

基于概率分布代表点的模型集合设计方法

孙福明¹, 洪日昌², 吴秀清²

(1. 辽宁工业大学 电子与信息工程学院, 辽宁 锦州 121001; 2. 中国科学技术大学 电子工程与信息科学系, 安徽 合肥 230027)

摘要: 对于估计、滤波和控制等问题, 多模型方法提供了一种非常优越的解决方案. 设计优良的模型集合是应用多模型方法的首要问题. 本文提出了一种基于概率分布代表点的模型集合设计方法. 在已知系统模式的概率分布条件下, 由数论方法获得代表其概率分布的F-偏差或伪F-偏差代表点和均方差代表点, 利用这些代表点构成覆盖系统模式空间的模型集合. 文中给出了一维和二维模型集合的具体设计. 仿真结果说明了所设计的模型集合的性能.

关键词: 模型集合; 数论方法; 代表点; 偏差

中图分类号: TN953 **文献标识码:** A

Model-set design method with representative points of probability distribution

SUN Fu-ming¹, HONG Ri-chang², WU Xiu-qing²

(1. School of Electronic and Information Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou Liaoning 121001, China;

2. Department of Electronic Engineering and Information Science, University of Science and Technology of China, Hefei Anhui 230027, China)

Abstract: Multiple-model approach provides the state-of-the-art solutions to many problems involving estimation, filtering and control, etc. The design of a model-set is one of the important problems in the application of the multiple-model algorithm. A new method for designing model-set with representative points of probability distribution is proposed. Based on the given probability distribution of a system mode, the F-discrepancy or quasi F-discrepancy representative points and the mean square error representative points representing the probability distribution of system mode are selected by means of number-theoretic method. The model-set used in a multiple-model approach is then constructed. Model-set design in one-dimensional space and two-dimensional space is also given. Finally, simulation results show the performance of the model-set designed.

Key words: model-set; number-theoretic method; representative points; discrepancy

1 引言(Introduction)

由于多模型(MM)估计方法具有处理系统结构和参数未知和/或变化问题以及能将复杂问题简化为简单子问题的独特能力, 近年来受到了广泛的研究和发展. 其中, 最有代表性的估计方法是固定结构多模型(FSMM)法^[1,2]和变结构多模型(VSMM)法^[3,4]. 在FSMM方法中, 模型集合需要预先设定并且是固定不变的; 而在VSMM法中模型集合自适应是最困难的部分, 它决定何时使用哪个模型或模型集合. 文献[2]指出使用过多的模型, 由于模型间的竞争导致算法的性能与使用较少模型时一样变差. 因此, 决定多模型算法性能优劣关键在于其所使用的模型集合, 并且其主要的困难也在于如何设计优良的模型

集合. Li Xiaorong从理论上指出了3类通用的模型集合离线设计方法: 最小分布误匹配法, 最小模式距离法和矩匹配法^[5], 对于模型集合的设计具有一般性的理论指导意义. 最小分布误匹配法, 是指给定分布误差, 通过使用随机模型的经验分布逼近系统模式的概率分布, 在概率分布空间上设计模型集合; 最小模式距离算法, 是指通过最小化随机模型与系统模式之间的距离, 在矢量空间上设计模型集合; 而矩匹配算法, 是指依据系统模式概率分布的均值和方差设计模型集合.

考虑此类系统模式满足或者分段满足某种概率分布的估计问题, 本文将数论引入到模型集合设计问题中, 利用数论网格获取代表概率分布的两类低

偏差代表点: 其一是基于F-偏差或伪F-偏差的代表点, 另一是基于均方差(MSE)准则的代表点, 由这些代表点构成覆盖系统模式空间的模型集合. 若已知系统模式的累积分布函数, 则利用F-偏差或伪F-偏差代表点构建模型集合; 若已知系统模式服从均匀分布, 则利用MSE代表点构建均匀散布的模型集合.

