

不确定非线性系统的自适应反演终端滑模控制

郑剑飞, 冯 勇, 郑雪梅, 杨旭强

(哈尔滨工业大学 电气工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对一类参数严格反馈型不确定非线性系统, 本文提出一种自适应反演终端滑模控制方法. 反演控制的前 $n-1$ 步结合自适应律估计系统的未知参数, 第 n 步采用非奇异终端滑模, 使系统最后一个状态有限时间内收敛. 利用微分估计器获得误差系统状态的导数, 并设计了高阶滑模控制律, 去除控制抖振, 使系统对于匹配和非匹配不确定性均具有鲁棒性. 同自适应反演线性滑模方法相比, 所提方法提高了系统的收敛速度和稳态跟踪精度, 并且控制信号更加平滑. 仿真结果验证了该方法的有效性.

关键词: 自适应控制; 反演; 终端滑模控制; 高阶滑模控制; 鲁棒性

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive backstepping-based terminal-sliding-mode control for uncertain nonlinear systems

ZHENG Jian-fei, FENG Yong, ZHENG Xue-mei, YANG Xu-qiang

(Department of Electrical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: An adaptive backstepping-based terminal-sliding-mode control method is proposed for a class of uncertain nonlinear systems in parametric-strict feedback form. The adaptive control law is combined with the first $n-1$ steps of the backstepping method to estimate the unknown parameters of the system. In the n -th step, a nonsingular terminal-sliding-mode is then utilized to drive the last state of the system to converge in a finite period of time. Furthermore, the derivative estimator is used to obtain the derivatives of the states of the error system; and the high-order sliding-mode-control law is designed to eliminate the chattering and to make the system robust to both the matched and the mismatched uncertainties. Compared to the adaptive backstepping-based linear sliding-mode-control method, the proposed method improves the convergence rate and the steady-state tracking accuracy of the system, and makes the control signal smoother. Finally, the simulation results are presented to validate the method.

Key words: adaptive control; backstepping; terminal sliding mode control; high-order sliding mode control; robustness

1 引言(Introduction)

不确定系统的控制问题一直是控制领域的研究热点之一. 对于匹配不确定系统, 变结构控制器设计简单、鲁棒性强, 获得了广泛应用. 对于非匹配不确定系统, 变结构控制的鲁棒性难以保证, 而一个较为成功的控制策略是自适应反演方法^[1~3], 它通过逐步修正算法设计控制器, 可以实现系统的全局调节或跟踪. 然而, 自适应反演方法要求系统不确定性可参数化表示, 并且存在“计算膨胀”的问题, 随着被控对象相对阶的增加, 控制律高度非线性、高度复杂^[4,5], 这使得控制器难以实现.

近年来, 一些学者将变结构控制与自适应反演法相结合, 使系统对于匹配不确定性和非匹配不确定

性均具有鲁棒性, 取得了众多成果. 文献[6]针对一类含有非匹配不确定性的非正则型高阶非线性系统, 提出了一种类似反演算法逐步递推方式的多滑模自适应控制方法, 使计算量大为减少, 但是不确定性仍需要可参数化表示. 文[7]利用滑模控制方法对标准反演算法的最后一步进行了改进, 并应用于导弹控制系统. 文[8]针对一类最小相位仿射非线性系统, 设计了自适应反演变结构控制器, 研究了未知扰动作用下系统的调节问题, 并允许系统的最后一个方程中出现非参数化匹配不确定性. 文[9]针对一类三角结构的非匹配不确定系统, 将状态参考自适应控制算法和线性滑模相结合, 实现了系统的鲁棒输出跟踪. 文[10]将二阶滑模控制方法应用于自适应反演

法最后两步构造的辅助系统中, 减少了算法的计算量, 并允许系统最后两个方程存在非参数化不确定性, 但是, 由于辅助系统相对阶为2, 该方法并未消除抖振现象. 上述文献[7 ~ 10]均使用了传统的线性滑模, 因此系统渐近收敛, 即系统所有状态只能趋近平衡点, 不能做到有限时间内到达平衡点. 另外, 滑模控制律未考虑抖振的影响.

