

基于误差系统的信息融合最优预见跟踪控制

甄子洋, 王志胜, 王道波

(南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 针对期望轨迹和干扰可预见的最优跟踪问题, 提出了一种基于误差系统的信息融合最优控制方法. 将线性伺服系统转化为误差系统; 利用信息融合估计方法, 通过融合期望轨迹、干扰输入、误差系统状态等信息, 获得误差系统协状态以及控制增量的最优估计. 构建了由积分项、状态反馈控制项和预见前馈补偿项组成的最优预见控制系统. 线性直流电机系统的控制仿真结果表明, 信息融合最优预见控制下的位置跟踪精度比传统最优预见控制下的要高.

关键词: 信息融合; 预见控制; 最优估计; 最优控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Optimal preview tracking control based on information fusion in error system

ZHEN Zi-yang, WANG Zhi-sheng, WANG Dao-bo

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

Abstract: For the linear optimal tracking problem with previewed desired trajectory and disturbance, an information fusion optimal control method based on an error system is presented. The linear servo system is transformed into an error system. Based on the information fusion estimation method, estimations of co-states and control increment vectors of error system are then derived by fusing the information of future desired trajectory, disturbance input, and error system states. An optimal preview control system is also built, which is composed of an integral term, an optimal state feedback control term and a preview feedforward compensation term. Finally, control simulation results of linear DC motor system show that the position tracking accuracy of information fusion optimal preview control is higher than that of the traditional optimal preview control.

Key words: information fusion; preview control; optimal estimation; optimal control

1 引言(Introduction)

最优预见伺服系统是在最优伺服系统上加入利用未来信息的预见前馈补偿得到的, 它能够提高目标值跟踪性能和减小输入峰值, 且不影响系统的稳定性以及对于参数变化的鲁棒性^[1]. 文献[1]给出了求解最优预见伺服系统的偏微分最优化法、扩大误差系统法和逐次最优化法, 这3种方法一直沿用至今, 它们结论相同, 且推导过程都比较繁琐.

信息融合估计主要研究在估计未知量的过程中, 如何最佳利用来自多个信息源的有用信息. 文献[2, 3]等将被估计量的线性最小方差估计作为融合估计的最优准则, 提出了数据的统一线性融合模型. 文献[3]还提出了信息量的概念, 得出“利用的信息越

多, 信息量就越大, 融合估计的精度就越高”的重要结论. 文献[4~6]利用信息融合估计方法求解线性系统和非线性系统的最优控制问题. 文献[7]提出了一种在期望轨迹信息无预见情形下的信息融合预测控制方法.

本文针对期望轨迹和干扰信息可预见的线性系统跟踪问题, 提出了一种基于误差扩大系统和信息融合估计的最优预见控制方法.

2 问题描述(Problem description)

设伺服系统的状态方程和输出方程表示为

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Ed_k, y_k = Cx_k, \quad (1)$$

式中: $x_k \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ 为状态向量, $y_k \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 为输出向

量, $u_k \in \mathbb{R}^{r \times 1}$ 为控制向量, $d_k \in \mathbb{R}^{q \times 1}$ 为干扰向量. 设误差信号为 $e_k = r_k - y_k$, 其中 $r_k \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 为目标值向量, 得到误差系统为^[1]

$$\underline{x}_{k+1} = \underline{A}\underline{x}_k + \underline{B}\Delta u_k + \underline{E}\Delta d_k + \underline{F}\Delta r_{k+1}, \quad (2)$$

$$e_k = \underline{C}\underline{x}_k, \quad (3)$$

式中:

$$\underline{x}_k = \begin{bmatrix} e_k \\ \Delta x_k \end{bmatrix}, \quad \underline{A} = \begin{bmatrix} I_m & -CA \\ 0 & A \end{bmatrix},$$

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} -CB \\ B \end{bmatrix}, \quad \underline{E} = \begin{bmatrix} -CE \\ E \end{bmatrix},$$

$$\underline{F} = \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \underline{C} = \begin{bmatrix} I_m \\ 0 \end{bmatrix}.$$

设原系统可控、可观测, 且在 $z = 1$ 处没有不变零点, $r \geq tm$, 则该误差系统可控、可观测^[1].