2 算法原理(Principle of algorithm)

2.1 数学建模(Mathematical modeling)

考虑下列随机混合动态系统:

$$X_k = f(X_{k-1}, s_k) + V_k(s_k). \quad (1)$$

$$Z_k = h(X_k, s_k) + W_k(s_k). \quad (2)$$

其中: $X_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ 是系统的基态矢量, $Z_k \in \mathbb{R}^{n_z}$ 是量测矢量, $V_k \in \mathbb{R}^{n_x}$ 和 $W_k \in \mathbb{R}^{n_z}$ 分别是过程和量测的高斯白噪声, 方差分别为 Q 和 R . 随机参数 s_k 是 k 时刻系统的模式状态, 事件 $\{s_k = s \in S\}$ 表示 k 时刻正起作用的第 k 个系统模式, S 是系统模式集合. 模式序列 $\{s_k\}_{k=1,2,\dots}$ 是一个具有初始概率和转移概率的马尔可夫链.

第2代FSIMM和第3代VSIMM算法, 都是依据系统真实模式的变化来设计马氏规则管理模型间转移. 对于一些应用来说, 系统模式具有明确的物理意义, 因而可以把系统真实的模式建模为一个随机变量 $s: \Omega \rightarrow S$, 其中 S 表示模式空间, Ω 表示样本空间. 用 $p_s(x) = P\{s=x\}$ 和 $F_s(x)$ 分别表示 s 的概率密度函数和累积分布函数, 则 s 的变化可以定义为一个随机过程 $s(t): (\Omega, F, P) \times T \rightarrow S$. 类似地, 模型集合设计问题也可以将模型建模为随机变量 $m: \Omega \rightarrow M$, 其中 M 为随机变量 m 的取值范围, 即 $M = \{m_1, m_2, \dots, m_N\}$, N 表示模型的数量, 模型的先验初始概率分布为 $p_m(x) = P\{m=x\}$. 同样, 模型转移也简述为一个随机过程 $m(t): (\Omega, F, P) \times T \rightarrow M$. M 是全部的模型集合, 模型间转移利用马氏规则来管理.

从真实模式和模型的概率意义上讲, 模型集合设计, 本质上是寻找一个随机变量 m 去估计另一个给定的随机变量 s . 下面阐述最小分布误匹配算法和数论方法的原理.

2.2 最小分布误匹配(Minimizing distribution mismatch)

最小分布误匹配设计的思想是: 寻找1个随机变量 m , 使其累积分布函数 $F_m(x)$ 充分逼近 s 的累积分布函数 $F_s(x)$.

假设已知 $F_s(x)$, 在给定分布匹配误差 ε 条件下, 寻找随机变量 m , 使得其概率分布 $F_m(x)$ 满足

$$|F_s(x) - F_m(x)| \leq \varepsilon, \quad (3)$$

则其最小集合设计的模型数量为 $N = \lceil 1/2\varepsilon \rceil$, 一个不小于 $1/2\varepsilon$ 的整数.

文献[5]给出了一维情况下的模型集合设计:

$$M^* = \{m_1, m_2, \dots, m_N\}, \quad (4)$$

$$m_i = \arg \min_{x \in S} [F_s(x) - (2i-1)/2N], \quad (5)$$

$$p_m(x)|_{x=m_i} = P\{m=m_i | m \in M^*\} = 1/N, \quad (6)$$

其中 $i = 1, \dots, N$.

2.3 数论方法(Number-theoretic method)

数论方法^[6]是计算统计分析中多元分布的概率与矩的有力工具, 并且在非线性滤波中得到广泛应用^[7]. 它的关键问题是在 s 维单位立方体 C^s 上找出一个Weyl意义下具有较小偏差的均匀散布的点集, 通称为数论网格(NT-net). 利用数论网格, 可以生成某个连续分布函数的代表点. 因而利用这些代表点, 可以构建所需的模型集合.

命 $F(x)$ 为 \mathbb{R}^s 中的一个连续多元分布函数. 如果要在 \mathbb{R}^s 中找出 n 个点 x_1, x_2, \dots, x_n , 使它们对 $F(x)$ 具有良好的代表性. 关于点集的代表性主要有两个度量, 一个是F-偏差, 另一个是MSE准则.

命 $P = \{x_k, k = 1, \dots, n\}$ 为 \mathbb{R}^s 中的 n 点集合, 则其经验分布为

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=0}^n I\{x_i \leq x\}, \quad (7)$$

其中 $I\{A\}$ 为 A 的指标函数.