本文针对一类参数严格反馈型不确定非线性系统, 提出一种自适应反演终端滑模控制方法. 反演控制的前 $n-1$ 步结合自适应律估计系统的未知参数, 抑制非匹配扰动对系统的影响; 第 n 步采用特殊的非奇异终端滑模, 取代传统的线性滑模. 利用微分估计器获得误差系统状态的导数, 并且设计了基于高阶滑模的控制策略去除控制抖振, 使系统的最后一个状态有限时间内收敛, 其余状态和参数估计值渐近收敛. 本文所提控制方法, 可以提高系统的收敛速度和稳态跟踪精度, 使系统对于匹配不确定性和非匹配不确定性均具有鲁棒性.

2 系统描述(System description)

考虑如下参数严格反馈型 n 阶不确定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1} + \theta^T \Phi_i(x_1, x_2, \dots, x_i), \\ i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n = f(x) + bu(t) + \Delta f(t), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 为可测状态向量; $u, y \in \mathbb{R}^1$, 分别为系统的输入和输出; $f(x)$ 为已知非线性函数; $b \neq 0$, 为已知常数; $\Delta f(x)$ 为满足匹配条件的不确定项; $\theta^T \Phi_i(x_1, x_2, \dots, x_i)$, $i = 1, \dots, n-1$, 为不满足匹配条件的不确定项, 但可以参数化表示; $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_m]^T \in \mathbb{R}^m$, 为未知常参数向量; $\Phi_i(x_1, x_2, \dots, x_i) \in \mathbb{R}^m$, 为已知非线性平滑函数.

假设 1 满足匹配条件的不确定项及其导数有界, 即:

$$|\Delta f(t)| \leq l_f, |\dot{\Delta f}(t)| \leq l_f, \quad (2)$$

式中 l_f 和 $\dot{l}_f$ 为已知常数.

假设 2 未知常参数向量 θ 的上界已知, 即:

$$\|\theta\| \leq l_\theta, \quad (3)$$

式中 l_θ 为已知常数.

本文的控制目标是针对不确定非线性系统(1), 在满足假设1和2的条件下, 设计自适应反演终端滑模控制律, 调节系统输出 y 到给定 y_d , 并使系统对于匹配不确定性 $\Delta f(t)$ 和非匹配不确定

性 $\theta^T \Phi_i(x_1, x_2, \dots, x_i)$, 均具有鲁棒性.

3 反演终端滑模控制器设计(Design of backstepping terminal sliding mode controller)

文献[3]等提出的标准自适应反演控制, 采用递推的设计步骤. 首先将原系统转换为误差系统, 然后通过每一步适当地设计子系统的虚拟控制量, 以及未知参数的自适应调节函数, 使得子系统的Lyapunov函数对时间的导数为负定, 从而保证系统对参数化非匹配不确定性具有鲁棒性.

本文提出的自适应反演终端滑模控制器, 根据标准自适应反演算法的思想, 前 $n-1$ 步结合自适应控制方法, 处理参数化非匹配不确定性; 在第 n 步采用特殊的非奇异终端滑模面, 并设计了基于高阶滑模的控制策略, 使系统对于匹配不确定性也具有鲁棒性, 并且去除控制抖振.

3.1 标准自适应反演算法(Standard adaptive backstepping algorithm)

设 $\hat{\theta}$ 为未知参数向量 θ 的估计. 定义 $\tilde{\theta} = \theta - \hat{\theta}$, 为参数估计误差, 并且定义系统(1)状态的调节误差为:

$$\begin{cases} z_1 = x_1 - y_d, \\ z_i = x_i - a_{i-1}(x_1, \dots, x_{i-1}, \hat{\theta}), \\ i = 2, 3, \dots, n, \end{cases} \quad (4)$$

式中 $a_i(x_1, \dots, x_i, \hat{\theta})$ 为第 i 步期望的虚拟控制, 使误差系统(4)的状态 $z = [z_1, \dots, z_n]^T$ 收敛到平衡点 $z_e = [0, \dots, 0]^T$, 则原系统(1)收敛到平衡点:

$$x_e = [y_d, -\theta^T \Phi_1^e, \dots, -\theta^T \Phi_i^e, \dots, -\theta^T \Phi_{n-1}^e]^T, \quad (5)$$

式中

$$\Phi_i^e = \Phi_i(y_d, -\theta^T \Phi_1^e, \dots, -\theta^T \Phi_{i-1}^e), i = 1, \dots, n-1.$$

而到第 n 步, 虚拟控制就是实际控制量 u .

