

一种新型非线性PID控制器及其参数设计

尚 宏, 陈志敏, 任永平

(太原卫星发射中心 技术部, 山西 太原 030027)

摘要: 方法简单、参数效率高是非线性PID控制器所期望的特征. 本文提出一种新的非线性PID控制器设计方法, 并就其非线性函数的函数特点以及控制器参数选择问题进行了分析. 首先, 利用电容极间场强的作用原理提出了一种非线性函数构造方法, 并用来对常规PID控制器进行修正, 形成一种非线性PID控制器; 其次, 对非线性函数进行了分析, 指出了不同参数对非线性函数的影响; 最后, 利用T-无源的有关结论对这种非线性PID控制器的稳定性进行分析, 得到了这一非线性PID控制器的参数设计依据. 仿真实例表明了文中所提控制方法及其参数设计依据的有效性.

关键词: 非线性系统; PID控制; 稳定性; 无源性

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Parameter selection for a new class of nonlinear PID controller

SHANG Hong, CHEN Zhi-min, REN Yong-ping

(Technique Department, Taiyuan Satellite Launch Center, Taiyuan Shanxi 030027, China)

Abstract: The preferred features for a nonlinear PID controller are its simplicity and effectiveness. To achieve these features, we propose a new class of nonlinear PID controller, analyze the nonlinear function characteristics and develop the method of parameter selection. Firstly, we put forward a method for constructing nonlinear functions based on the action principle of the electric field between two plates of a capacitor. This method is applied to modify the conventional PID controller to form a new class of nonlinear PID controller. Secondly, an analysis is given to the nonlinear function, revealing the relation between the function and its parameter. Thirdly, concepts of T-Passivity are employed to explore the stability of the nonlinear PID controller, and a guideline for the parameter selection of the nonlinear controller is given. Simulation shows the validities of the nonlinear PID controller and its parameter selection conclusion.

Key words: nonlinear system; PID controller; stability; passivity

1 引言(Introduction)

常规的PID控制是将控制误差、误差积分、误差微分这3个状态量线性组合而形成控制量. 大量的分析研究表明, 以某种非线性形式组合这3个状态量、形成变增益PID控制将有助于提高控制效果.

归纳现有文献, 将常规PID控制进行非线性修正的方法大体有以下两类: 1) 模糊PID、神经网络PID类^[1,2], 它是利用理论较为完善的模糊数学、神经网络对常规PID进行修正. 这类方法的优点是非线性构造能力强, 能够逼近任意的非线性函数; 但这类方法的参数调试较为复杂, 不利于工程应用. 2) 直接利用非线性函数进行修正, 这类方法具有代表性的是: 韩京清在文[3]中所提出的状态分段修正方法; Margaliot M.的双曲优化方法^[4]; Brain A.的变刚度方法^[5], 这类方法实现简便, 但非线性构造能力

不如第1类方法.

就工程应用而言, 非线性PID控制应该具有方法简单、参数效率高的特点^[6]. 本文根据电容场强作用原理构造出一种新的非线性PID控制器, 它不仅具备了上述优点, 而且在控制参数调试时具有非常直观的物理意义, 易于被控制工程师所接受. 本文从工程角度出发, 利用T-无源^[7]的有关结论推导出一个控制参数设计依据, 这一结论具有良好的工程性, 并且对其它非线性PID控制器设计也是有效的.

2 控制算法简介(Algorithm)

假设一个电容的两极均为正极, 而一个正电荷处在两极中, 当该正电荷的初始位置不在平衡电场处时, 电容两极对它的排斥力不平衡, 电荷将向平衡电场处运动, 该正电荷最终的位置将处在平衡作用处.

这种排斥作用和控制作用有很相似的特点. 考

虑如图1所示的电容结构, 电极在数轴上的位置坐标为 $\pm e_0$, 电极电压为 $\pm U_0$, 则数轴上任一点A处所受到的场强作用为:

$$U_{\text{total}} = U_{+U_0} + U_{-U_0} = F(L_1, L_2) \cdot (+U_0) + F(L_2, L_1) \cdot (-U_0). \quad (1)$$

式中的场强作用函数 $F(*, *)$ 按照场强计算公式^[8]取为双曲形式

$$\begin{cases} F(L_1, L_2) = \frac{L_1^{-m}}{L_1^{-m} + L_2^{-m}}, \\ F(L_2, L_1) = \frac{L_2^{-m}}{L_1^{-m} + L_2^{-m}}. \end{cases} \quad (2)$$

距离 L_1, L_2 表示为

$$\begin{cases} L_1 = |e_0 - e|, \\ L_2 = |-e_0 - e| = |e_0 + e|. \end{cases} \quad (3)$$

将式(2)(3)代入式(1), 化简后得:

$$u(e) = \frac{(e_0 + e)^m - (e_0 - e)^m}{(e_0 + e)^m + (e_0 - e)^m} U_0, |e| < e_0. \quad (4)$$

式中参数 $m > 0$, 用来控制函数的曲率; 参数 U_0 用来控制函数的幅值; 对于条件 $|e| < e_0$, 可以采用截取的办法: 若 $|e| > e_0, e = \text{sgn } e \cdot e_0$.

