

视故障为结构不确定项的鲁棒可靠跟踪控制器设计

欧阳高翔, 倪茂林, 孙承启

(北京控制工程研究所 空间智能控制技术国家级重点实验室, 北京 100190)

摘要: 针对含执行机构故障的凸面体不确定系统, 本文基于二次型分离算子给出了一种鲁棒可靠跟踪控制器的设计方法. 利用不确定系统鲁棒镇定时的拓扑分离特性, 采用无损S-procedure获得二次型分离算子, 对执行机构故障和系统描述矩阵进行解耦, 在此基础上将故障模型的结构信息引入到控制器设计中, 从而减少系统设计的保守性. 并将可靠控制器设计转化为线性矩阵不等式表述的凸优化问题, 利用已有的工具包对其快速求解. 最后给出某飞行器纵向运动控制的设计实例, 仿真结果验证了设计方法的有效性和优越性.

关键词: 凸面体不确定系统; 二次型分离算子; 鲁棒可靠跟踪; 无损S-procedure; LMI

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Robust reliable tracking controller design when the fault is viewed as a structural uncertainty

OUYANG Gao-xiang, NI Mao-lin, SUN Cheng-qi

(National Laboratory of Space Intelligent Control, Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China)

Abstract: Based on the quadratic separator, the design of a robust reliable tracking controller is investigated for a class of polytopic systems with actuator failures. By making use of the robust stabilization characterized by topological separation of uncertain systems, a quadratic separator is designed to separate the matrix standing for fault model from system parameters via the lossless S-procedure. The structure information of the faulty actuator model is introduced into the reliable controller design on the basis of the separation, reducing the design conservativeness. In addition, the condition for the existence of a robust reliable tracking controller can be reduced to a linear matrix inequality (LMI) which is easy to be solved numerically. Finally a flight example is given to demonstrate the effectiveness and superiority of the robust reliable tracking controller.

Key words: polytopic systems; quadratic separator; robust reliable tracking; lossless S-procedure; LMI

1 引言(Introduction)

控制系统由于工作条件的改变而可能引起参数的变化. 因此在控制器设计之初就要充分考虑参数不确定性所带来的影响, 然而除了考虑系统参数不确定性外, 真实系统尤其是航空航天等系统, 由于复杂多变的外界环境和长时间的运行都有可能导致系统执行机构或传感器的故障发生. 因此在控制系统设计之初还应该对系统执行机构等部件可能发生的故障加以考虑, 从而在给定的故障模式下也能保证系统渐近稳定并维持可接受的性能指标.

关于系统可靠控制研究, 早期方法^[1,2]多基于Riccati和Lyapunov方程来进行控制器设计, 从而解决系统故障镇定问题. 现阶段可靠控制不仅考虑故障镇定, 同时还关注在故障发生时系统是否能够

提供可接受的性能指标. 这样的控制任务可转化为多目标优化问题, 因此目前应用较为广泛的是采用诸如LMI等优化技术进行系统可靠控制器的设计. 最新文献[3, 4]中对执行机构故障进行数学建模时采用了连续故障模型, 从而造成其数学描述是一个含不确定参数的对角阵, 因此需对其进行适当的逼近简化处理. 从文献[3, 4]可知上述逼近处理是将该连续故障模型看作是一个范数有界的无结构不确定项, 并采用有损S-Procedure^[5]将原非凸问题转化为凸问题对其数值求解. 然而这类采用范数逼近故障模型的方法, 并没有充分利用故障描述矩阵的结构信息, 因此所获得的控制器并不能处理参数不确定系统在执行机构多通道内同时发生故障时的鲁棒镇定问题.

由于执行机构连续故障模型具有明显的对角结构, 本文将该故障模型视为结构不确定项, 并将不确定系统鲁棒稳定时的拓扑分离特性^[6]推广到系统可靠控制设计中. 通过采用无损S-procedure获得的二次型分离算子, 将不含故障的系统参数空间与故障参数空间进行分离, 在此基础上对故障模型进行凸胞逼近, 从而将故障模型的结构信息引入到控制器设计中, 使得闭环系统能够在执行机构多通道内同时发生故障时也能保持渐近稳定. 通过理论分析可知基于范数逼近的可靠控制器设计方法^[3,4]实际上是对分离算子进行对角化处理, 因此可作为本文结果的特殊形式而存在.

