使得备件保障既经济又可靠.

参考文献(References):

[1] SANA S, GOYAL S K, CHAUDHURI K S. A production-inventory model for a deteriorating item with trended demand and shortages[J]. *European Journal of Operational Research*, 2004, 157(2): 357 – 371.

[2] ZANONI S, ZAVANELLA L. Model and analysis of integrated production-inventory the case of steel production[J]. *International Journal of Production Economics*, 2005, 93/94: 197 – 205.

[3] 秦绪伟, 范玉顺, 尹朝万. 备随机需求下的选址—库存配送系统集成规划模型及算法[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(6): 853 – 859.
(QIN Xuwei, FAN Yushun, YIN Chaowan. Integrated design model and algorithm for location-inventory distribution system under stochastic demand[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(6): 853 – 860.)

[4] 康重庆, 夏清, 相年德, 等. 序列运算理论及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2003, 8: 18 – 36.
(KANG Chongqing, XIA Qing, XIANG Niande, et al. *Sequence Operation Theory and Application*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003, 8: 18 – 36.)

[5] KANG CH Q, XIA Q, XIANG N D. Sequence operation theory and its application in power system reliability evaluation[J]. *Reliability Engineering System and Safety*, 2002, 78(2): 101 – 109.

作者简介:

王美义 (1978—), 女, 博士, 主要从事信息智能决策与管理研究, E-mail: wangmeiyi@vip.sina.com;

端木京顺 (1955—), 男, 教授, 主要从事装备综合保障研究, E-mail: zhxm12@sina.com;

何新宏 (1973—), 男, 工程师, 主要从事装备采办与管理研究, E-mail: hexinhong@sina.com.