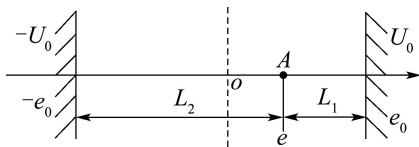


图1 电容结构示意图

Fig. 1 Sketch map of the capacitor structure

考虑控制作用和场强作用相似, 将电荷位置坐标参量 e 看作控制误差量, 则利用式(4)可以形成一种非线性PID控制

$$u_{\text{PID}} = u(e) + u(\dot{e}) + u\left(\int e\right). \quad (5)$$

3 函数特点分析(Function features)

为了刻画式(4)的参数效率, 对其函数性质作一分析, 可以分为以下3种情况:

3.1 参数 U_0 任意, m 固定(U_0 is arbitrary, m is Fixed)

对于任意过零函数 $U^*(e)$, 令

$$f(e) = \frac{(e_0 + e)^m - (e_0 - e)^m}{(e_0 + e)^m + (e_0 - e)^m},$$

解 U_0 的方程

$$U^*(e) - \frac{(e_0 + e)^m - (e_0 - e)^m}{(e_0 + e)^m + (e_0 - e)^m} U_0 = 0,$$

$$\text{得 } U_0 = \frac{U^*(e)}{f(e)}, e \neq 0.$$

当 $e = 0$ 时,

$$U^*(e) - \frac{(e_0 + e)^m - (e_0 - e)^m}{(e_0 + e)^m + (e_0 - e)^m} U_0 = 0.$$

故当参数 U_0 任意变化时, 函数(4)可以形成任意过零函数。

3.2 参数 m 任意, U_0 固定(m is arbitrary, U_0 is Fixed)

同样, 对于任意过零函数 $U^*(e)$, 解 m 的方程:

$$U^*(e) - \frac{(e_0 + e)^m - (e_0 - e)^m}{(e_0 + e)^m + (e_0 - e)^m} U_0 = 0,$$

得:

$$m = \log \left(\frac{1 - \delta^*}{1 + \delta^*} \right) / \log \left(\frac{e_0 - e}{e_0 + e} \right), e \neq 0. \quad (6)$$

式中 $\delta^* = U^*(e)/U_0$. 即当 m 取式(6)时, 有

$$U^*(e) - \frac{(e_0 + e)^m - (e_0 - e)^m}{(e_0 + e)^m + (e_0 - e)^m} U_0 = 0.$$

由此可见, 如果参数 m 不固定, 则函数(4)可以形成任意过零函数。

3.3 参数 U_0 固定, m 固定(U_0 and m are both fixed)

从工程角度出发, 一般参数 m, U_0 选择为某一固定的值, 在这种情况下, 通过选择不同的参数 m 可以形成不同曲率的过零单调函数. 当 $m > 0$ 时, 函数(4)为单调递增函数; 当 $m < 0$ 时, 函数(4)为单调递减函数; 显然, 当 $m = \pm 1$ 时, 函数(4)即为线性情况. 对于控制器设计而言, 一般采用 $m > 0$ 、单调递增形式($m < 0$ 、单调递减对应于正反馈形式)。

4 控制器参数设计(Parameter selection)

已有的非线性PID控制器的参数设计主要是根据Lyapunov框架下的一些稳定性定理、判据来进行^[9,10], 如: 绝对稳定性的增益上界、Popov判据等. 由于Lyapunov定理是充分的, 因而其参数设计的保守性较大, 在实际工程中意义并不大。

在实际工程中, 非线性PID控制器的参数调试一般是先整定好一个线性PID控制器, 在此基础上, 参照线性PID控制器的参数来调节非线性PID控制器, 非线性PID控制器和线性PID控制器的等效增益不应有较大的偏差, 否则会引发稳定性问题. 基于这样的认识, 下文将利用 T -无源的有关结论对非线性PID控制器的参数设计问题进行分析。

定义1 考虑如下仿射系统^[7]:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u, \\ y = h(x, t). \end{cases} \quad (7)$$

若存在正定函数 $V(x, t)$ 和 $\mathcal{K}$ 类函数 $\gamma(\cdot)$ 以及有限的 $T > 0$, 使得

$$V(x(t_0 + T), t_0 + T) - V(x(t_0), t_0) \leq \int_{t_0}^{t_0+T} y^T(\tau) u(\tau) d\tau + \gamma(\|x(t)\|), \quad (8)$$

则系统(7)称为 T -严格无源; 若 $\gamma(\cdot) = 0$, 则称 T -无源.

