文章编号：1000−8152(2009)05−0515−06

量子Baker映射的量子仿真及其干扰的动态抑制

叶 宾, 马小平

(中国矿业大学 信息与电气工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘要: 量子信息处理系统中存在的各种干扰严重阻碍了量子计算技术的发展. 在比较静态干扰和随机噪声干扰对量子面包师映射(quantum baker's map)量子仿真算法不同影响的基础上, 利用动态解耦法抑制量子计算中的静态干扰. 由于随机噪声干扰对量子仿真算法有较小的破坏作用, 因此利用随机动力学解耦的方法将静态干扰近似转化为随机噪声干扰能够有效抑制静态干扰的破坏作用, 提高量子仿真的稳定性. 量子态保真度衰减的数值仿真证实了理论分析的正确性.

关键词: 量子baker 映射; 量子仿真; 动态解耦控制; 稳定性

中图分类号: TP202 **文献标识码**: A

Dynamical suppression of imperfections in the quantum simulation of the quantum baker's map

YE Bin, MA Xiao-ping

(College of Information and Electronic Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou Jiangsu 221008, China)

Abstract: The progress of quantum computation technology is severely prevented by various imperfections. First, the effects of noise errors on the quantum computation of the quantum baker's map are compared with those of the static imperfections, and then, the dynamical decoupling methods are employed to tackle the static imperfections. As the noise errors are less destructive to the quantum simulation algorithm, the randomized dynamical control is used to suppress the disturbance of the static imperfections by equivalently transforming them into noise errors, thus enhancing the stability of the quantum simulation algorithm. Finally, simulation results of the fidelity decay confirm the validity of this method.

Key words: quantum baker's map; quantum simulation; dynamical decoupling control; stability

1 引言 (Introduction)

量子系统的相干性和纠缠态等特性使得量子系统具有潜在的强大信息处理与计算功能[1,2]. 在真实的物理系统中实现量子计算, 不仅需要产生和操纵任意量子相干态, 而且需要在量子计算的过程中保持这种相干态. 然而量子相干态对干扰非常敏感, 量子比特之间或者量子比特与环境之间的各种耦合作用将使相干态产生量子退相干(quantum decoherence)现象, 破坏量子计算, 这已成为制约量子信息处理技术发展的巨大障碍[3~5]. 为了抑制量子退相干, 已经提出了多种方法来进行容错量子计算. 这些方法大致可以分为3类: 量子纠错码[1](quantum error-correction codes), 量子避错码[6](quantum error-avoiding codes)和动态解耦法[7~9](dynamical decoupling methods). 量子纠错码可以看作是经典纠错方法在量子领域的推广, 发展合适的量子纠错码需要引入辅助量子比特以及对量子态的量子测量等. 量子避错码则是利用量子系统与环境耦合的特殊性, 在系统Hilbert 空间中寻找一个不受退相干影响的子空间, 信息以纠缠态的形式编码到这个子空间中, 从而实现量子计算和量子信息存储. 但是由于对量子体系的测量会造成量子态的塌缩以致量子态失去相干性, 以及量子态的不可克隆原理等, 使得在目前的技术条件下, 使用较多的辅助量子比特进行量子纠错或量子避错的容错计算是不现实的.

Viola等在1998年提出二能级量子系统相位退相干的量子动力学解耦, 即在环境的"记忆"时间尺度内通过周期性的控制场改变系统与环境的动力学性质, 从而消除系统和环境之间的相互作用[7]. 量子动力学解耦法无需量子测量和辅助量子比特, 因而具有更强的适用性. 量子动力学解耦首先被用于抑制耗散干扰, 随后Viola和Lidar等通过设计连续的解

收稿日期: 2008−03−20, 收修改稿日期: 2008−08−25.
基金项目: 中国矿业大学青年科研基金资助项目(2008A018); 中国矿业大学人才引进基金资助项目.

耦算子[10]或者利用递归串联的解耦脉冲[11]等方法，在抑制耗散干扰的同时增强了量子计算对系统误差的容错能力.

