

非均匀气隙永磁同步电机的自适应混沌同步

张兴华, 丁守刚

(南京工业大学 自动化学院, 江苏 南京 210009)

摘要: 提出了一种非均匀气隙永磁同步电机(PMSM)混沌系统的同步控制方法. 首先通过多时标变换, 将转子磁场定向坐标系下的PMSM模型, 变换成一种简单的无量纲模型. 之后采用相图和分岔图的方法, 对PMSM的混沌动态行为进行了分析. 指出了倍周期分岔是非均匀气隙PMSM通向混沌的主要途径. 最后基于Lyapunov稳定性理论, 设计自适应控制器, 实现了PMSM系统的混沌同步. 数字仿真结果验证了理论分析的正确性和控制方法的有效性.

关键词: 永磁同步电机; Lyapunov稳定性; 倍周期分岔; 混沌同步;

中图分类号: TM301.2 **文献标识码:** A

Adaptive chaotic synchronization of permanent magnet synchronous motors with nonsmooth air-gap

ZHANG Xing-hua, DING Shou-gang

(College of Automation, Nanjing University of Technology, Nanjing Jiangsu 210009, China)

Abstract: A synchronization control method is proposed for the chaotic system of the permanent magnet synchronous motor(PMSM) with nonsmooth air-gap. First, the model of the PMSM in the rotor-field-oriented frame is transformed into a simple dimensionless form via the multi-time-scale transformation, and then the chaotic behaviors of the PMSM are analyzed by means of the phase portrait and the bifurcation diagram. The period-doubling bifurcation is considered the major cause for the PMSM to be chaotic. Finally, by employing the Lyapunov stability theory, we design an adaptive controller for realizing the chaotic synchronization of the PMSM. Numerical simulation results confirm the correctness of the theoretical analysis and validity of the proposed method.

Key words: PMSM; Lyapunov stability; period-doubling bifurcation; chaos synchronization

1 引言(Introduction)

自Pecora和Carroll在1990年首次提出具有不同初始条件的两个同类混沌系统的同步控制方法以来^[1], 混沌同步引起了人们的广泛关注. 迄今, 国内外学者已提出多种混沌同步控制方法, 如自适应混沌同步^[2]、后推控制混沌同步^[3]、时延反馈控制混沌同步^[4]和反馈线性化混沌同步^[5]等. 近年来, 由于混沌同步在信息处理和保密通信领域的重要应用价值, 混沌同步更是成为非线性科学的研究热点.

作为一种应用广泛的电力传动系统驱动电机, 永磁同步电机在一些特定的参数和工作条件下会呈现混沌行为^[6,7], 表现为转矩和转速的间歇振荡和不规则的电流噪声等. 这种混沌行为对电力传动系统的稳定性构成威胁. 为保持电力传动系统运行的性能, 需要抑制或消除电机运行时出现的混沌现象, 由此引出了电机的混沌控制问题. 另一方面, 电机的混

沌行为在一些特殊的应用场合却是有益的, 如混沌的随机性可用于使物质充分混合. 研究发现, 当驱动电机处在混沌状态时, 可提高研磨和搅拌效率^[8,9]. 由此引出了电机的混沌反控制^[10]问题. 而关于永磁同步电机混沌同步问题的研究目前尚不多见.

本文给出了一种非均匀气隙PMSM混沌系统的同步控制方法. 首先通过一个多时标变换, 将转子磁场定向坐标系下的PMSM模型, 变换成一种简单的无量纲模型. 在此基础上, 分析了PMSM的混沌动态行为. 之后, 基于Lyapunov稳定性方法, 设计了一种PMSM混沌系统的同步控制器, 实现了非均匀气隙PMSM系统的混沌同步.

2 永磁同步电机的多时标数学模型(Multi-time scale model of PMSM)

在转子磁场定向坐标系($d-q$ 坐标系)中, 由电压

平衡方程和转矩平衡方程, 可得如下的PMSM的状态方程^[6]:

$$\begin{cases} \frac{di_q}{dt} = \frac{1}{L_q}[-R_s i_q - n_p \omega_r (L_d i_d + \phi) + u_q], \\ \frac{di_d}{dt} = \frac{1}{L_d}(-R_s i_d + n_p L_q \omega_r i_q + u_d), \\ \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{1}{J}\{n_p[\phi i_q + (L_d - L_q)i_d i_q] - b\omega_r - T_L\}. \end{cases} \quad (1)$$

其中: i_d, i_q 和 u_d, u_q 分别是定子电流向量和定子电压向量的直轴和交轴分量(d, q 分量), ω_r 是转子角速度, ϕ 为永久磁通, R_s 是定子电阻, n_p 是极对数, J 是转子惯量, b 是阻尼系数, T_L 是负载转矩, L_d 和 L_q 分别是直轴和交轴电感. 当 $L_d = L_q$ 时方程(1)描述的是均匀气隙PMSM, 否则为非均匀气隙PMSM.