对于 T -无源, 有如下结论.

引理 1 若系统(7)为 T -严格无源, 则系统渐近稳定; 若系统为 T -无源, 则系统Lyapunov稳定^[7].

利用 T -无源的稳定性结论, 对线性PID控制和非线性PID控制进行对比分析, 可以获得如下命题.

命题 1 对于系统(7), 假设存在一个稳定的线性PID控制器, 其增益算子表示为 $\bar{G}$; 设非线性PID控制器的增益算子为 $G(e)$, 若在系统的误差范围 $[e_0, e_T]$ 内有:

$$\int_{e_0}^{e_T} (\bar{G} - G(e)) de \geq 0$$

成立, 则在工程近似条件下, 可以认为非线性PID控制系统稳定.

证 对于系统(7), 假设存在一个线性PID控制系统满足上述 T -无源的定义, 则有:

$$V(x(t_0 + T), t_0 + T) - V(x(t_0), t_0) \leq \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{y}^T(\tau) \bar{u}(\tau) d\tau. \quad (9)$$

这里, 系统的终止状态 $x(t_0 + T)$ 取为系统的平衡态.

对于非线性PID控制器, 考虑其初始状态 $x(t_0)$, 终止状态 $x(t_0 + T)$ 和上述线性PID控制时相同, 若其对应的耗散不等式成立:

$$V(x(t_0 + T), t_0 + T) - V(x(t_0), t_0) \leq \int_{t_0}^{t_0+T} y^T(\tau) u(\tau) d\tau. \quad (10)$$

则根据引理1, 非线性PID控制系统Lyapunov稳定.

令 $\Delta y(t) = y(t) - \bar{y}(t)$, $\Delta u(t) = u(t) - \bar{u}(t)$, 则式(10)化为

$$\begin{aligned} V(x(t_0 + T), t_0 + T) - V(x(t_0), t_0) &\leq \int_{t_0}^{t_0+T} (\bar{y}^T(\tau) + \Delta y^T(\tau))(\bar{u}(\tau) + \Delta u(\tau)) d\tau = \\ &\int_{t_0}^{t_0+T} \bar{y}^T(\tau) \bar{u}(\tau) d\tau + \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{y}^T(\tau) \Delta u(\tau) d\tau + \\ &\int_{t_0}^{t_0+T} \Delta y^T(\tau) \bar{u}(\tau) d\tau + \int_{t_0}^{t_0+T} \Delta y^T(\tau) \Delta u(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

忽略最后一项, 并为了简化问题, 假设被控对象是无损的, 则第2项和第3项可以合并:

$$V(x(t_0 + T), t_0 + T) - V(x(t_0), t_0) \leq \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{y}^T(\tau) \bar{u}(\tau) d\tau + 2 \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{y}^T(\tau) \Delta u(\tau) d\tau. \quad (11)$$

只要式(11)中的

$$\int_{t_0}^{t_0+T} \bar{y}^T(\tau) \Delta u(\tau) d\tau \geq 0,$$

则根据式(9)可知式(10)成立.

将非线性PID控制器用算子 $G(e(t))$ 表示、线性PID控制器用算子 $\bar{G}$ 表示. 由于只考察控制器的增益, 故令 $\bar{y}(t) = -\bar{e}(t) = -e(t)$ (负反馈), 则有

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{y}^T(\tau) \Delta u(\tau) d\tau &= \\ \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{e}^T(\tau) (\bar{u}(\tau) - u(\tau)) d\tau &= \\ \int_{t_0}^{t_0+T} \bar{e}^T(\tau) (\bar{G} - G(e(\tau))) \bar{e}(\tau) d\tau. \end{aligned}$$

显然, 对上面的二次型积分, 若

$$\int_{t_0}^{t_0+T} (\bar{G} - G(e(\tau))) d\tau \geq 0,$$

则式(10)成立, 非线性PID控制系统Lyapunov稳定.

通过积分变换,

$$\int_{t_0}^{t_0+T} (\bar{G} - G(e(\tau))) d\tau \geq 0,$$

可以表示为

$$\int_{e_0}^{e_T} (\bar{G} - G(e)) de \geq 0. \quad (12)$$

证毕.

式(12)为非线性PID控制器的参数设计提供了近似依据: 在某一初始状态和终止状态间, 非线性PID控制器增益曲线和相应横轴间所围的面积要小于线性PID控制器增益所围的面积, 此时, 只要线性PID控制系统稳定, 则非线性PID控制系统也稳定.

对于式(4), 一般是根据被控对象的特点和指标要求先确定参数 m 的值, 再参照线性PID控制器的参数, 按照面积相等确定参数 U_0 , e_0 则选为系统最大误差.