定义 1 命 $F(x)$ 为 \mathbb{R}^s 上的一 s 维连续分布函数, $P = \{x_k, k = 1, \dots, n\}$ 为 \mathbb{R}^s 上的一个 n 点集合, 则

$$D_F(n, P) = \sup_{x \in \mathbb{R}^m} |F_n(x) - F(x)|, \quad (8)$$

称为 P 关于 $F(x)$ 的F-偏差度量.

定义 2 命 $F(x)$ 为 \mathbb{R}^s 上的一 s 维连续分布函数, $P = \{x_k, k = 1, \dots, n\}$ 为 \mathbb{R}^s 上的一个 n 点集合, 如果 n 点集合 $P^* = \{x_k, k = 1, \dots, n\}$ 满足

$$D_F(n, P^*) = \min_P D_F(n, P), \quad (9)$$

其中 P^* 遍历所有 \mathbb{R}^s 上的 n 点集合, 那么 P^* 就称为 $F(x)$ 的F-偏差代表点.

定理 1 命 $F(x)$ 为 \mathbb{R}^s 上的一元连续分布函数, $F^{-1}(y)$ 为它的逆函数. 则集合

$$\Omega_F = \left\{ F^{-1}\left(\frac{2i-1}{2n}\right), i = 1, \dots, n \right\} \quad (10)$$

为 $F(x)$ 的具有最小F-偏差 $1/2n$ 的代表点.

显然, 一元连续分布函数的具有最小F-偏差的代表点, 也就是式(5)所获得的模型.

定理 2 命 $F(x)$ 为 \mathbb{R}^s 上的一 s 维连续多元分布

函数, 若

$$F(x) = \prod_{i=1}^s F_i(x_i), \quad (11)$$

此处 $F_i(x_i)$, $i=1, \dots, n$ 为一元连续的累积分布函数. 命 $\{c_k=(c_{k1}, \dots, c_{ks}), k=1, \dots, n\}$ 为 C^s 上有偏差 d 的一个集合, 则

$$\{x_k = (F^{-1}(c_{k1}), \dots, F^{-1}(c_{ks}))\} \quad (12)$$

是关于 $F(x)$ 有F-偏差 d 的代表点.

定义3 命 $F(x)$ 为 \mathbb{R}^s 上的一 s 维连续分布函数, 若存在 $x=x(\phi)$, $\phi=(\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_t)$ 是一个有独立分量的 t 维随机矢量, 且具有独立的边缘概率密度函数 $p_i(\phi_i)$ 和累积分布函数 $G_i(\phi_i)$, $1 \leq i \leq t$. 命 $P=\{c_k\}$ 为 C^t 上关于 G 的有F-偏差 d 的集合, 则集合 $P_F=\{x(c_k), k=1, \dots, n\}$ 是关于 $F(x)$ 有伪F-偏差 d 的代表点集.

定义4 设一 s 维随机矢量 x 的 n -级量化 $Q=(Y, S)$, 包含 \mathbb{R}^s 的一个输出矢量集 $Y=\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ 和 \mathbb{R}^s 上 n 个互不相交的剖分 $S=\{S_1, S_2, \dots, S_n\}$ 及一个由 $Q(x)=y_i(x \in S_i)$ 定义的映射 $Q: \mathbb{R}^s \rightarrow S$. 则使

$$\text{MSE}(Q) = \frac{1}{s} \mathbb{E} \|x - Q(x)\|^2 \quad (13)$$

达到最小的 n -级量化为最优 n -级量化. 最优 n -级量化对应的 $\{y_i\}$ 称为 x 的MSE代表点.

3 代表点算法(Algorithm of rep-points)

定理1和定理2分别给出了1维分布和多维独立分布的F-偏差代表点. 除上述情况外, 要找到定义2、定义3和定义4定义的代表点, 则需要依据最简单的NT-net, 即均匀分布 $U(C^s)$ 上的生成的点集来产生代表点. 已知多种方法获得 C^s 上的低偏差点集, 如glp集合, gp集合, H-集合等. 当维数 $s < 10$ 时, 使用glp集合将产生比较好的结果^[6].