本文考虑利用量子动力学解耦方法抑制量子计算中的静态干扰. 以量子混沌研究中的一个范例—量子baker映射—的量子仿真为例, 比较了静态干扰和随机噪声干扰对量子仿真算法稳定性的影响, 并且利用确定性解耦和随机动态解耦法抑制静态干扰, 提高量子baker映射仿真的稳定性. 结果表明, 随机动态解耦法使量子baker映射仿真算法的保真度由静态干扰时的高斯下降转变为较慢的指数下降.

2 量子baker映射及其量子仿真算法 (Quantum baker's map and its quantum simulation algorithm)

Baker映射的形式比较简单, 但是表现出很强的混沌行为. 经典baker变换把平面上单位面积$0 \leqslant q,p \leqslant 1$内的点映射为

$$(q,p) \to \begin{cases} (2q, \dfrac{1}{2}p), & 0 \leqslant q \leqslant \dfrac{1}{2}, \\ (2q-1, \dfrac{1}{2}(p+1)), & \dfrac{1}{2} < q \leqslant 1. \end{cases}$$

该映射对系统初始状态非常敏感, 并且可以定量描述为Lyapunov指数$\lambda = \ln 2$. 在量子baker映射中定义位置算符q 和动量算符p的本征态分别为$|q_j\rangle$和$|p_l\rangle$, 对应的本征值分别为$q_j = j/N$, $p_l = l/N$, 其中$j,l = 0,\cdots,N-1$, $N = 2^n$为Hilbert空间维数, n为量子比特个数. 则q算符和p算符之间的变换由离散Fourier变换给出:

$$\langle p_l|F_n|q_j\rangle = \frac{1}{\sqrt{2^n}} \exp\left(\frac{2\pi i \cdot jl}{2^n}\right). \tag{1}$$

因此量子baker映射的波函数演化方程为[12]

$$|\psi_{k+1}\rangle = B|\psi_k\rangle = F_n^{-1}\begin{pmatrix} F_{n-1} & 0 \\ 0 & F_{n-1} \end{pmatrix}|\psi_k\rangle, \tag{2}$$

其中F_n^{-1}为作用在n个量子比特上的量子Fourier逆变换, F_{n-1}为作用在第1个到第$n-1$个量子比特上的量子Fourier变换.

量子计算未来最重要的实际应用之一就是物理系统的量子仿真. 利用量子仿真可以有效地提取一些复杂量子系统的特征物理量, 例如局域化长度、扩散指数和量子运动的保真度等[13]. 根据式(2), 得到量子baker映射的量子仿真线路模型见图 1, 其中的量子Fourier算法由单量子比特和双量子比特的基本量子门组成. 图中横实线自上而下分别代表第1到第n个量子比特该量子baker仿真算法已在光学系统中由实验证实[14]. 量子baker映射仿真算法的一次迭代共需要$\mathrm{O}(n^2)$个基本量子门, 因此它可以实现量子baker映射的有效模拟.

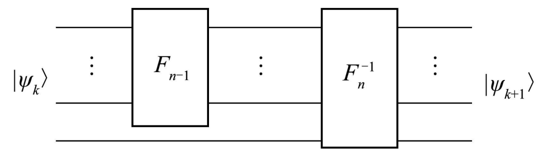


图 1 量子baker映射的量子仿真线路(迭代1次)

Fig. 1 Quantum circuit for the simulation of the quantum baker's map(1 iteration)