假设 $(k+1) \sim (k+N)$ 时刻的目标值和 $k \sim (k+N-1)$ 时刻的干扰值均已知, 定义误差系统的性能指标函数为

$$J = \sum_{j=1}^N \|e_{k+j}\|_{Q_e}^2 + \sum_{j=1}^N \|\Delta u_{k+j-1}\|_R^2. \quad (4)$$

式中, $Q_e \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 和 $R \in \mathbb{R}^{r \times r}$ 均为正定权重矩阵. 原伺服系统的最优预见跟踪控制问题即为误差系统的最优输出调节器问题, 下面利用信息融合估计理论求解该问题.

3 误差系统的信息融合最优预见控制 (Information fusion optimal preview control for error system)

3.1 控制增量的信息融合估计 (Information fusion estimation of control increment vector)

根据信息的统一量测模型以及信息量的概念^[3], 得出关于控制增量的量测信息包括:

1) 性能指标式(4)中控制能量软约束信息关于 Δu_k 的量测方程及其信息量为

$$\Delta u_k^* = \Delta u_k + n_k, I[\Delta u_k^*] = R, \quad (5)$$

式中: $\Delta u_k^* = 0$ 为期望控制增量, n_k 为零均值、协方差为 R^{-1} 的白噪声.

2) 假设已经融合 k 时刻之后的所有信息, 获得协状态最优融合估计 $\hat{\underline{x}}_{k+1}$ 及其信息量 $\underline{P}_{k+1}^{-1}$, 则存在如下量测方程

$$\hat{\underline{x}}_{k+1} = \underline{x}_{k+1} + w_{k+1}, \quad (6)$$

式中, w_{k+1} 是零均值、协方差为 $\underline{P}_{k+1}$ 的白噪声. 将

式(2)代入式(6), 得到 $\hat{\underline{x}}_{k+1}$ 关于 $\Delta u(k)$ 的量测方程

$$\hat{\underline{x}}_{k+1} - \underline{A}\underline{x}_k - \underline{E}\Delta d_k - \underline{F}\Delta r_{k+1} = \underline{B}\Delta u_k + w_{k+1} \quad (7)$$

及其信息量为 $I[\hat{\underline{x}}_{k+1} | \Delta u_k] = \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \underline{B}$.

根据信息融合估计定理^[3], 融合式(5)和(7)所示的量测信息, 得出控制增量的最优融合估计为

$$\Delta \hat{u}_k = (R + \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \underline{B})^{-1} [\underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} (\hat{\underline{x}}_{k+1} - \underline{A}\underline{x}_k - \underline{E}\Delta d_k - \underline{F}\Delta r_{k+1})]. \quad (8)$$

3.2 协状态的信息融合滤波 (Information fusion filtering of co-state)

关于误差系统协状态 $\underline{x}_{k+j}$, $j = 1, 2, \dots, N$ 的量测信息包括:

1) 性能指标式(4)中误差系统的期望输出信息的量测方程为

$$e_{k+j}^* = e_{k+j} + m_{k+j}. \quad (9)$$

式中: $e_{k+j}^* = 0$ 为误差系统的期望输出, m_{k+j} 为零均值、协方差为 Q_e^{-1} 的白噪声. 将式(3)代入式(9), 得出 e_{k+j}^* 关于 $\underline{x}_{k+j}$ 的量测方程及信息量为

$$e_{k+j}^* = \underline{C}\underline{x}_{k+j} + m_{k+j}, I[e_{k+j}^* | \underline{x}_{k+j}] = \underline{C}^T Q_e \underline{C}. \quad (10)$$