定义5 命 $(n; h_1, \dots, h_s)$ 为一个整数矢量, 满足 $1 \leq h_i < n$, $h_i \neq h_j (i \neq j)$, $s < n$, 以及最大公约数 $(n, h_i) = 1, i=1, \dots, s$. 命

$$\begin{cases} q_{ki} \equiv kh_i \pmod{n}, \\ x_{ki} = (2q_{ki} - 1)/2n, \end{cases} \quad (14)$$

其中: $k=1, \dots, n, i=1, \dots, s, q_{ki}$ 满足 $1 \leq q_{ki} \leq n$. 那么集合 $P_n=\{x_k=(x_{k1}, \dots, x_{ks}), k=1, \dots, n\}$ 称为生成矢量 $(n; h_1, \dots, h_s)$ 的格子点集. 如果 P_n 在所有可能的生成矢量具有最小偏差, 则 P_n 称为glp集合.

3.1 伪F-偏差代表点(Rep-points of quasi F-discrepancy)

已知很多多元分布, 如球对称分布、椭圆对称分布和多元 l_1 范数分布等, 都有下面的随机表示:

$$x \stackrel{d}{=} Ry, \quad (15)$$

其中: $x \sim F(x)$, 为一 s 维多元分布, $y \sim U(D)$, D 为 $(s-1)$ 维有界区域, 且 R 与 y 独立, R 是正的随机变量. 则可以利用 R 与 y 的独立性来生成 $F(x)$ 的伪F-偏差代表点, 其步骤如下所示:

- 1) 由glp集合产生 C^s 上的一个NT-net $\{c_k = (c_{k1}, \dots, c_{ks}), k=1, \dots, n\}$.
- 2) 以 F_R^{-1} 表示随机变量 R 的分布函数的逆函数. 计算 $r_s = F_R^{-1}(c_{ks}), k=1, \dots, n$.
- 3) 用 c_k 的前 $(s-1)$ 分量元素产生 D 上的一个NT-net $\{y_k, k=1, \dots, n\}$.
- 4) 最后, $\{x_k = r_k y_k, k=1, \dots, n\}$ 是 $F(x)$ 的伪F-偏差代表点集.

3.2 MSE代表点(Rep-points of MSE)

命 $F(x)$ 为 \mathbb{R}^s 上 s 维累积分布函数. 假定 $F(x)$ 的一组F-偏差或伪F-偏差代表点可以由 C^s 上的NT-net生成, 那么生成MSE准则代表点的步骤如下所述:

- 1) 由glp集合产生 C^s 上的NT-net, 获得 $F(x)$ 的一组F-偏差或伪F-偏差代表点 $\Omega=\{c_1, c_2, \dots, c_N\}$.
- 2) 置 $t=0$, 从 Ω 中选择 n 点作为输出矢量 $y_t = \{y_{t1}, \dots, y_{tn}\}$ 的初始集合, $N \gg n$.
- 3) 形成 Ω 的剖分 $\{S_j, j=1, \dots, n\}$, 使每一个 c_i 皆对应一个 S_j , 满足

$$\|c_i - y_{t,j}\| < \|c_i - y_{t,k}\|, k \neq j. \quad (16)$$

- 4) 计算条件样本均值 y_j

$$y_j = \mathbb{E}\{c_i | c_i \in S_j\}, \quad (17)$$

并组成一个新的输出矢量

$$y_{t+1} = \{y_{t+1,1}, \dots, y_{t+1,n}\}, \quad (18)$$

其中

$$y_{t+1,j} = \frac{1}{n_{t+1,j}} \sum_{k \in S_j} c_k. \quad (19)$$

$n_{t+1,j}$ 表示落于 S_j 中的 c_k 的数量.

- 5) 若 $y_{t+1} = y_t$, 则终止程序, 并得到最终输出矢量 y_t . 否则命 $t = t + 1$, 回到步骤3).

4 模型集合设计(model-set design)

下面针对目标的机动加速度, 给出一维和二维情况下的模型集合设计.