令 $\tau_1 = \frac{L_q}{R_s}, \tau_2 = \frac{L_d}{R_s}, \tau_3 = \frac{JR_s}{\phi^2}$, 经适当变换^[11], 状态方程(1)可写成

$$\begin{cases} \tau_1 \frac{dx_1}{dt} = -x_1 - x_2 x_3 - x_3 + \nu_q, \\ \tau_2 \frac{dx_2}{dt} = x_1 x_3 - x_2 + \nu_d, \\ \tau_3 \frac{dx_3}{dt} = \rho x_1 x_2 + \sigma x_1 - \eta x_3 - \tilde{T}_L. \end{cases} \quad (2)$$

变换后的方程(2)即为一个多时标数学模型. 其中:

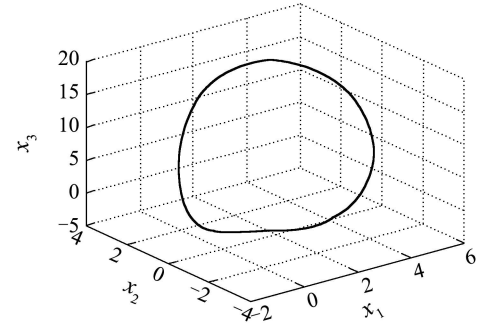
$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{L_q}{\phi\sqrt{\delta}} i_q, \quad x_2 = \frac{L_d}{\phi} i_d, \quad x_3 = \frac{n_p L_q}{R_s \sqrt{\delta}} \omega_r, \\ \nu_d &= \frac{L_q}{R_s \phi \delta} u_d, \quad \nu_q = \frac{L_q}{R_s \phi \sqrt{\delta}} u_q, \\ \tilde{T}_L &= \frac{n_p L_q}{\phi^2 \sqrt{\delta}} T_L, \quad \sigma = n_p^2, \quad \delta = \frac{L_q}{L_d}, \\ \rho &= (1 - \delta)n_p^2, \quad \eta = \frac{R_s b}{\phi^2}, \end{aligned}$$

均为无量纲的纯数.

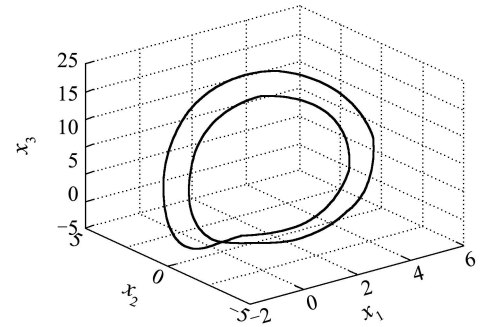
3 永磁同步电机的混沌吸引子(Chaos attractor of PMSM)

上述无量纲的非均匀气隙PMSM模型(2)是一个多变量、强耦合的非线性系统, 在一些特定的参数和工作条件下, 会呈现出复杂的混沌动态行为. 例如, 取 $\nu_d = -12.70, \nu_q = 2.34, \tilde{T}_L = 0.525; \tau_1 = 6.45 \text{ s}, \tau_2 = 7.125 \text{ s}, \tau_3 = 1 \text{ s}; \sigma = 16, \rho = 1.516$, 以 η 为分岔参数(η 与定子电阻 R_s 和永久磁链 ϕ 有关, 而 R_s 和 ϕ 受电机运行工况影响较大)可作出PMSM系统的三维相图(图1)和分岔图(图2). 从图1中可以看出, 当 $\eta = 2.8$ 时, 系统做周期1的运动; $\eta = 2.5$ 时, 系统做周期2的运动; $\eta = 1.8$ 时, 系统处于混沌运动状态. 图2是以 η 为分岔参数, x_1, x_2 和 x_3 为状态变量做

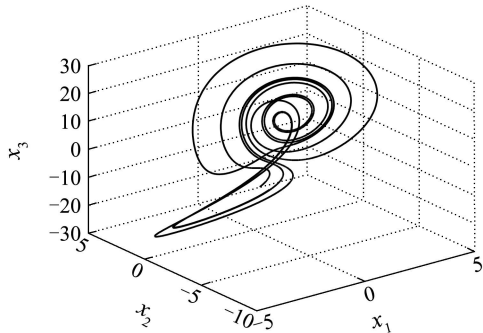
出的分岔图, 从中可以看出倍周期分岔是非均匀气隙PMSM通向混沌的主要途径.