2) 假设通过融合 $(k+j)$ 时刻之后的所有信息, 获得协状态最优融合估计 $\hat{\underline{x}}_{k+j+1}$ 及其信息量 $\underline{P}_{k+j+1}^{-1}$, 则 $\hat{\underline{x}}_{k+j+1}$ 关于 $\underline{x}_{k+j+1}$ 的量测方程为

$$\hat{\underline{x}}_{k+j+1} = \underline{x}_{k+j+1} + w_{k+j+1}, \quad (11)$$

式中, w_{k+j+1} 是零均值、协方差为 $\underline{P}_{k+j+1}$ 的白噪声. 性能指标式(4)中控制能量软约束信息的量测方程为

$$\Delta u_{k+j-1}^* = \Delta u_{k+j-1} + n_{k+j-1}, \quad (12)$$

式中, n_{k+j-1} 为零均值、协方差为 R^{-1} 的白噪声. 联立式(2)、式(11)和(12), 得出 $\hat{\underline{x}}_{k+j+1}$ 关于 $\underline{x}_{k+j}$ 的量测方程为

$$\hat{\underline{x}}_{k+j+1} - \underline{E}\Delta d_{k+j} - \underline{F}\Delta r_{k+j+1} = \underline{A}\underline{x}_{k+j} + \underline{B}(-n_{k+j}) + w_{k+j+1}, \quad (13)$$

及信息量为

$$I[\hat{\underline{x}}_{k+j+1} | \underline{x}_{k+j}] = \underline{A}^T (\underline{P}_{k+j+1} + \underline{B}R^{-1}\underline{B}^T)^{-1} \underline{A}.$$

根据信息融合估计定理^[3], 融合式(10)和(13)所示的量测信息, 得出协状态的最优融合滤波方程为

$$\hat{\underline{x}}_{k+j} = \underline{P}_{k+j} [\underline{A}^T (\underline{P}_{k+j+1} + \underline{B}R^{-1}\underline{B}^T)^{-1} \times (\hat{\underline{x}}_{k+j+1} - \underline{E}\Delta d_{k+j} - \underline{F}\Delta r_{k+j+1})], \quad (14)$$

$$P_{k+j}^{-1} = \underline{C}^T Q_e \underline{C} + \underline{A}^T (\underline{P}_{k+j+1} + \underline{B} \underline{R}^{-1} \underline{B}^T)^{-1} \underline{A}. \quad (15)$$

逆向递推计算的协状态融合滤波方程(14)和(15)需要考虑初值问题. 从信息的角度分析, 由于在 \$(k+N)\$ 时刻之后的目标信息和在 \$(k+N-1)\$ 时刻之后的干扰信息均不可预见, 则 \$\Delta r_{k+N+1} = 0, \Delta d_{k+N} = 0, \hat{x}_{k+N+1} = 0, \underline{P}_{k+N+1}^{-1} = 0\$, 因此, 滤波初值为

$$\hat{x}_{k+N} = 0, \underline{P}_{k+N}^{-1} = \underline{C}^T Q_e \underline{C}.$$

为避免 \$\underline{P}_{k+N}^{-1}\$ 非奇异, 取

$$\underline{P}_{k+N}^{-1} = \underline{C}^T Q_e \underline{C} + \underline{A}^T ((1/\lambda) I_{m+n} + \underline{B} \underline{R}^{-1} \underline{B}^T)^{-1} \underline{A},$$

式中 \$\lambda\$ 为的正数.

定理 1 对于误差系统(2), (3)的最优输出调节问题(4), 协状态信息量与预见步数成单调递增函数关系, 并存在极限值.

证 由于式(15)表示的协状态信息量方程与传统最优控制中离散输出调节器的黎卡提方程完全相同. 根据最优控制理论中的相关结论^[8], 容易得出: 在 \$\underline{A}, \underline{B}, \underline{C}, Q_e, R\$ 都为定常矩阵时, \$\underline{P}_{k+j}^{-1}, j = N, N-1, \dots, 1\$ 是单调递增函数, 即信息量 \$\underline{P}_{k+1}^{-1}\$ 随着预见步数 \$N\$ 的增加而增加, 并且 \$\underline{P}_{k+1}^{-1}\$ 有界. 因此, 误差系统的协状态信息量关于预见步数是单调递增收敛的. 证毕.