4.1 一维设计(Design in one dimension)

在机动目标跟踪中,经典的“当前”统计模型算法^[8,9]用修正的瑞利分布来描述目标机动加速度的“当前”概率密度.只要给定目标机动加速度的正负极限值及“当前”时刻的加速度,就可以获得目标机动加速度的累积分布函数,从而设计模型集合.

考虑如下情况,给出3个模型的集合设计:

$$a_{+M} = 60, \bar{a} = 40. \quad (20)$$

基于F-偏差代表点的3模型设计如图1所示.在图1中, $F_s(30) \approx 1/6, F_s(40) \approx 1/2, F_s(50) \approx 5/6$.因而可以得出,模型集合 $M = \{a_1, a_2, a_3\} \approx \{30, 40, 50\}$, 模型的概率为 $\{1/3, 1/3, 1/3\}$.

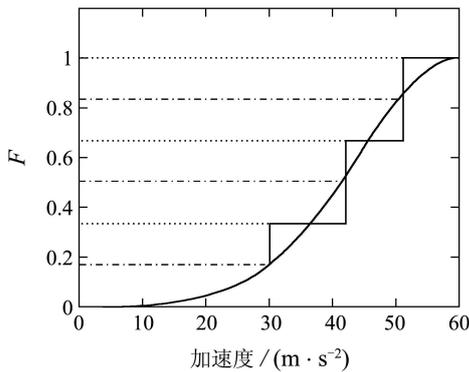


图1 基于F-偏差的3模型设计

Fig. 1 Three Models design with F-discrepancy

4.2 二维设计(Design in two dimensions)

假设二维直角坐标系上,机动目标的加速度在单位圆内均匀分布,为使每个模型等可能地覆盖相同的模式空间,采取MSE准则设计模型集合.

考察加速度 (a_x, a_y) , 在单位圆内

$$B_2 = \{(a_x, a_y) : a_x^2 + a_y^2 \leq 1\}, \quad (21)$$

找到一个有 n 个点的均匀散布集合,若用极坐标

$$\begin{cases} a_x = r \cos(2\pi\theta), \\ a_y = r \sin(2\pi\theta), \end{cases} \quad (22)$$

此处 $(r, \theta) \in \mathbb{C}^2$, 在 \mathbb{C}^2 上取一个NT-net点集 $P_n = \{(r_k, \theta_k), k=1, \dots, n\}$. 依据定义3, 把点集

$$P = \{(F_r^{-1}(r_k), F_\theta^{-1}(\theta_k))\} = \{(\sqrt{r_k}, \theta_k)\}, \quad (23)$$

代入式(22)可得

$$\begin{cases} a_{xk} = \sqrt{r_k} \cos(2\pi\theta), \\ a_{yk} = \sqrt{r_k} \sin(2\pi\theta). \end{cases} \quad (24)$$

则点集 $P_F = \{(a_{xk}, a_{yk})\}$ 是机动加速度的伪F-偏差代表点. 对点集 P_F 再运用MSE准则可得MSE代表点 Q_F . 图2给出 Q_F 中含有7个点的空间分布.

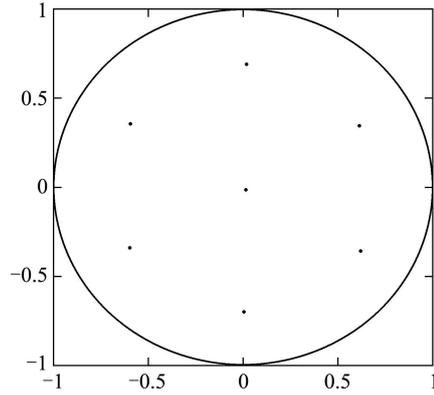


图2 基于MSE的7模型设计

Fig. 2 Seven models design with MSE

由图中可以看出, Q_F 点集具有空间上的对称性, 类似于钻石结构. 因此, 依据目标加速度的变化范围, 由点集 Q_F 中每个点的坐标位置和加速度的当前值, 设计出覆盖目标机动加速度的模型集合.

考虑如下例子, 给出7个模型的集合设计,

$$a_{\pm M} = 40, \bar{a} = 0, \quad (25)$$

可得集合 $\{(-24, -14), (-24, 14), (0, 0), (24, -14), (24, 14), (0, 28), (0, -28)\}$. 通过旋转, 可得另一个模型集合 $\{(-14, -24), (-14, 24), (0, 0), (14, 24), (14, -24), (-28, 0), (28, 0)\}$.