在量子混沌系统的研究中, 通常使用Floquet算符的能谱最近邻间隔s的统计分布函数$P(s)$反映系统的动力学特性. 具体而言, 经典可积量子系统$P(s)$函数服从泊松(Poisson)分布

$$P(s) = \mathrm{e}^{-s}. \tag{3}$$

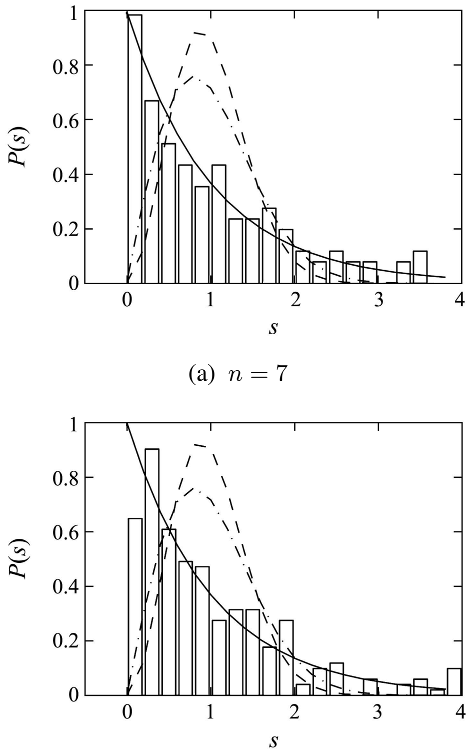
具有时间反演对称性的量子系统与高斯正交系综(Gaussian orthogonal ensemble, GOE)特征值的$P(s)$函数相同, 为如下形式的Wigner函数

$$P(s) = \frac{\pi}{2} s\, \mathrm{e}^{-\frac{\pi}{4}s^2}. \tag{4}$$

而没有时间反演对称性的量子系统$P(s)$分布函数为

$$P(s) = \frac{32}{\pi^2} s^2 \mathrm{e}^{-\frac{4}{\pi}s^2}, \tag{5}$$

此分布函数与高斯酉系综(Gaussian unitary ensemble, GUE)的特征值$P(s)$分布相同[15]. 使用量子baker仿真算法创建Floquet算符基于如下事实: 量子寄存器每一个基态经过一次演化将给出Floquet算符的一个对应列. 图2示出量子baker映射的最近邻能级间隔分布. 图中, 实线、点划线和虚线分别表示泊松、GOE和GUE分布. 比较图中最近邻能级间隔分布可见, baker映射的$P(s)$分布与泊松分布近似, 而不是理论分析上量子混沌系统对应的GOE分布. 量子Baker映射的能谱统计与标准分布的不一致性在文献[16]中已经指出. Romulo等在使用量子baker算法产生纠缠态时也发现, baker映射的Hilbert空间维数N是决定系统纠缠特性的一个关键参数; 对于Hilbert空间维数为2^n的系统, 即量子比特系统, 量子baker映射具有异常的纠缠特性[17]. 因此图2 中准能量能级间隔分布与随机矩阵理论的不一致源于量子baker映射Hilbert空间维数的特殊性, 而且这种不一致也验证了上述量子baker映射仿真算法的正确性.



(a) $n = 7$

(b) $n = 8$

图 2　根据量子baker仿真算法计算出的准能量最近邻能级间隔分布$P(s)$

Fig. 2　The nearest neighbor spacing distribution $P(s)$for the quasienergies calculated from the quantum simulation algorithm

3　量子仿真中的静态干扰及抑制 (Suppress of the static imperfections in the quantum simulation)

量子计算中的干扰通常可以分为3类: 由于量子比特能级间隔的波动产生的随机噪声干扰, 量子比特之间的近距离耦合作用产生的静态干扰以及量子系统与外界环境相互作用产生的耗散干扰. 本节主要讨论静态干扰作用. 量子计算的静态干扰没有经典对应, 它被模拟为在任意两个相邻量子门之间附加一个酉算符$U_{\rm s} = {\rm e}^{iH_{\rm s}}$, 其哈密顿量为[4]

$$H_{\rm s} = \sum_i \delta_i \hat{\sigma}_z^{(i)} + \sum_{i<l} J_{il} \hat{\sigma}_x^{(i)} \hat{\sigma}_x^{(l)}, \tag{6}$$