标准自适应反演算法的前 $n-1$ 步算法如下[3]:

$$\begin{cases} a_i = -z_{i-1} - c_i z_i + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} x_{k+1} - \omega_i^T \hat{\theta} + \frac{\partial a_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \tau_i + v_i, \\ \omega_i = \Phi_i - \sum_{k=1}^{i-1} \frac{\partial a_{i-1}}{\partial x_k} \Phi_k, \\ \tau_i = \sum_{k=1}^i \omega_k z_k, \\ v_i = \sum_{k=1}^{i-2} z_{k+1} \frac{\partial a_k}{\partial \hat{\theta}} \Gamma \omega_i, v_1 = 0, v_2 = 0, \end{cases} \quad (6)$$

式中: $i = 1, \dots, n-1$, $\Gamma = \Gamma^T > 0$ 为增益常矩阵, τ_i 为自适应调节函数, $c_i > 0$ 为常数.

第*i*步的Lyapunov函数定义为:

$$V_i = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^i z_k^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}, i = 1, \dots, n-1, \quad (7)$$

经过上述*n* - 1步设计过程, 得到*n* - 1个期望虚拟控制 $a_i(x_1, \dots, x_i, \hat{\theta})$, $i = 1, \dots, n-1$. 在此基础上提出如下终端滑模控制方法, 设计最终的参数自适应律和实际的控制律.

3.2 终端滑模控制方法(Terminal sliding mode control method)

根据式(7), 第*n* - 1步的Lyapunov函数为:

$$V_{n-1} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n-1} z_k^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}^T \Gamma^{-1} \tilde{\theta}, \quad (8)$$

对时间求导数并且代入式(6)之后为:

$$\dot{V}_{n-1} = - \sum_{k=1}^{n-1} c_k z_k^2 + z_{n-1} z_n + \left[\sum_{k=1}^{n-2} z_{k+1} \frac{\partial a_k}{\partial \hat{\theta}} \right] \times (\Gamma \tau_{n-1} - \dot{\hat{\theta}}) + \tilde{\theta}^T (\tau_{n-1} - \Gamma^{-1} \dot{\hat{\theta}}). \quad (9)$$

由式(9)可见, 如果取 $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_{n-1}$, 使 $\dot{V}_{n-1} = - \sum_{k=1}^{n-1} c_k z_k^2 + z_{n-1} z_n$, 并且设计控制律使得 z_n 收敛到零, 则 $\dot{V}_{n-1} = - \sum_{k=1}^{n-1} c_k z_k^2 \leq 0$, 就可以保证 $z_1, z_2, \dots, z_{n-1}$ 构成的子系统全局稳定.

为了使 z_n 在有限时间内收敛到零, 从而提高误差系统的收敛速度和稳态跟踪精度, 本文采用如下非奇异终端滑模面^[11]:

$$s = z_n + \gamma \dot{z}_n^{p/q}, \quad (10)$$

式中: p, q 为奇数, $1 < p/q < 2; \gamma > 0$.

s 用于实现二阶滑模控制, 去除控制量中的抖振. 假设在 t_r 时刻, s 收敛到零, 即 $s(t) = 0, t \geq t_r$, 则由式(10)可知, z_n 和 $\dot{z}_n$ 将在有限时间内收敛到零, 并且收敛时刻为:

$$t_s = t_r + \gamma^{\frac{q}{p}} \frac{p}{(p-q)} |z_n(t_r)|^{\frac{p-q}{p}}, \quad (11)$$

当 $t \geq t_s$ 时, 系统将保持在二阶滑动模态($z_n = \dot{z}_n = 0$). 根据式(11), 通过选取参数 p, q, γ 可以调节 z_n 的收敛速度.

本文提出如下定理, 将终端滑模结合高阶滑模控制方法, 对标准自适应反演控制算法进行了改进.