5 仿真结果(Simulation results)

使用由恒速直线模型和当前统计模型组成的多模型跟踪算法(CV-CS), 以及应用矩匹配方法获得的固定模型间距的当前统计模型跟踪算法(CS-FS), 与应用本文算法设计的模型集合的当前统计模型跟踪算法(CS-VS)比较目标跟踪的性能. 仿真设为50次.

设计一个目标机动方案^[10], 如表1所示.

表1 目标机动设计

Table 1 Target maneuvering design

序号	机动时刻/s	X轴加速度 / (m · s ⁻²)	Y轴加速度 / (m · s ⁻²)
1	T = 31	5	-10
2	T = 38	-8	18
3	T = 49	10	-20
4	T = 61	0	30
5	T = 65	-10	-8
6	T = 66	-5	0
7	T = 81	5	-10

假设目标的起始状态: $x_0 = [12000 \text{ m}, -426 \text{ m/s}, 2000 \text{ m}, 0 \text{ m/s}]$, 运动过程历时90 s, 机动频率 $f_0 = 1/60$, 最大机动加速度 $a_{\max} = 40 \text{ m/s}^2$, 位置量测误差为100 m, 采样周期为1 s. 目标的航迹及目标的加

速度曲线如图3所示. 假定目标机动加速度的方差为100, 由矩匹配方法可知, CS-FS的固定间距取值为12.

图4是CV-CS与CS-VS跟踪算法关于位置与速度的RMSE比较图; 图5是CV-FS与CS-VS跟踪算法关于位置与速度的RMSE比较图; 图6是CV-CS与CS-FS及CS-VS跟踪算法关于加速度的RMSE比较图.