式中$\hat{\sigma}^{(i)}$表示作用在第i个量子比特上的Pauli算符, δ_i和J_{il}是初始值均匀分布在$[-\dfrac{\delta}{2}, \dfrac{\delta}{2}]$ 和$[-J, J]$内的随机数, 仿真过程中保持不变. 量子计算中的静态干扰通常导致系统的保真度随时间t呈高斯衰减, $f(t) \sim \exp[-n(\epsilon n_{\rm g} t)^2]$[5,13]; 而随机噪声干扰下保真度为指数衰减, $f(t) \sim \exp(-\epsilon^2 n_{\rm g} t)$, 式中$\epsilon$为干扰强度, $n_{\rm g}$为一次量子算法迭代所需的总的基本量子门数. 因此静态干扰比随机噪声干扰对量子计算有更强的破坏作用, 更加容易导致不可信的计算结果.

动态解耦控制是抑制量子计算噪声的一种有效方法, 它可以分为确定性动态解耦法和随机动态解耦法. 确定性动态解耦法(量子Bang-Bang控制)通过确定的周期性的控制脉冲改变量子系统的动力学行为来抑制干扰. 确定性动态解耦法的示意图见图3(a)[8]. 图中任意两个时间间隔τ(或Δt)之间为组成量子仿真算法的基本量子门, 因此可以用基本量子门的个数作为τ(或Δt)的基本单位. 在周期$T_{\rm c} = N_{\rm c}\tau$时, 共有$N_{\rm c}$个形式为$\hat{d}_j \hat{d}_{j-1}^\dagger, j \in \{0, \cdots, N_{\rm c}-1\}$ 的酉运算以间隔τ作用在量子系统上. 经过一个控制周期$T_{\rm c}$后, 系统演化算符为

$$\hat{U}(T_{\rm c}) = \\ \hat{d}_{N_{\rm c}-1}^\dagger {\rm e}^{-iH_{\rm s}\tau/\hbar} \hat{d}_{N_{\rm c}-1} \hat{d}_{N_{\rm c}-2}^\dagger \cdots \hat{d}_1 \hat{d}_0^\dagger {\rm e}^{-iH_{\rm s}\tau/\hbar} \hat{d}_0 = \\ \widetilde{T} \prod_{j=0}^{N_{\rm c}-1} {\rm e}^{-i\hat{H}_j \tau/\hbar}. \tag{7}$$

其中$\widetilde{T}$表示运算顺序为自右向左, 相互作用绘景下哈密顿量$\hat{H}_j = \hat{d}_j^\dagger H_{\rm s} \hat{d}_j$. 使用Baker-Campbell-Hausdorff(BCH)方程

$$ {\rm e}^A {\rm e}^B = \\ {\rm e}^{A+B+\frac{1}{2}[A,B]+\frac{1}{12}[A,[A,B]]+\frac{1}{12}[B,[B,A]]+\cdots}. \tag{8}$$

其中$[A, B]$表示算符A和B的对易式, 对式(7)中时间顺序的指数函数进行展开, 得

$$\hat{U}(T_{\rm c}) = \widetilde{T} \prod_{j=0}^{N_{\rm c}-1} {\rm e}^{-i\hat{H}_j\tau/\hbar} = \\ {\rm e}^{-i\sum\limits_{j=0}^{N_{\rm c}-1} \hat{H}_j \tau/\hbar + o(\tau^2)} = \\ I - i\sum_{j=0}^{N_{\rm c}-1} \hat{H}_j \tau/\hbar + o(\tau^2). \tag{9}$$