4 信息融合最优预见控制系统(Information fusion optimal preview control system)

下面构造信息融合最优预见控制系统. 令

$$\tilde{P}_{k+i} = \underline{P}_{k+i} \underline{A}^T (\underline{P}_{k+i+1} + \underline{B} \underline{R}^{-1} \underline{B}^T)^{-1}, i=1, 2, \dots, N,$$

根据式(14), 有

$$\hat{x}_{k+i} = \tilde{P}_{k+i} (\hat{x}_{k+i+1} - \underline{E} \Delta d_{k+i} - \underline{F} \Delta r_{k+i+1}).$$

经过递推计算, 得出

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} = & \left(\prod_{i=1}^N \tilde{P}_{k+i} \right) \hat{x}_{k+N+1} - \sum_{j=1}^N \left(\prod_{i=1}^j \tilde{P}_{k+i} \right) \underline{E} \Delta d_{k+j} - \\ & \sum_{j=1}^N \left(\prod_{i=1}^j \tilde{P}_{k+i} \right) \underline{F} \Delta r_{k+j+1}. \end{aligned}$$

由于 \$\hat{x}_{k+N+1} = 0, \Delta d_{k+N} = 0, \Delta r_{k+N+1} = 0\$, 因此

$$\begin{aligned} \hat{x}_{k+1} = & - \sum_{j=1}^{N-1} \left(\prod_{i=1}^j \tilde{P}_{k+i} \right) \underline{E} \Delta d_{k+j} - \\ & \sum_{j=1}^{N-1} \left(\prod_{i=1}^j \tilde{P}_{k+i} \right) \underline{F} \Delta r_{k+j+1}. \end{aligned}$$

将其代入式(8), 有

$$\begin{aligned} \Delta \hat{u}_k = & [R + \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \underline{B}]^{-1} \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \{ -\underline{A} \underline{x}_k - \\ & [\underline{E} \Delta d_k + \sum_{j=1}^{N-1} \left(\prod_{i=1}^j \tilde{P}_{k+i} \right) \underline{E} \Delta d_{k+j}] - \end{aligned}$$

$$[\underline{F} \Delta r_{k+1} + \sum_{j=1}^{N-1} \left(\prod_{i=1}^j \tilde{P}_{k+i} \right) \underline{F} \Delta r_{k+j+1}] \}.$$

进一步改写为

$$\begin{aligned} \Delta \hat{u}_k = & G_0 \underline{x}_k + \sum_{j=0}^{N-1} G_d(j) \Delta d_{k+j} + \\ & \sum_{j=0}^{N-1} G_r(j+1) \Delta r_{k+j+1}. \end{aligned}$$

式中, \$G_0\$ 为误差系统的反馈系数, \$G_d(j)\$ 为干扰预见前馈系数, \$G_r(j+1)\$ 为目标预见前馈系数, 且

$$G_0 = -(R + \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \underline{B})^{-1} \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \underline{A},$$

$$G_d(0) = -(R + \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \underline{B})^{-1} \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \underline{E},$$

$$G_d(j) = -(R + \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \underline{B})^{-1} \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \left(\prod_{i=1}^j \tilde{P}_{k+i} \right) \underline{E},$$

$$G_r(1) = -(R + \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \underline{B})^{-1} \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \underline{F},$$

$$G_r(j+1) = -(R + \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \underline{B})^{-1} \underline{B}^T \underline{P}_{k+1}^{-1} \left(\prod_{i=1}^j \tilde{P}_{k+i} \right) \underline{F},$$

式中, \$j = 1, 2, \dots, N-1\$. 令 \$G_0 = [G_e \ G_x]\$, 并假设系统初始值为零, 则最优控制律为

$$\begin{aligned} \hat{u}_k = & G_e \frac{1}{1-z^{-1}} e_k + G_x x_k + \sum_{j=0}^{N-1} G_d(j) d_{k+j} + \\ & \sum_{j=0}^{N-1} G_r(j+1) r_{k+j+1}. \end{aligned}$$