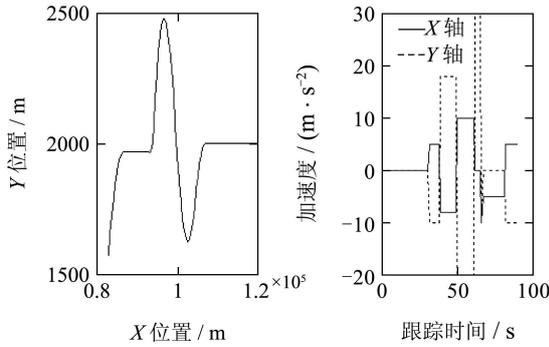


图 3 目标航迹和加速度曲线

Fig. 3 Target trajectory and acceleration curve

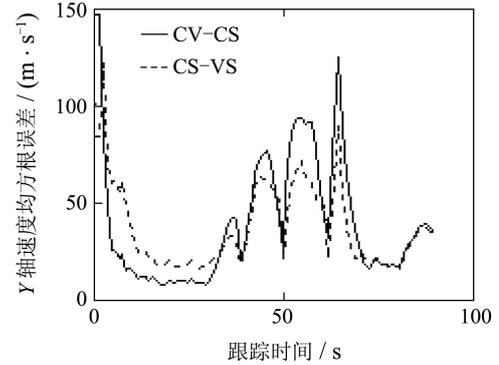
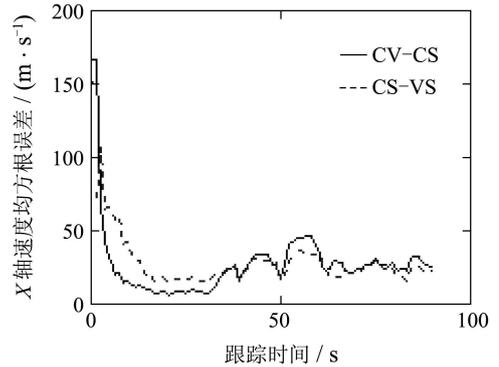
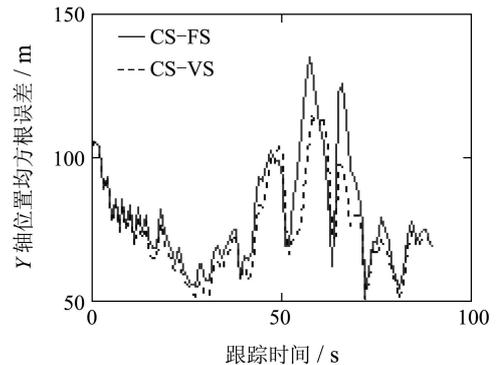
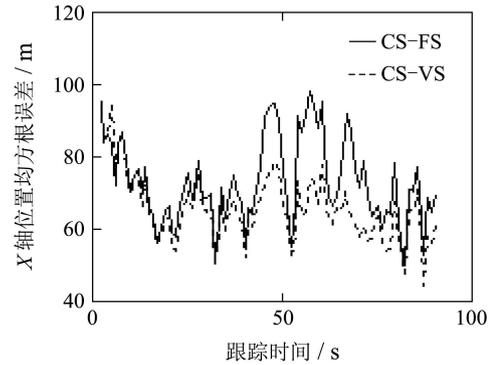
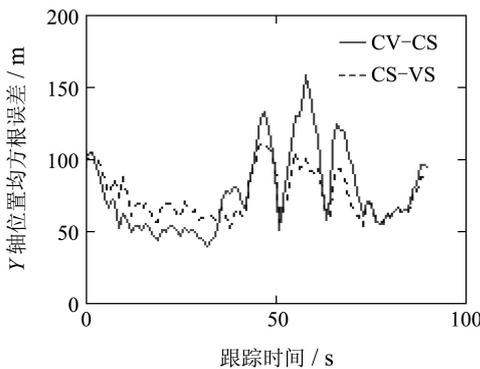
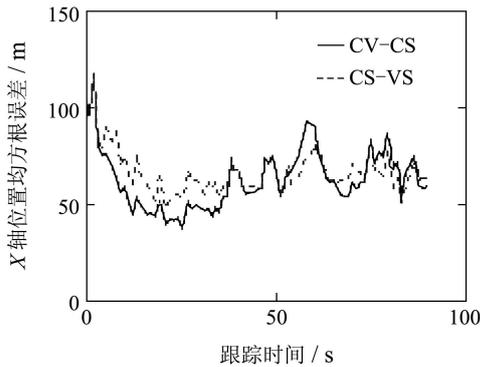