2 问题描述(Problem statement)

考虑如下含有不确定参数 θ 的连续系统:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(\theta) & B_1(\theta) & B_2(\theta) \\ C_1(\theta) & D_{11}(\theta) & D_{12}(\theta) \\ C_2(\theta) & D_{21}(\theta) & D_{22}(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t) \\ u(t) \\ \omega(t) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 是系统状态变量, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ 是系统测量信号, $\omega(t) \in \mathbb{R}^q$ 是系统所有的外部输入信号, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 是系统控制输入, $z(t) \in \mathbb{R}^l$ 是系统输出信号. 系统参数矩阵都是包含有参数 θ 的不确定性矩阵, 为书写方便将9元组 $(A_i, B_{1i}, B_{2i}, C_{1i}, C_{2i}, D_{11i}, D_{12i}, D_{21i}, D_{22i})$ 记为 S_i . 假定构成系统(1)的不确定参数矩阵组 $(A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}, D_{22})$ 是集合 Ω 中基元的凸组合, 即

$$\Omega \triangleq \text{Co}\{S_1, S_2, \dots, S_E\} = \left\{ \sum_{i=1}^E \theta_i S_i; \theta_i \geq 0, \sum_{i=1}^E \theta_i = 1, i = 1, 2, \dots, E \right\}. \quad (2)$$

其中: S_i 是集合 Ω 中的顶点, E 为顶点个数, 则把满足(2)的不确定模型称为多胞模型^[5].

下面引入执行机构连续故障模型^[4]:

$$u^f(t) = Fu(t), \quad (3)$$

其中: $F \in \mathbb{R}^m$ 为执行机构连续故障描述矩阵, $F = \text{diag}\{f_1, f_2, \dots, f_m\}$, 且 $0 \leq f_j \leq 1 (j = 1, 2, \dots, m)$.

从上面的定义中, 不难看出执行机构故障描述矩阵 F 是一个包含不确定参数 f_j 且具有对角结构的不确定矩阵, 为了讨论方便把具有形如(4)的一类不确定矩阵全体记为:

$$\Delta \triangleq \left\{ \begin{pmatrix} \delta_1 & 0 \\ & \ddots \\ 0 & \delta_m \end{pmatrix} : \delta_i \in [0, 1] \right\}. \quad (4)$$

现在要研究的可靠控制问题便是基于多胞模型(2)描述的不确定性系统(1), 并考虑执行机构故障模型(3), 对所有可能取值的故障描述矩阵 $F \in \Delta$, 设计状态反馈控制器使得闭环系统满足:

- 1) 在故障发生时闭环系统能够渐近稳定;
- 2) 故障发生时闭环系统输出信号能够渐近跟踪参考信号.

为消除稳态误差而在状态向量中增加跟踪误差积分项, 同时考虑执行机构连续故障模型(3), 于是对原系统(1)适当扩维得到如下增广系统:

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi}(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{A}(\theta) & \tilde{B}_1(\theta)F & \tilde{B}_2(\theta) \\ \tilde{C}_1(\theta) & \tilde{D}_{11}(\theta)F & \tilde{D}_{12}(\theta) \\ \tilde{C}_2(\theta) & \tilde{D}_{21}(\theta)F & \tilde{D}_{22}(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi(t) \\ u(t) \\ \omega(t) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

其中状态变量 $\xi(t) = [\int_0^t e^T(t)dt \ x^T(t)]^T$, 而 $e(t)$ 为稳态跟踪误差. 则对应的增广系统参数矩阵为:

$$\begin{cases} \tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & -GC_2 \\ 0 & A \end{pmatrix}, \tilde{B}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ B_1 \end{pmatrix}, \tilde{B}_2 = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix}, \\ \tilde{C}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ C_1^T \end{pmatrix}^T, \tilde{C}_2 = \begin{pmatrix} 0 & C_2^T \end{pmatrix}^T. \end{cases} \quad (6)$$

其中 G 是执行机构通道选择阵, 此外假定 $\tilde{D}_{ij} = 0, i, j = 1, 2$.