定理 1 若系统(1)的参数满足:

$$\text{rank}(\Phi_1^e, \dots, \Phi_{n-1}^e) = m, \quad (12)$$

选取式(10)的非奇异终端滑模面, 自适应律取:

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_{n-1}, \quad (13)$$

并且设计如下控制律:

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t), \quad (14)$$

$$u_1 = -b^{-1} \left[f(x) - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} x_{k+1} - \frac{\partial a_{n-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} \right], \quad (15)$$

$$u_2 = -b^{-1} \int_0^t \left[\frac{1}{\gamma} \frac{q}{p} \dot{z}_n^{2-p/q} + (l_f + l_\theta \|G_1\| + l_\theta^2 \|G_2\| + \eta) \text{sgn } s \right] d\tau, \quad (16)$$

式中:

$\eta > 0$, 为设计参数,

$$G_1(x_1, \dots, x_n, \hat{\theta}) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial F}{\partial x_k} x_{k+1} + \frac{\partial F}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}},$$

$$G_2(x_1, \dots, x_{n-1}, \hat{\theta}) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial F}{\partial x_k} \Phi_k^T,$$

$$F(x_1, \dots, x_{n-1}, \hat{\theta}) = \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \Phi_k,$$

则系统(1)的状态 x_n 在有限时间收敛, 其余状态 $x_i, i = 1, \dots, n-1$, 以及参数估计值 $\hat{\theta}$ 渐近收敛.

证 针对自适应反演算法的第*n*步, 定义如下Lyapunov函数:

$$V_s = 0.5s^2,$$

对时间求导, 得:

$$\dot{V}_s = s\dot{s} = s\gamma \frac{p}{q} \dot{z}_n^{p/q-1} (\ddot{z}_n + \frac{1}{\gamma} \frac{q}{p} \dot{z}_n^{2-p/q}). \quad (17)$$

由于

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= \dot{x}_n - \dot{a}_{n-1} = \\ &= f(x) + bu(t) + \Delta f(t) - \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} x_{k+1} - \\ &\quad - \frac{\partial a_{n-1}}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} - \theta^T \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \Phi_k, \end{aligned}$$

代入控制律式(14)和式(15)得:

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= \Delta f(t) + bu_2(t) - \theta^T \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial a_{n-1}}{\partial x_k} \Phi_k = \\ &= \Delta f(t) + bu_2(t) - \theta^T F(x_1, \dots, x_{n-1}, \hat{\theta}), \end{aligned}$$

对时间再求一次导, 得:

$$\begin{aligned} \ddot{z}_n &= \Delta \dot{f}(t) + b\dot{u}_2(t) - \theta^T \left(\sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial F}{\partial x_k} x_{k+1} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\partial F}{\partial \hat{\theta}} \dot{\hat{\theta}} + \sum_{k=1}^{n-1} \frac{\partial F}{\partial x_k} \Phi_k^T \theta \right) = \\ &= \Delta \dot{f}(t) + b\dot{u}_2(t) - \theta^T G_1(x_1, \dots, x_n, \hat{\theta}) - \\ &\quad - \theta^T G_2(x_1, \dots, x_{n-1}, \hat{\theta}) \theta, \end{aligned}$$

代入式(16)得:

$$\ddot{z}_n = (\Delta \dot{f} - \theta^T G_1 - \theta^T G_2 \theta) - (l_f + l_\theta \|G_1\| + l_\theta^2 \|G_2\| + \eta) \operatorname{sgn} s - \frac{1}{\gamma} \frac{q}{p} \dot{z}_n^{2-p/q}, \quad (18)$$

将式(18)带入式(17)得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_s = & s \gamma \frac{p}{q} \dot{z}_n^{p/q-1} [(\Delta \dot{f} - \theta^T G_1 - \theta^T G_2 \theta) - \\ & (l_f + l_\theta \|G_1\| + l_\theta^2 \|G_2\| + \eta) \operatorname{sgn} s] \leq \\ & -\gamma \frac{p}{q} \dot{z}_n^{p/q-1} \eta |s|. \end{aligned}$$