5 仿真示例(Examples)

考虑被控对象模型为 $1/s(s+1)(s+2)$, 线性PID控制器的参数为: $k_p = 5$, $k_i = 0$, $k_d = 4.1$. 按照面积相等的参数设计依据, 非线性PID控制器的参数为:

误差 e 分量: $U_0^e = 32$, $m^e = 0.1$, $e_0 = 1$;

误差速率 $\dot{e}$ 分量: $U_0^{\dot{e}} = 14$, $m^{\dot{e}} = 0.2$, $\dot{e}_0 = 1$.

此时, 两个控制器的增益曲线所围面积如表1.

表1 增益曲线所围面积

Table 1 The area under the gain curves

	线性	非线性	面积差
e	2.5	2.47	0.03
$\dot{e}$	2.05	1.99	0.06

在上述参数下,两种控制方法的阶跃响应如图2,可以看出两者的阶跃响应大体相同,也即控制刚度大体相同.由此也可以看出,面积相等这一参数设计依据是有效的.

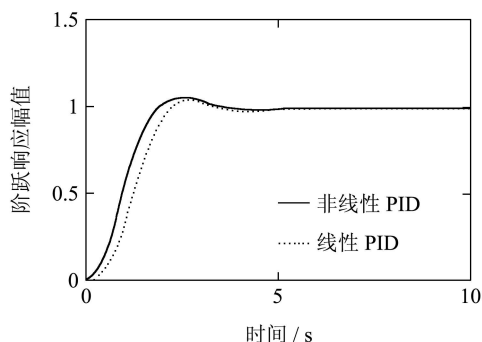


图2 阶跃响应比较

Fig. 2 Step response comparison

在系统闭环回路中串入纯延时环节,调节延时参数,直至系统发生等幅振荡,此时的延时参数即为系统的最大延时承受能力.在上述参数下,线性PID控制器和非线性PID控制器的测试结果如下:

线性PID的最大延时: 0.51 s.

非线性PID的最大延时: 0.98 s.

纯延时承受能力的测试表明,在和线性PID控制器具有相同的控制刚度情况下,通过参数选择,非线性PID控制方法可以获得更大的稳定裕度(延时对应于相位的滞后).也就是说,对于系统动态响应性能和稳定性间的矛盾,非线性PID控制方法有更大的折衷空间.

6 结论(Conclusion)

本文根据带电粒子在电容电极间的作用原理,构造了一种非线性函数用来修正常规PID控制率,这种非线性函数除了简单、非线性构造效率高外,还具有直观的物理意义,非常利于控制参数的调试.通过

仿真实例可以看出,文中所提的非线性PID控制具有很好的控制能力,能够较好地折衷稳定裕度和控制精度间的矛盾.从工程性出发,文中给出了这一非线性PID控制器的参数设计依据,尽管这一结果是近似的,但在工程中十分简单、有效,更多的仿真测试也证明这一点(限于篇幅,未作罗列),这一设计依据对其它非线性PID控制器设计方法也是有效的.

参考文献(References):

- [1] YING H. Sufficient conditions on general fuzzy systems as function approximators[J]. *Automatica*, 1994, 30(3): 521 – 525.
- [2] 孙增圻. 智能控制理论与技术[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997
- [3] 韩京清. 自抗扰控制技术[J]. 前沿科学, 2007, 1(1): 24 – 31. (HAN Jingqing. Auto disturbances rejection control technique[J]. *Frontier Science*, 2007, 1(1): 24 – 31.)
- [4] MARGALIOT M, LANGHOLZ G. Hyperbolic optimal control and fuzzy control[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans*, 1999, 29(1): 1 – 10.
- [5] BRIAN A, BRUCE A W. Nonlinear PID control with partial state knowledge: damping without derivatives[J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2000, 19(8): 715 – 731.
- [6] HU B G, MANN G K I, GOSINE R G. Control curve design for nonlinear (or fuzzy) proportional action using spline-based functions[J]. *Automatica*, 34(9): 1125 – 1133.
- [7] CALCEV G, CAMPION G. T-passivity and related concepts[C] // *European Control Conference*. Belgium: Brussels, 1997.
- [8] 贾瑞皋, 薛庆忠. 电磁学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2003.
- [9] 高为炳. 非线性控制系统导论[M]. 北京: 科学出版社, 1988.
- [10] JENKINS D F, PASSINO K M. An introduction to nonlinear analysis of fuzzy control system[J]. *Journal of Intelligent and Fuzzy Systems*, 1999, 7(1): 75 – 103.

作者简介:

尚 宏 (1961—), 男, 研究员, 研究领域为非线性系统控制, E-mail: waterman4633@sina.com;

陈志敏 (1959—), 男, 研究员, 研究方向为系统辨识和最优控制.