如果考虑全状态反馈, 即 $u = Kx$, 则增广系统(5)的闭环状态方程为:

$$\begin{pmatrix} A_{cl} & B_{cl} \\ C_{cl} & D_{cl} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{A} + \tilde{B}_1 FK & \tilde{B}_2 \\ \tilde{C}_2 & 0 \end{pmatrix}. \quad (7)$$

引理 1(S-Procedure)^[5] 给定一组适维的对称矩阵 $\{A_i\}_{i=0}^m$, 如果存在非负标量 $\{\rho_i\}_{i=1}^m$, 使得 $A_0 - \sum_{i=1}^m \rho_i A_i \geq 0$, 则有:

$$\bigcap_{i=1}^m \{x \in \mathbb{R}^n \mid x^T A_i x \geq 0\} \subset \{x \in \mathbb{R}^n \mid x^T A_0 x \geq 0\}. \quad (8)$$

引理 2^[7] 对于任何对称矩阵 $Q = Q^T$, 矩阵 V 以及定义在紧集上的实矩阵集合 $\mathcal{H}$, 则下面给出的两个条件(9)(10)是等价的.

- 1) $\forall H \in \mathcal{H}$, 且 $\forall \xi \neq 0, \xi \in \text{Ker}(HV)$,

$$\xi^T Q \xi < 0. \quad (9)$$

- 2) 对于一个给定的对称阵 $\Theta = \Theta^T$, 对于 $\forall H \in \mathcal{H}, N_H = \text{Ker}(H)$, 使得如下不等式成立:

$$Q + V^T \Theta V < 0, \quad N_H^T \Theta N_H \geq 0. \quad (10)$$

引理 3^[8] 假定存在实对称矩阵 $Q, R > 0$ 及矩阵 S , 使得:

$$\begin{bmatrix} I \\ W \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ W \end{bmatrix} < 0, T - SR^{-1}S^T < 0, \quad (11)$$

则不等式(11)和下面条件等价

$$\begin{bmatrix} W^T \\ -I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T & S \\ S^T & R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} W^T \\ -I \end{bmatrix} > 0. \quad (12)$$

引理 4 如果 $\Pi \in \Delta$, 其中 Δ 是(4)中定义在实域上的结构化不确定项集合, 则下面不等式(13)~(15)所表述的3个条件是等价的.

$$\Phi + A\Pi B + B^T \Pi A^T < 0, \quad (13)$$

$$\Phi + \varepsilon B^T B + \varepsilon^{-1} A A^T < 0. \quad (14)$$

其中 ε 是正标量.

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Phi & I \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & A \end{bmatrix} < 0, \\ \begin{bmatrix} 0 & I \\ B & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I \\ B & 0 \end{bmatrix} < 0, \\ \begin{bmatrix} \Pi \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi \\ I \end{bmatrix} \geq 0. \end{array} \right. \quad (15)$$

这里的 T, R 是对称矩阵, S 是适维的方块阵. 此外, 条件(14)(15)分别确定了如下分离算子集合: $\mathcal{P}_0 = \{\Theta | \Theta = \text{diag}\{-\varepsilon I, \varepsilon I\}\}$, 以及满足如下条件的分离算子 $\mathcal{P}_1$:

$$\mathcal{P}_1 \triangleq \left\{ \Theta \mid \begin{bmatrix} \Pi \\ I \end{bmatrix}^T \Theta \begin{bmatrix} \Pi \\ I \end{bmatrix} \geq 0, \Theta = \begin{bmatrix} T & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \right\}. \quad (16)$$

其中式(16)中的 $\Theta \in \mathbb{R}^{2m \times 2m}, \forall \Pi \in \Delta$. 于是有集合关系: $\mathcal{P}_0 \subset \mathcal{P}_1$.