因此当$T_{\rm c} = N_{\rm c}\tau$保持不变, 而$\tau \to 0$时, $\hat{U}(T_{\rm c}) \to I - i\sum\limits_{j=0}^{N_{\rm c}-1} \hat{H}_j \tau/\hbar$. 为了抑制$H_{\rm s}$造成的干扰, 需通过选取适当的$\hat{d}_j$, 使如下条件成立

$$\hat{H} = \sum_{j=0}^{N_{\rm c}-1} \hat{H}_j \tau = 0. \tag{10}$$

在量子Bang-Bang控制中, 作为控制脉冲的酉算符$\hat{d}_{j+1}\hat{d}_j^\dagger$作用在量子算法中任意两个基本量子门之间. 算符$\hat{d}_j \in \{\hat{1}, \hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z\}^{\otimes n}$, 具体作用在某个量子比特上的Pauli自旋算符$\hat{\sigma}_i, i \in \{x, y, z\}$,由正交阵列的对应列给出. 例如, 当存在8个量子比特时, 可以选取强度 2 的正交阵列OA(32,8,4,2), 此时, $N_{\rm c} = 32$, 正交阵列OA(32,8,4,2) 的8列分别表示作用在 8 个量

子比特上的酉算符序列, 阵列中的元素$0,1,2,3$分别对应算符$\hat{1},\hat{\sigma}_x,\hat{\sigma}_y,\hat{\sigma}_z$. 文献[18]中已经证明, 这种基于正交阵列构造的控制脉冲能够有效的抑制量子寄存器中的干扰作用, 并且保证其满足式(10).

量子Bang-Bang控制的动力学解耦法通常用于抑制由环境耦合引起的耗散退相干, 其缺点是收敛性较差, 而且某些情况下需要相当长的控制周期, 因此限制了其应用范围[8]. 随机动态解耦法却能够较好克服上述不利因素, 它使用一系列随机选取的酉算符$\hat{r}_j$取代确定性方法中的$\hat{d}_j$(图3(b)), 例如选取$\hat{r}_j\in\{\hat{1},\hat{\sigma}_x,\hat{\sigma}_y,\hat{\sigma}_z\}^{\otimes n}$, 其中“$\otimes$”为Kronecker积. 为了抑制$H_s$产生的干扰, $\hat{r}_j$必须满足统计的独立性.

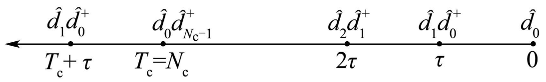


图 3(a) 确定性动态控制的示意图

Fig. 3(a) Schematic diagrams of the deterministic dynamical control

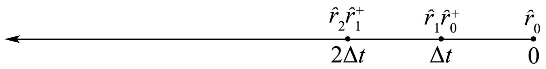


图 3(b) 随机动态控制的示意图

Fig. 3(b) Schematic diagrams of the random dynamical control

使用随机动态解耦控制, 首先将量子算法中的基本量子门分解为一系列哈密顿形式的通用量子门. 即对单量子比特上的任意酉算子U, 存在实数α,β,γ,ξ, 使得

$$U=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}\,R_z(\beta)\,R_y(\gamma)\,R_z(\xi). \tag{11}$$

式中: $\mathrm{e}^{\mathrm{i}\alpha}$为一个全局相位因子, $R_x(\theta)$, $R_y(\theta)$, $R_z(\theta)$分别为关于x,y,z轴的旋转算子:

$$R_x(\theta)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta\hat{\sigma}_x/2}=\begin{bmatrix}\cos\frac{\theta}{2} & -i\sin\frac{\theta}{2}\\ -i\sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2}\end{bmatrix},$$

$$R_y(\theta)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta\hat{\sigma}_y/2}=\begin{bmatrix}\cos\frac{\theta}{2} & -\sin\frac{\theta}{2}\\ \sin\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2}\end{bmatrix},$$

$$R_z(\theta)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta\hat{\sigma}_z/2}=\begin{bmatrix}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta/2} & 0\\ 0 & \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta/2}\end{bmatrix}.$$

例如常用的Hadamard门可以用哈密顿形式的通用量子门表示为

$$\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & -1\end{pmatrix}=\mathrm{e}^{\mathrm{i}\frac{\pi}{2}}\,R_z(0)\,R_y(\frac{\pi}{2})\,R_z(\pi).$$