基于上述推导, 得出信息融合最优预见伺服系统的结构如图1所示. 最优预见伺服系统含有积分环节, 对阶跃目标值及阶跃干扰可使稳态误差为零, 即可构成所谓内模原理得到的控制系统. 最优预见伺服系统是在全状态反馈最优伺服系统的基础上附加了利用未来目标值和干扰信息的预见前馈补偿项. 在误差闭环系统中, 利用信息融合估计方法求解的反馈控制律与传统最优控制中离散输出调节器的反馈控制律完全一致, 因此根据离散输出调节器的相关性质^[8], 得出在反馈控制律 \$G_0\$ 作用下的误差闭环系统是渐近稳定的. 同理, 容易得出原闭环系统在反馈控制律 \$G_x\$ 作用下也是渐近稳定的.

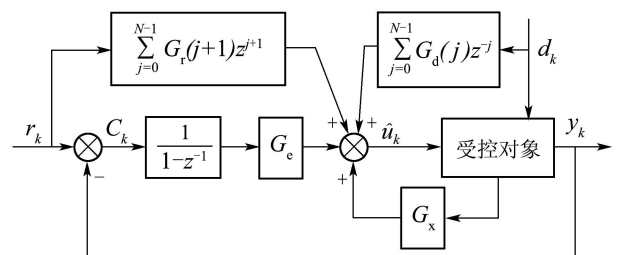


图1 信息融合最优预见控制系统

Fig. 1 Information fusion optimal preview control system

5 仿真研究(Simulation research)

考虑如下线性直流无刷电机系统^[1]:

$$\begin{bmatrix} \dot{P}(t) \\ \dot{v}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{D}{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P(t) \\ v(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_F}{M} \end{bmatrix} i_R(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{M} \end{bmatrix} d(t). \quad (16)$$

式中: P 为位置输出, v 为速度输出, i_R 为电流输入, $M = 1.28 \text{ kg}$ 为可动部分质量, $D = 3.48 \text{ Ns/m}$ 为摩擦系数, $K_F = 3.8 \text{ N/A}$ 为推力系数. 按采样周期 $t_s = 0.001 \text{ s}$, 将状态方程离散化, 有

$$\begin{bmatrix} P_{k+1} \\ v_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 9.96 \times 10^{-4} \\ 0 & 9.91 \times 10^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_k \\ v_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4.74 \times 10^{-6} \\ 9.46 \times 10^{-3} \end{bmatrix} i_{Rk} + \begin{bmatrix} -1.25 \times 10^{-6} \\ -2.49 \times 10^{-3} \end{bmatrix} d_k. \quad (17)$$

在仿真研究中, 设目标信号为 $r(t) = 0.2\sin(\pi t)$, 干扰信号为 $d(t) = 10\sin(\pi t)$; 性能指标权重矩阵取 $Q_e = 10^4$, $R = 1$. 将信息融合预见控制算法与文献[1]给出的预见控制算法进行比较. 图2、图3分别表示预见步数取20, 80时的伺服系统输出误差和控制电流的比较结果.