证 首先证明不等式(13)与(15)是等价的. 对于 $\forall x \neq 0$ 不等式(13)有 $x^T \Phi x + x^T A \Pi B x + x^T B^T \Pi^T A^T x < 0$, 同时令 $y = \Pi B x$, 则有

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \Phi & A \\ A^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} < 0.$$

定义如下矩阵

$$H = [-I \ \Pi], \quad V = \begin{bmatrix} 0 & I \\ B & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow HV \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0,$$

$$\text{Ker}(H) = \begin{bmatrix} \Pi \\ I \end{bmatrix}.$$

根据引理2可直接得到不等式(15), 亦即不等式(13)与(15)是等价的. 下面说明由条件(15)可以得到条件(14), 考虑到结构化不确定项 Π 所满足的范数条件 $|\Pi| < 1$ 并根据引理1, 如果存在正标量 ε 使得如

下不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Pi \\ I \end{bmatrix}^T \Theta \begin{bmatrix} \Pi \\ I \end{bmatrix} - \varepsilon \begin{bmatrix} \Pi \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Pi \\ I \end{bmatrix} \geq 0. \quad (17)$$

于是定义(16)中的不等式条件自然成立, 特别地取 $\Theta = \text{diag}\{-\varepsilon I, \varepsilon I\}$, 则不等式(17)显然满足. 根据 Θ 的上述取值和简单的代数操作, 不等式(15)可以写成:

$$\begin{bmatrix} \Phi + \varepsilon B^T B & A \\ A^T & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0. \quad (18)$$

由Schur补引理可得到不等式(14). 至于(14) $\Rightarrow$ (13)的具体证明细节可参看文献[5]. 根据上面的证明过程显然有 $\mathcal{P}_0 \subset \mathcal{P}_1$.

注 1 条件(13)与(14)的等价关系是已有的理论结果, 引理4从分离算子的角度对该结果进行了重新证明, 主要是为了说明条件(15)相比于条件(14)而言放松了, 前者不仅考虑了不确定参数 Π 的大小信息而且还考虑了其结构等信息.

3 可靠跟踪控制器设计(Design of reliable tracking controller)

本节针对含执行机构故障的不确定系统(7), 给出其可靠跟踪控制器存在的充分条件.

定理 1 对于含执行机构故障的不确定系统(7), 如果存在正定对称矩阵 Y , 对称矩阵 T, R 以及矩阵 M, S , 使得如下不等式

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \tilde{A}Y & \tilde{B}_1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ \tilde{A}Y & \tilde{B}_1 \end{bmatrix} < 0, \\ \begin{bmatrix} 0 & I \\ M & 0 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & I \\ M & 0 \end{bmatrix} < 0, \\ \begin{bmatrix} \Delta \\ I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \\ I \end{bmatrix} \geq 0 \end{array} \right. \quad (19)$$

成立, 其中 $\Delta \in \Delta$, 则在状态反馈控制律 $u = Kx$ 满足上节所给出的两个控制任务, 且增益阵为 $K = MY^{-1}$.

证 由二次稳定条件可知要求存在正定矩阵 $\mathcal{X}$ 使得如下不等式成立:

$$(\tilde{A} + \tilde{B}_1 F K)^T \mathcal{X} + \mathcal{X}(\tilde{A} + \tilde{B}_1 F K) < 0. \quad (20)$$

对式(20)进行合同变换 $\text{diag}\{Y, I\}$, $Y = \mathcal{X}^{-1}$, 并做变量替换 $M = KY$, 根据引理4可得:

$$\begin{bmatrix} Y \tilde{A}^T + \tilde{A}Y & \tilde{B}_1^T \\ \tilde{B}_1^T & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & I \\ M & 0 \end{bmatrix}^T \Theta \begin{bmatrix} 0 & I \\ M & 0 \end{bmatrix} < 0. \quad (21)$$

即为式(19), 其中 $\Theta \in \mathcal{P}_1, F \in \Delta$.

由于结构化不确定项集合 Δ 是无穷维的, 因此需要对集合 Δ 做适当的简化处理, 为此假定集合 Δ 也是一个凸胞集合.

下面定义集合 $\mathcal{P}_1$ 的一个子集 $\mathcal{P}^s$:

$$\mathcal{P}^s \triangleq \{\Theta \in \mathcal{P}_1 : T < 0\} \subset \mathcal{P}_1. \quad (22)$$

于是如果要求 $\Theta \in \mathcal{P}^s$, 当且仅当下面条件成立:

$$\begin{bmatrix} \Delta_i \\ I \end{bmatrix}^T \Theta \begin{bmatrix} \Delta_i \\ I \end{bmatrix} \geq 0, i = 1, 2, \dots, N, T < 0. \quad (23)$$

注 2 一般 $\mathcal{P}^s$ 是严格包含于 $\mathcal{P}_1$, 但由于式(7)是仿射依存于 F 则暗含了 $T < 0$, 因此对集合 $\mathcal{P}_1$ 做 $T < 0$ 的条件限制并不会引入任何保守性^[8], 即有 $\mathcal{P}^s = \mathcal{P}_1$.