而对于双量子比特算子, 例如受控量子“非”门等, 则需要额外使用哈密顿形式的量子门$R_{xx}(\theta)$和$R_{zz}(\theta)$:

$$R_{xx}(\theta)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta\hat{\sigma}_x^{(j)}\hat{\sigma}_x^{(k)}/2}=\begin{bmatrix}\cos\theta & 0 & 0 & -i\sin\theta\\ 0 & \cos\theta & -i\sin\theta & 0\\ 0 & -i\sin\theta & \cos\theta & 0\\ -i\sin\theta & 0 & 0 & \cos\theta\end{bmatrix},$$

$$R_{zz}(\theta)=\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta\hat{\sigma}_z^{(j)}\hat{\sigma}_z^{(k)}/2}=\begin{bmatrix}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta} & 0 & 0 & 0\\ 0 & \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} & 0 & 0\\ 0 & 0 & \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta} & 0\\ 0 & 0 & 0 & \mathrm{e}^{-\mathrm{i}\theta}\end{bmatrix}.$$

由于上述哈密顿形式算符R_x, R_y, R_z等在Pauli算符$\hat{r}_j$作用下, 或者保持不变, 或者改变其符号, 例如

$$\hat{r}_j\,R_x(\theta)\,\hat{r}_j=\begin{cases}R_x(\theta), & \hat{r}_j\in\{\mathbf{1},\,\hat{\sigma}_x\},\\ R_x(-\theta), & \hat{r}_j\in\{\hat{\sigma}_y,\,\hat{\sigma}_z\}.\end{cases} \tag{12}$$

因此通过随机的选择Pauli算符作用在哈密顿形式的量子线路, 能够随机的改变量子计算基态, 而计算基的改变通过改变旋转算子的角度θ加以补偿.

随机动力学解耦控制的示意图见图4. 对图4(a)中第1个量子比特上哈密顿形式的算符$R_x(\theta_1)$, 在其两端插入Pauli算符$\hat{\sigma}_z$, 根据式(12), 图4(b) 虚框中的算符等价于图4(c)中$R_x(-\theta_1)$. 随机动态解耦法通过随机的选取$\hat{r}_j$算符作用在所有n 个量子比特上, 具体某一量子比特上作用哪一个Pauli算符被保存在一个经典寄存器中. 这样随机选择的Pauli算符每隔Δt个哈密顿形式的算符就作用一次(图4中选择$\Delta t>1$, 因此哈密顿形式算符$R_z(\theta_2)$和$R_y(\theta_3)$两端没有作用Pauli算符). 通过随机插入的Pauli算符以及相应的补偿算符, 可以持续地随机改变量子算法的计算基态. 由于$\hat{\sigma}_x^2=\hat{\sigma}_y^2=\hat{\sigma}_z^2=\mathbf{1}$, 所以随机动态解耦方法不会改变量子算法. 它通过插入随机酉运算$\hat{r}_j$, 在不改变量子算法的基础上随机改变静态干扰模型(6)中参数δ_i和J_{il}的“+”“−”号, 因此其作用结果相当于将静态干扰转化为随机噪声干扰.

而根据上文的分析, 随机噪声干扰对量子计算有较小的破坏作用, 所以随机动力学解耦法能够有效抑制量子计算中的静态干扰.

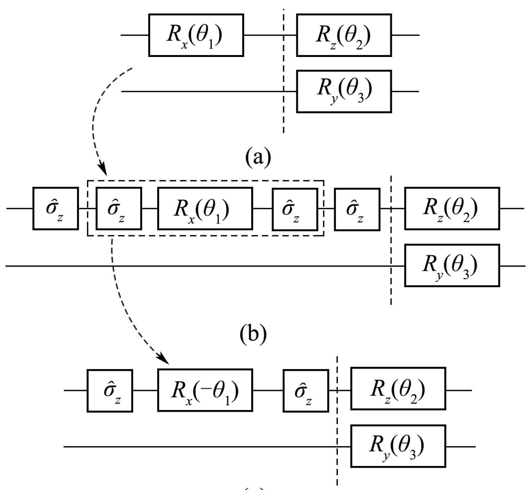


图 4 随机动态控制在双量子比特量子线路上的应用

Fig. 4 Application of the randomized dynamical control to the 2-qubits quantum circuit

通过随机选择的$\hat{\sigma}_z$算符, 改变计算基态, 并通过将哈密顿形式的算符$R_x(\theta_1)$转变为$R_x(-\theta_1)$对算法加以补偿.