由于 p, q 为奇数, 且 $1 < p/q < 2$, 满足 $\dot{z}_n^{p/q-1} \geq 0$, 故 $\dot{V}_s \leq 0$. 当 $s \neq 0$ 时, 分为两种情况:

1) $\dot{z}_n \neq 0$. 这时, $\dot{V}_s \leq -(\gamma p/q) \dot{z}_n^{p/q-1} \eta |s| < 0$;

2) $\dot{z}_n = 0$, 而 $z_n \neq 0$. 这种情况, 文献[11]已经证明, 系统不会一直保持在状态 $(\dot{z}_n = 0, z_n \neq 0)$, 即 $\dot{V}_s = 0$ 不可能一直保持.

因此, 系统在有限时间内到达非奇异终端滑模面 $s = 0$. 根据式(11), z_n 将在有限时间内收敛, 则原系统状态 x_n 也在有限时间内收敛.

当 z_n 收敛到零之后, 由于 $\dot{\hat{\theta}} = \Gamma \tau_{n-1}$, $\dot{V}_{n-1} = -\sum_{k=1}^{n-1} c_k z_k^2 \leq 0$, 则误差系统的平衡点 $(z_1, \dots, z_{n-1}, \hat{\theta})^T = (0, \dots, 0, \theta)^T$ 是全局稳定的.

若系统满足 $\operatorname{rank}(\Phi_1^e, \dots, \Phi_{n-1}^e) = m$, 根据文献[2], 误差系统的平衡点全局渐近稳定, 即 $z_1, \dots, z_{n-1}$ 渐近收敛到零, 参数估计值 $\hat{\theta}$ 渐近收敛到 θ . 因此原系统的状态 $x_1, \dots, x_{n-1}$ 也渐近收敛.

证毕.

注1 和文献[10]不同, 本文所设计的二阶滑模控制策略(16)式对符号函数进行了积分, 获得了连续的控制信号, 因此去除了抖振.

注2 式(10)和式(16)用到 z_n 的一阶导数, 而 $\dot{z}_n$ 无法直接测量. 因此, 采用如下微分估计器^[12], 获取 z_n 的微分估计值 $\hat{\dot{z}}_n$.

$$\begin{cases} \dot{w}_0(t) = v_0(t), \\ v_0(t) = w_1(t) - \lambda_0 |w_0(t) - z_n(t)|^{1/2} \times \\ \quad \operatorname{sgn}(w_0(t) - z_n(t)), \\ \dot{w}_1(t) = -\lambda_1 \operatorname{sgn}(w_0(t) - z_n(t)), \\ \hat{\dot{z}}_n(t) = w_1(t), \end{cases} \quad (19)$$

式中 λ_0 和 λ_1 为设计参数.

4 仿真算例(Simulation example)

下面分别采用本文提出的自适应反演终端滑模方法, 以及文献[8]中的自适应反演线性滑模方法对系统(1)进行仿真, 并比较这两种控制器的性能. 考虑如下系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \theta(x_1 + 0.3)^2, \\ \dot{x}_2 = x_1 \sin x_2 + x_2 + u + \Delta f(t). \end{cases}$$

对照式(1), $\Phi_1(x_1) = (x_1 + 0.3)^2$, $f(x) = x_1 \sin x_2 + x_2$, $b = 1$; 假设不确定性 $\theta = 0.5$, $\Delta f(t) = 20 \sin(4t)$. 已知不确定性上界 $l_f = 20$, $l_f = 80$, $l_\theta = 1$. 控制目标是调节输出 $y = x_1$ 到给定 $y_d = 2$. 定义误差变量 $z_1 = x_1 - y_d$, $z_2 = x_2 - a_1$. 初始状态: $x_1(0) = x_2(0) = 0$.

自适应反演终端滑模方法的参数设计为: $c_1 = 10$, $\Gamma = 1$, $\eta = 320$, $p = 5$, $q = 3$, $\gamma = 0.01$. 微分估计器参数设计为: $\lambda_0 = 46.23$, $\lambda_1 = 1045$. 由于 $\Phi_1^e = \Phi_1(y_d) = 5.29$, $\operatorname{rank}(\Phi_1^e) = m = 1$, 因此, 满足定理1的条件. 根据文献[8], 自适应反演线性滑模方法的参数设计为: $c_1 = 10$, $\Gamma = 1$, $\delta = 1$, $k = 8$, $\varepsilon = 100$. 仿真结果如图1至图5所示.