定理1中不等式条件(19)还不是标准的LMI形式, 为此进一步通过引理3得到可数值求解的矩阵形式.

定理 2 对于含执行机构故障的不确定系统(7), 如果存在正定对称矩阵 Y , $\tilde{R}$ 和对称矩阵 $\tilde{T}$, 以及矩阵 M , $\tilde{S}$, 使得如下不等式

$$\begin{bmatrix} -I \\ \Delta_i(\delta_k)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{T} & \tilde{S} \\ \tilde{S}^T & \tilde{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I \\ \Delta_i(\delta_k)^T \end{bmatrix} \leq 0, \quad (24)$$

$$\Xi > 0, \quad (25)$$

成立, 其中 $\Delta_i(\delta_k)^T \in \tilde{\Delta}$, 其中 $\tilde{\Delta} \triangleq \{\Delta | \Delta \in [0, 1]\}$, $k = 1, \dots, m$, $i = 1, \dots, N$, 此外还有:

$$\begin{cases} \Xi = \begin{bmatrix} Y^T \tilde{A}^T M^T \\ -I & 0 \\ \tilde{B}_1^T & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0I & 0 & 0 \\ I0 & 0 & 0 \\ 00 & \tilde{T} & \tilde{S} \\ 00 & \tilde{S}^T & \tilde{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y^T \tilde{A}^T M^T \\ -I & 0 \\ \tilde{B}_1^T & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}, \\ \tilde{\Theta} = \begin{bmatrix} \tilde{T} & \tilde{S} \\ \tilde{S}^T & \tilde{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T & S \\ S & R \end{bmatrix}^{-1} = \Theta^{-1}, \Theta \in \mathcal{P}^s, \tilde{R} > 0, \end{cases} \quad (26)$$

则存在状态反馈控制律 $u = Kx$, 满足前面给出的控制任务, 其中增益矩阵为 $K = MY^{-1}$.

证 不等式(21)可等价写成

$$\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ \tilde{A}Y & \tilde{B}_1 \\ M & 0 \end{bmatrix}^T W^T \begin{bmatrix} 0I & 0 & 0 \\ I0 & 0 & 0 \\ 00 & T & S \\ 00 & S^T & R \end{bmatrix} W \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ \tilde{A}Y & \tilde{B}_1 \\ M & 0 \end{bmatrix} < 0. \quad (27)$$

其中 W 是一个初等行变换矩阵, 根据引理3可得:

$$[*]^T (W^{-1} \begin{bmatrix} 0I & 0 & 0 \\ I0 & 0 & 0 \\ 00 & \tilde{T} & \tilde{S} \\ 00 & \tilde{S}^T & \tilde{R} \end{bmatrix} W^{-T}) \begin{bmatrix} Y^T \tilde{A}^T M^T \\ \tilde{B}_1^T & 0 \\ -I & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} > 0. \quad (28)$$

再将 W 的具体表达式带入式(28)经过简单的线性代数运算即得式(25), 而式(24)直接由引理3可得. 此外如同式(22)中对集合的凸性限制还要求条件 $\tilde{R} > 0$ 满足, 使得在LMI数值计算中集合 $\tilde{\Delta}$ 可以用凸面体来表示. 证毕.

由于不确定系统(7)中的参数矩阵都包含有不确定参数 θ , 在基于多胞模型(2)的假定下可以进一步得到如下推论.