图5示出量子baker映射仿真算法在静态干扰下, 分别应用确定性动态解耦方法和随机动态解耦后, 保真度随算法迭代次数t的衰减曲线. 图中, 曲线(a)为无解耦控制时的保真度衰减曲线, 曲线(b)为应用确定性动态解耦, (c)和(d)对应随机动态解耦法且Δt分别为$3, 300$. $n = 8$个量子比特, 静态干扰强度$\epsilon = 5 \times 10^{-6}$, 系统初态为一具有随机相位的平衡叠加态. 图中随机动态解耦曲线为经过20次仿真后的平均值. 在量子Bang-Bang控制中, 使用的正交阵列为由Bosebush算法产生的OA(32,8,4,2). 比较图中曲线(a)和(b)(c)可以看出, 确定性解耦方法和随机动力学解耦都能够有效的提高量子仿真的保真度. 在使用随机动力学解耦控制之后, 保真度由高斯衰减变为指数衰减, 这与随机动力学解耦法作用结果近似于将静态干扰转变为随机噪声干扰的分析是一致的. 比较曲线(c)和(d)还可以看出, 随着Δt的增大, 在量子算法中插入动力学解耦算符的频率减小, 保真度衰减呈加快趋势, 但总体来说该方法仍然能够较大程度的提高量子仿真的稳定性.

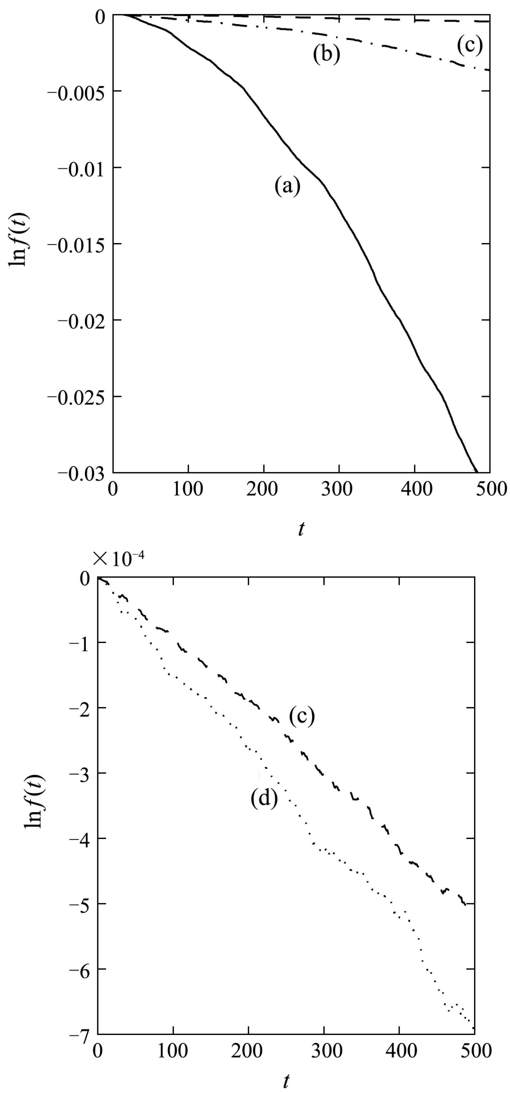


图 5 量子 baker 映射仿真算法的量子态保真度随系统演化的衰减曲线

Fig. 5 Fidelity decay of the quantum states with the quantum baker's map evolution times

4 小结(Conclusions)

量子比特之间的静态干扰严重影响了量子计算的可控性和可操作性. 动态解耦, 尤其是随机动态解耦法, 在快速收敛性和鲁棒性等方面都具有优良的性能, 它为容错量子计算提供了一种很好的途径. 本文以量子baker 映射的量子仿真算法为例, 使用动态解耦法抑制量子计算中存在的静态干扰, 并对确定性解耦控制和随机解耦控制做了比较. 量子baker 映射的仿真结果表明, 随机动力学解耦控制对静态干扰具有很好的抑制作用.