图 4 CV-CS与CS-VS的位置与速度RMSE

Fig. 4 Location and velocity RMSE of CV-CS and CS-VS



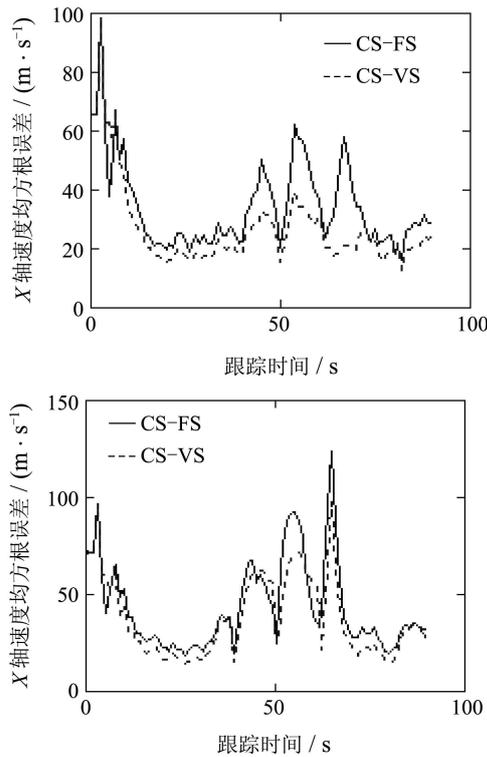


图5 CS-FS与CS-VS的位置与速度RMSE

Fig. 5 Location and velocity RMSE of CS-FS and CS-VS

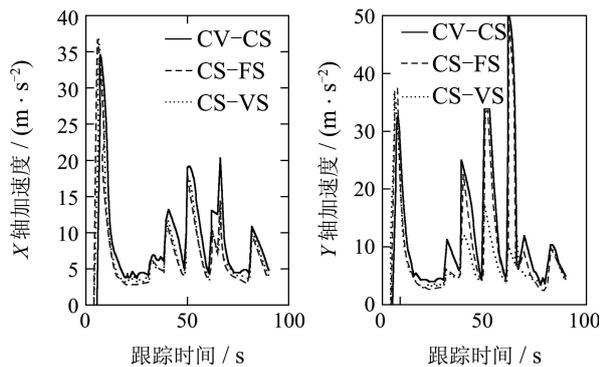


图6 CV-CS与CS-FS和CS-VS的加速度RMSE

Fig. 6 Acceleration RMSE of CV-CS, CS-FS and CS-VS

从实验结果可以看出, CS-VS算法在匀速阶段由于多模型之间的竞争导致性能下降外, 在其余阶段的跟踪性能均优于CV-CS. 在整个跟踪过程中, CS-VS算法的跟踪性能也均优于CS-FS算法的性能.

6 结论(Conclusion)

若系统模式的各维统计独立, 则可由各维的最小F-偏差代表点构建模型集合. 如果系统模式服从均匀分布, 则可以采用MSE准则设计均匀地覆盖系统模式矢量空间的模型集合, 这种模型集合在空间

上具有对称性和直观性. 如果系统模式服从高斯分布, 则可以利用矩匹配方法设计模型集合. 根据系统模式的概率分布设计优良的覆盖系统模式空间的模型集合, 可以有效改善多模型方法的估计性能.

参考文献(References):

- [1] BLOM H A P, BAR-SHALOM Y. The interacting multiple model algorithm for systems with Markovian switching coefficients [J]. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1988, 33(8): 780 – 783.
- [2] 臧荣春, 崔平远, 崔祜涛, 等. 基于IMM-UKF的组合导航算法[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(4): 634 – 638. (ZANG Rongchun, CUI Pingyuan, CUI Hutao, et al. Integrated navigation algorithm based on IMM-UKF [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(4): 634 – 638.)
- [3] LI X R, BAR-SHALOM Y. Multiple-model estimation with variable structure[J]. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 1996, 41(4): 478 – 493.
- [4] LI X R, JILKOV V P, RU J F. Multiple-model estimation with variable structure-part VI: expected-mode augmentation[J]. *IEEE Transaction on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(3): 853 – 867.
- [5] LI X R, ZHAO Z L, LI X B. General model-set design methods for multiple-model approach[J]. *IEEE Transaction on Automatic Control*, 2005, 50(9): 1260 – 1276.
- [6] 方开泰, 王元. 数论方法在统计中的应用[M]. 北京: 科学出版社, 1996. (FANG Kaitai, WANG Yuan. *Number-Theoretic Methods in Statistics*[M]. Beijing: Science Press, 1996.)
- [7] GUO D, WANG X D. Quasi-monte carlo filtering in nonlinear dynamic systems[J]. *IEEE Transaction on Signal Processing*, 2006, 54(6): 2087 – 2098.
- [8] 周宏仁, 敬忠良, 王培德. 机动目标跟踪[M]. 北京: 国防工业出版社, 1991. (ZHOU Hongren, JING Zhongliang, WANG Peide. *Maneuvering Target Tracking*[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1991.)
- [9] 孙福明, 吴秀清, 王鹏伟. 转弯机动目标的两层交互多模型跟踪算法[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(2): 233 – 236, 241. (SUN Fuming, WU Xiuqing, WANG Pengwei. Two-layer IMM tracking algorithm for turn maneuver[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(2): 233 – 236, 241.)
- [10] 何友, 修建娟, 张晶伟, 等. 雷达数据处理及应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2006: 148 – 153. (HE You, XIU Jianjuan, ZHANG Jingwei, et al. *Radar Data Processing with Applications*[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2006, 148 – 153.)

作者简介:

孙福明 (1972—), 男, 博士, 目前研究方向为目标识别与跟踪, E-mail: sunwenfriend@sohu.com;

洪日昌 (1981—), 男, 博士, 目前研究方向为数据融合理论与应用, E-mail: rich@ustc.edu.cn;

吴秀清 (1944—), 女, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为智能信息处理, E-mail: wuxq@ustc.edu.cn.