推论 1 基于多胞模型的不确定性系统(7), 如果存在对称正定矩阵 Y , $\tilde{R}$ 和对称矩阵 $\tilde{T}$, 以及矩阵 M , $\tilde{S}$, 使得如下不等式

$$\begin{bmatrix} -I \\ \Delta_i(\delta_k)^T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \tilde{T} & \tilde{S} \\ \tilde{S}^T & \tilde{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -I \\ \Delta_i(\delta_k)^T \end{bmatrix} \leq 0, \quad (29)$$

其中 $\Delta_i^T \in \tilde{\Delta}_1 \subset \tilde{\Delta}$, $k = 1, \dots, m$, $i = 1, \dots, N$.

$$\begin{bmatrix} Y^T \tilde{A}_j^T M^T \\ -I & 0 \\ \tilde{B}_{1j}^T & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0I & 0 & 0 \\ I0 & 0 & 0 \\ 00 & \tilde{T} & \tilde{S} \\ 00 & \tilde{S}^T & \tilde{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y^T \tilde{A}_j^T M^T \\ -I & 0 \\ \tilde{B}_{1j}^T & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} > 0 \quad (30)$$

成立, 则存在状态反馈控制律 $u = Kx$, 使得闭环系统满足上节给出的两个控制任务, 其中增益矩阵为 $K = MY^{-1}$.

根据凸面体定义和定理2可证明上述推论.

注 3 在本文将基于条件(20)的设计方法称为标准控制器设计. 而基于推论1的设计方法称为可靠控制器设计.

4 飞行器控制系统设计实例(A flight controlling example)

考虑某战斗机纵向飞行的线性化运动模型^[9], 系统状态变量为迎角 α 和俯仰角速率 q , 控制输入为升降舵 δ_E 和油门杆的偏转角 δ_{PTV} . 系统参数矩阵:

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -1.175 & 0.9871 \\ -8.458 & -0.8776 \end{bmatrix}, \\ B_1 &= \begin{bmatrix} -0.194 & -0.03593 \\ -19.29 & -3.803 \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -2.328 & 0.9831 \\ -30.44 & -1.493 \end{bmatrix}, \\ B_2 &= \begin{bmatrix} -0.3012 & -0.05866 \\ -38.43 & -7.815 \end{bmatrix}, \\ A_3 &= \begin{bmatrix} -2.452 & 0.9856 \\ -38.61 & -1.34 \end{bmatrix}, \\ B_3 &= \begin{bmatrix} -0.2757 & -0.05226 \\ -37.36 & -7.247 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

表示在不同高度和马赫数下的飞行器平衡工作点处的线性化模型. 并设定参考信号 $r(t) = 1\text{rad/s}$, 执行机构信道选择矩阵 $G = 1$.

对战斗机纵向飞行控制进行标准控制器设计得到增益矩阵 K_s ; 而按可靠控制器设计得到增益矩阵 K_r .

$$K_s = \begin{bmatrix} -0.4492 & 1.7172 & 1.9111 \\ 1.8236 & -6.6188 & -8.1956 \end{bmatrix},$$

$$K_r = \begin{bmatrix} -0.1173 & 0.7052 & 1.7789 \\ -0.2304 & 1.6554 & 3.4763 \end{bmatrix}.$$

当执行机构无故障时即 $F = I$, 在控制器 K_s , K_r 作用下闭环系统均能渐近稳定, 且输出 q 也能保证渐近跟踪参考信号 $r(t)$. 而如果考虑执行机构在 $t = 20\text{ s}$ 发生故障时, 并且故障矩阵取 $F = \text{diag}\{0.2, 0.5\}$. 此时, 由标准控制器 K_s 构成的闭环系统失去稳定, 如图1(b)所示; 而由可靠跟踪控制器 K_r 构成的闭环系统保持稳定, 且输出 q 还能够渐近跟踪参考信号 $r(t)$, 如图1(a)所示. 此外, 在上述故障发生的条件下, 由文献[4]给出的控制器设计方法没有可行解存在.