参考文献(References):

[1] NIELSEN M A, CHUANG I L. *Quantum Computation and Quantum Information*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.

[2] 龚涛, 蔡自兴. 自然计算研究进展[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(1): 79 – 85.
(GONG Tao, CAI Zixing. Research development of natural computation[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(1): 79 – 85.)

[3] ZUREK W H. Decoherence, einselection, and the quantum origins of the classical[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2003, 75(3): 715 – 775.

[4] GEORGEOT B, SHEPELYANSKY D L. Quantum chaos border for quantum computing[J]. *Physical Review E*, 2000, 62(3): 3504 – 3507.

[5] 叶宾, 谷瑞军, 须文波. 周期驱动的Harper模型的量子计算鲁棒性与量子混沌[J]. 物理学报, 2007, 56(7): 3709 – 3718.
(YE Bin, GU Ruijun, XU Wenbo. Robust quantum computation of the kicked Harper model and quantum chaos[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(7): 3709 – 3718.)

[6] DUAN L M, GUO G C. Reducing decoherence in quantum-computer memory with all quantum bits coupling to the same environment[J]. *Physical Review A*, 1998, 57(2): 737 – 742.

[7] VIOLA L, LLOYD S. Dynamical suppression of decoherence in two-state quantum systems[J]. *Physical Review A*, 1998, 58(4): 2733 – 2744.

[8] KERN O, ALBER G. Controlling quantum systems by embedded dynamical decoupling schemes[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(25): 250501.

[9] KERN O, ALBERT G, SHEPELYANSKY D L. Quantum error correction of coherent errors by randomization[J]. *The European Physical Journal D*, 2005, 32(1): 153 – 156.

[10] VIOLA L, KNILL E. Robust dynamical decoupling of quantum systems with bounded controls[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 90(3): 037901.

[11] KHODJASTEH K, LIDAR D A. Fault-tolerant quantum dynamical decoupling[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 95(18): 180501.

[12] RUDIGER S. Using a quantum computer to investigate quantum chaos[J]. *Physical Review A*, 1998, 57(3): 1634 – 1635.

[13] GIULIANO B, GIULIO C, SIMONE M. Quantum computing and information Extraction for dynamical quantum systems[J]. *Quantum Information Processing*, 2004, 3(10): 273 – 293.

[14] HOWELL J C, YEAZELL J A. Linear optics simulations of the quantum baker's map[J]. *Physical Review A*, 2000, 61(1): 123041 – 123046.

[15] GUHR T, MULLER GROELING A, WEIDENMULLER H A. Random-matrix theories in quantum physics: common concepts[J]. *Phys Rep*, 1998, 299(4): 189 – 425.

[16] BALAZS N L, VOROS A. The quantized baker's transformation[J]. *Europhysics Letters*, 1987, 4(10): 1089 – 1094.

[17] ROMOLO F A, RAUL O V. Entangling power of the baker's map: Role of symmetries[J]. *Physical Review A*, 2006, 73(5): 052327.

[18] STOLLSTEIMER M, MAHLER G. Suppression of arbitrary internal coupling in a quantum register[J]. *Physical Review A*, 2001, 64(5): 052301.

作者简介:

叶 宾 (1980—), 男, 博士, 讲师, 主要从事量子计算、量子调控和非线性系统控制等方向的研究, E-mail: yebinxie@yahoo.com.cn;

马小平 (1961—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为智能控制、复杂系统优化与控制等, E-mail: xpma@cumt.edu.cn.