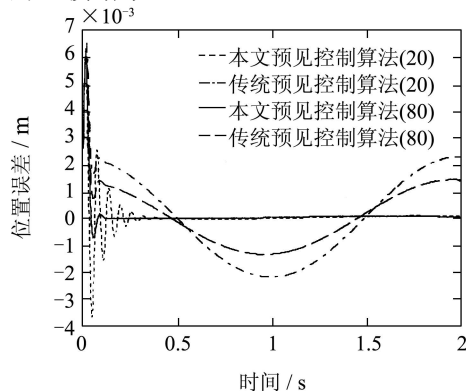


图2 位置输出误差曲线

Fig. 2 Curves of position output error

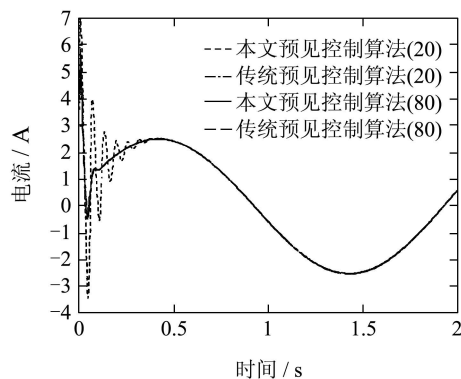


图3 控制电流输入曲线

Fig. 3 Curves of control current input

从图2看出, 预见步数越多, 预见前馈补偿器发挥的作用越大, 控制精度越高, 并且, 本文算法在预见步数为20时得到的稳态误差比文献[1]算法在预见

步数为80时得到的稳态误差还小很多, 说明在相同的控制精度要求下, 本文算法所需的预见步数比文献[1]算法少. 从图3看出, 本文算法与文献[1]算法的控制量相当.

6 结论(Conclusion)

利用信息融合方法, 推导了误差系统协状态和控制增量的最优融合估计算法, 从而解决了期望轨迹和干扰可预见的最优跟踪控制问题. 进一步将误差系统的信息融合预见控制结构转化为包含积分项、全状态反馈项和预见前馈补偿项的最优预见控制系统结构. 仿真结果表明, 利用期望轨迹和干扰信息有助于提高伺服系统的跟踪控制性能, 且在有限预见步数下, 信息融合最优预见控制比传统最优预见控制更能够有效利用系统的未来信息.

参考文献(References):

- [1] 土谷武士, 江上正. 最新自动控制技术—数字预见控制[M]. 北京: 科学技术出版社, 1994: 35–60.
(TSUCHIYA Takeshi, EGAMI Tadashi. *Newest Auto Control Technique—Digital Preview Control*[M]. Beijing: Science and Technology Press, 1994: 35–60.)
- [2] LI X R, ZHU Y M, WANG J, et al. Optimal linear estimation fusion—Part I: unified fusion rules[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2003, 49(9): 2192–2208.
- [3] 周军, 王志胜, 周凤岐. 基于线性均方估计的数据融合理论[J]. 宇航学报, 2003, 24(4): 364–367.
(ZHOU Jun, WANG Zhisheng, ZHOU Fengqi. The theory of multi-sensor system data fusion based on linear least estimation[J]. *Journal of Astronautics*, 2003, 24(4): 364–367.)
- [4] 王志胜, 王道波. 含理想控制策略和期望轨道的最优控制[J]. 控制与决策, 2006, 21(1): 100–103.
(WANG Zhisheng, WANG Daobo. Optimal control with ideal control strategy and expected trajectory[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(1): 100–103.)
- [5] WANG Z S, WANG D B, ZHEN Z Y. Primary exploration of nonlinear information fusion control theory[J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2007, 50(5): 686–696.
- [6] 王志胜. 时滞非线性离散动态系统最优控制的信息融合估计方法[J]. 控制理论与应用, 2008, 23(4): 397–402.
(WANG Zhisheng. Optimal control for time-delayed nonlinear discrete system based on information fusion estimation method[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 23(4): 397–402.)
- [7] 甄子洋, 王志胜, 王道波. 基于信息融合最优估计的非线性系统预测控制[J]. 自动化学报, 2008, 34(3): 331–336.
(ZHEN Ziyang, WANG Zhisheng, WANG Daobo. Predictive control based on information fusion optimal estimation for nonlinear discrete system[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(3): 331–336.)
- [8] 胡寿松, 王执铨, 胡维礼. 最优控制理论与系统[M]. 第2版, 北京: 科学出版社, 2005: 165–212.
(HU Shousong, WANG Zhiqian, HU Weili. *Optimal Control Theory and Systems*[M]. Second Edition, Beijing: Science Press, 2005, 165–212.)

作者简介:

甄子洋 (1981—), 男, 博士生, 从事信息融合估计与控制、无人机飞行控制、计算智能等研究, E-mail: zhenziyang@nuaa.edu.cn;

王志胜 (1970—), 男, 副教授, 硕士生导师, 从事信息融合估计与控制、无人机飞行控制等研究;

王道波 (1957—), 男, 教授, 博士生导师, 从事航空仿真与控制、无人机飞行控制、机电模拟等研究.