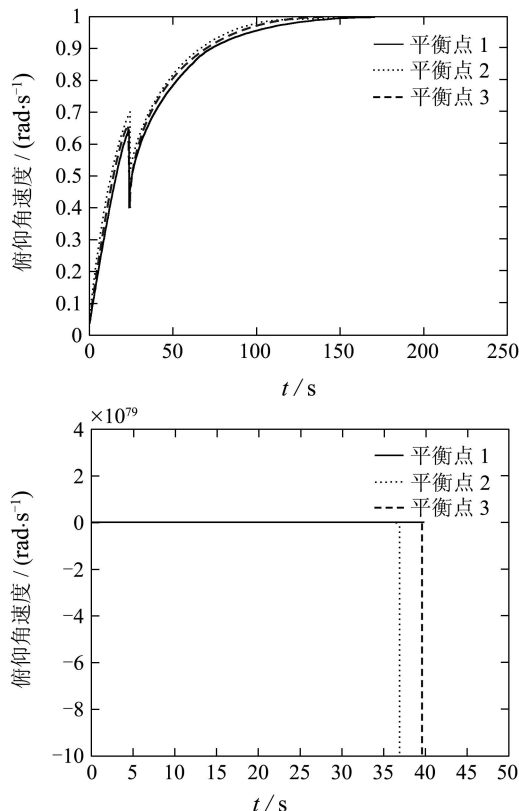


图1 故障情形下的俯仰角速率跟踪曲线

Fig. 1 Response curve of pitch angle in the case of faults

5 结论(Conclusion)

本文利用不确定系统鲁棒镇定下的拓扑分离特

性以及无损S-procedure获得二次型分离算子, 从而对系统参数矩阵和故障描述矩阵进行解耦, 在此基础上将故障模型的结构信息引入到控制器设计中, 以减少系统设计的保守性. 通过理论分析可知采用范数逼近的设计方法实际上是对分离算子进行对角化处理, 因此基于分离算子的设计方法较已有的范数逼近设计方法而言是一个更一般性的结论. 最后, 将文中给出的可靠设计应用到某战斗机纵向飞行控制中, 其仿真结果验证了本文给出的设计方法对于执行机构故障和不确定参数扰动都具有较好的鲁棒性.

参考文献(References):

- [1] 倪茂林. 具有完整性和良好动态特性的系统设计[J]. 控制与决策, 1990, 5(4): 48 – 51.
(NI Maolin. Design of control systems possessing integrity and good dynamical characteristics[J]. *Control and Decision*, 1990, 5(4): 48 – 51.)
- [2] 倪茂林, 吴宏鑫. 具有完整性的最优控制系统设计[J]. 控制理论与应用, 1992, 9(3): 245 – 249.
(NI Maolin, WU Hongxin. The design of optimal control systems possessing integrity[J]. *Control Theory & Applications*, 1992, 9(3): 245 – 249.)
- [3] 姚波, 王福忠, 张庆灵. 基于LMI可靠跟踪控制器设计[J]. 自动化学报, 2004, 30(6): 863 – 870.
(YAO Bo, WANG Fuzhong, ZHANG Qingling. LMI-based design of reliable tracking controller[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(6): 863 – 870.)
- [4] 戴诗陆, 付俊, 赵军. 一类不确定系统的鲁棒可靠跟踪控制及其在飞行控制中的应用[J]. 自动化学报, 2006, 32(5): 738 – 745.
(DAI Shilu, FU Jun, ZHAO Jun. Robust reliable tracking control for a class of uncertain systems and its application to flight control[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2006, 32(5): 738 – 745.)
- [5] 俞立. 鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [6] GOH K C, SAFONOV M G. Robust analysis, sectors, and quadratic functionals[C] // *Proceedings of the 34th Conference on Decision & Control*. New Orleans, LA: IEEE Press, 1995: 1988 – 1993.
- [7] SKELTON R E, IWASAKI T, GRIGORIADIS K. *A Unified Approach to Linear Control Design*[M]. New York, USA: Taylor & Francis, 1997.
- [8] SCHERER C W. LPV control and full block multipliers[J]. *Automatica*, 2001, 37: 361 – 375.
- [9] YANG G H, LUM K Y. Gain-scheduled flight control via state feedback[C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Denver, Colorado: American Automatic Control Council, 2003: 3484 – 3489.

作者简介:

欧阳高翔 (1977—), 男, 北京控制工程研究所博士生, 研究方向为鲁棒控制、容错控制, E-mail: oygx210@163.com;

倪茂林 (1963—), 男, 北京控制工程研究所空间智能控制技术国家级重点实验室主任研究员, 研究方向为卫星姿态与轨道控制, E-mail: nimaolin@cast.cn;

孙承启 (1943—), 男, 北京控制工程研究所科技委副主任, 研究方向为航天器制导、导航与控制.