图1为采用两种方法获得的误差状态 z_2 的收敛曲线. 可见, 本文提出的自适应反演终端滑模方法可以保证 z_2 在0.5 s内收敛到零, 而自适应反演线性滑模方法得到的 z_2 渐近收敛. 图2和图3分别为两种方法获得的系统输出和参数估计值. 可见, 本文提出的方法加快了这两个量的收敛速度, 并且稳态误差更小. 图4和图5比较了两种方法的控制量, 由于本文采用了二阶滑模控制策略, 因此, 控制量是平滑的信号, 有效的消除了抖振.

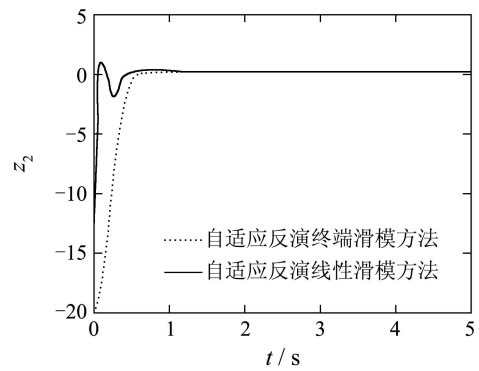


图1 误差变量 z_2

Fig. 1 Error variable z_2

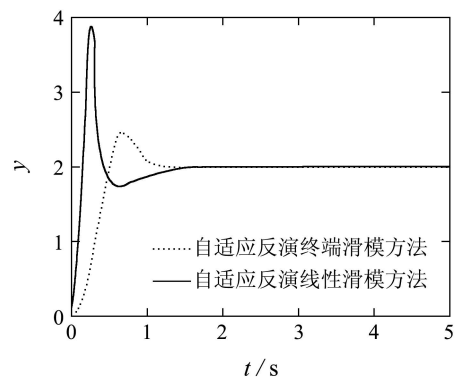
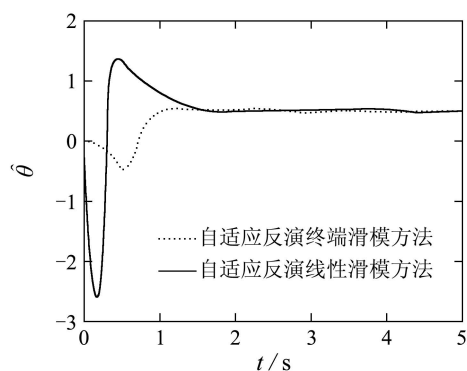
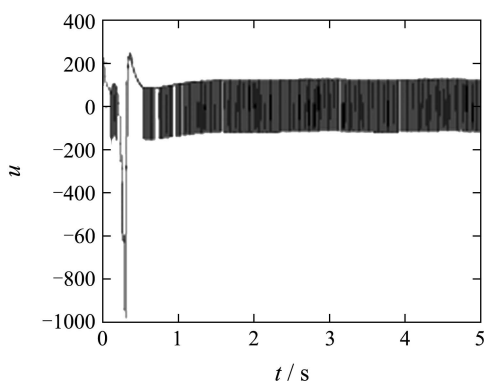
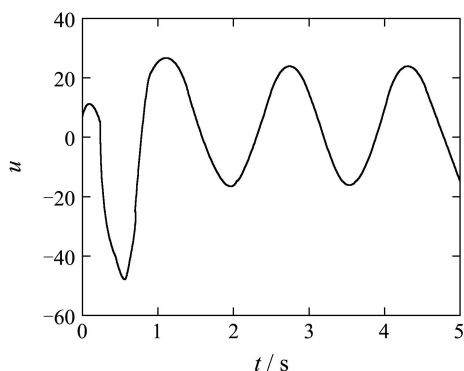


图2 系统输出 y

Fig. 2 System output y

图3 θ 的估计值Fig. 3 Estimate of θ 图4 自适应反演线性滑模方法的控制量 u Fig. 4 Control signal u of adaptive backstepping-based linear-sliding-mode method图5 自适应反演终端滑模方法的控制量 u Fig. 5 Control signal u of adaptive backstepping-based terminal-sliding-mode method

5 结论(Conclusions)

本文针对一类参数严格反馈型非线性不确定系统,提出了一种自适应反演终端滑模控制方法.前 $n-1$ 步反演控制方法,结合自适应律估计出非匹配不确定性中的未知参数.第 n 步引入特殊的非奇异终端滑模面,使系统最后一个状态有限时间收敛,并且设计了高阶滑模控制策略,去除了抖振,使系统对于匹配不确定性也具有鲁棒性.同自适应反演线性滑模方法相比,本文所提方法,提高了系统的收敛

速度和稳态跟踪精度,并且控制信号更加平滑,便于实际应用.

参考文献(References):

- [1] KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V, MORSE A S. Systematic design of adaptive controller for feedback linearizable systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(11): 1241 – 1253.
- [2] KRISTIC M, KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. Adaptive nonlinear control without overparametrization[J]. *Systems and Control Letters*, 1992, 19(2): 177 – 185.
- [3] KRISTIC M, KANELAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V. *Nonlinear and Adaptive Control Design*[M]. New York: Wiley, 1995.
- [4] 董文瀚, 孙秀霞, 林岩. 反推自适应控制的发展及应用[J]. *控制与决策*, 2006, 21(10): 1081 – 1086.
(DONG Wenhan, SUN Xiuxia, LIN Yan. Adaptive backstepping control: development and applications[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(10): 1081 – 1086.)
- [5] WU Z J, XIE X J, ZHANG S Y. The reduced-order design of robust adaptive backstepping controller[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2005, 31(4): 543 – 548.
- [6] 管成, 朱善安. 电液伺服系统的多滑模鲁棒自适应控制[J]. *控制理论与应用*, 2005, 22(6): 931 – 938.
(GUAN Cheng, ZHU Shan'an. Multiple sliding mode robust adaptive control of an electro-hydraulic servo system[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(6): 931 – 938.)
- [7] GU W J, ZHAO H C, PAN C P. Sliding mode control for an aerodynamic missile based on backstepping design[J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2005, 3(1): 71 – 75.
- [8] 李俊, 徐德民. 非匹配不确定非线性系统的自适应反演滑模控制[J]. *控制与决策*, 1999, 14(1): 46 – 50.
(LI Jun, XU Demin. Adaptive sliding mode controller for nonlinear systems with mismatched uncertainties based on adaptive backstepping scheme[J]. *Control and Decision*, 1999, 14(1): 46 – 50.)
- [9] 闫茂德, 许化龙, 贺昱曜. 基于调节函数的一类三角结构非线性系统的自适应滑模控制[J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(5): 840 – 843.
(YAN Maode, XU Hualong, HE Yuyao. Adaptive sliding mode control based on tuning function for nonlinear systems with triangular structure[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(5): 840 – 843.)
- [10] BARTOLINI G, FERRARA A, GIACOMINI L, et al. Properties of a combined adaptive/second-order sliding mode control algorithm for some classes of uncertain nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(7): 1334 – 1341.
- [11] FENG Y, YU X, MAN Z. Non-singular adaptive terminal sliding mode control of rigid manipulators[J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.
- [12] LEVANT A. Higher-order sliding modes, differentiation and output-feedback control[J]. *International Journal of Control*, 2003, 76(9): 924 – 941.

作者简介:

郑剑飞 (1982—), 男, 博士研究生, 从事滑模变结构控制、机器人控制等研究, E-mail: zjtf6303234@163.com;

冯勇 (1962—), 男, 教授, 博士生导师, 从事非线性控制等研究, E-mail: yfeng@hit.edu.cn;

郑雪梅 (1969—), 女, 副教授, 从事变结构控制与鲁棒控制等研究, E-mail: xmzheng@hit.edu.cn;

杨旭强 (1974—), 男, 副教授, 从事电机控制、图像处理等研究, E-mail: hitlaoyang@hit.edu.cn.