(a) $\eta = 2.80$



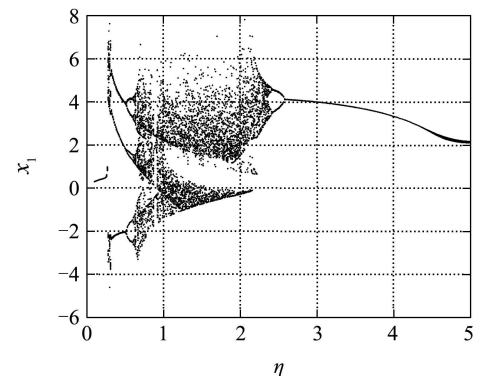
(b) $\eta = 2.50$



(c) $\eta = 1.80$

图1 永磁同步电机的相图

Fig. 1 Phase portraits of PMSM



(a) x_1 的分岔图

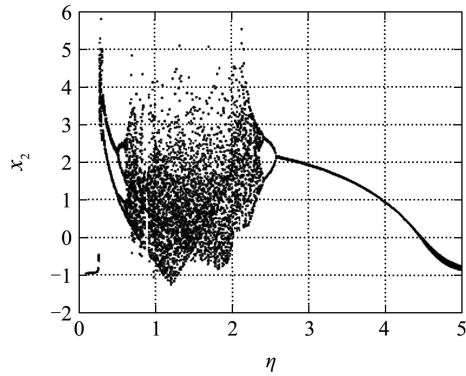
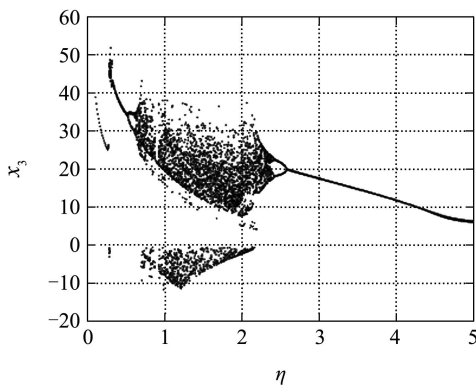
(b) x_2 的分岔图(c) x_3 的分岔图

图2 永磁同步电机的分岔图

Fig. 2 Bifurcation diagrams of PMSM

4 永磁同步电机的自适应混沌同步(Adaptive chaos synchronization of PMSM)

考虑具有未知参数, 初始状态不同的两个永磁同步电机混沌系统的同步问题.

设驱动系统为

$$\begin{cases} \tau_1 \frac{dx_1}{dt} = -x_1 - x_2 x_3 - x_3 + \nu_q, \\ \tau_2 \frac{dx_2}{dt} = x_1 x_3 - x_2 + \nu_d, \\ \tau_3 \frac{dx_3}{dt} = \rho x_1 x_2 + \sigma x_1 - \eta x_3 - \tilde{T}_L. \end{cases} \quad (3)$$

响应系统为

$$\begin{cases} \tau_1 \frac{dy_1}{dt} = -y_1 - y_2 y_3 - y_3 + \nu_q + u_1, \\ \tau_2 \frac{dy_2}{dt} = y_1 y_3 - y_2 + \nu_d + u_2, \\ \tau_3 \frac{dy_3}{dt} = \rho y_1 y_2 + \sigma y_1 - \hat{\eta} y_3 - \tilde{T}_L + u_3. \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\hat{\eta}$ 为未知参数 η 的估计值.

由式(4)–式(3)可得

$$\begin{cases} \tau_1 \frac{de_1}{dt} = -e_1 - e_2 e_3 - e_2 x_3 - e_3 x_2 - e_3 + u_1, \\ \tau_2 \frac{de_2}{dt} = e_1 e_3 + e_1 x_3 + e_3 x_1 - e_2 + u_2, \\ \tau_3 \frac{de_3}{dt} = \rho(e_1 e_2 + e_1 x_2 + e_2 x_1) + \sigma e_1 - \\ (\tilde{\eta} e_3 + \eta e_3 + \tilde{\eta} x_3) + u_3. \end{cases} \quad (5)$$

其中: 状态误差 $e_1 = y_1 - x_1, e_2 = y_2 - x_2, e_3 = y_3 - x_3$; 参数估计误差 $\tilde{\eta} = \hat{\eta} - \eta$.

取Lyapunov函数

$$V = \frac{1}{2}(\tau_1 e_1^2 + \tau_2 e_2^2 + \tau_3 e_3^2 + \tilde{\eta}^2), \quad (6)$$

则 V 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tau_1 e_1 \dot{e}_1 + \tau_2 e_2 \dot{e}_2 + \tau_3 e_3 \dot{e}_3 + \tilde{\eta} \dot{\tilde{\eta}} = \\ &= e_1(-e_1 - e_2 e_3 - e_2 x_3 - e_3 x_2 - e_3 + u_1) + \\ &+ e_2(e_1 e_3 + e_1 x_3 + e_3 x_1 - e_2 + u_2) + \\ &+ e_3[\rho(e_1 e_2 + e_1 x_2 + e_2 x_1) + \sigma e_1 - \\ &+ (\tilde{\eta} e_3 + \eta e_3 + \tilde{\eta} x_3) + u_3] + \tilde{\eta} \dot{\tilde{\eta}}. \end{aligned} \quad (7)$$

取控制率

$$\begin{cases} u_1 = e_2 e_3 + e_2 x_3 + e_3 x_2 + e_3, \\ u_2 = -(e_1 e_3 + e_1 x_3 + e_3 x_1), \\ u_3 = -\rho(e_1 e_2 + e_1 x_2 + e_2 x_1) - \sigma e_1. \end{cases} \quad (8)$$

参数自适应率

$$\dot{\hat{\eta}} = (e_3 + x_3)e_3, \quad (9)$$

则有

$$\dot{V} = -(e_1^2 + e_2^2 + \eta e_3^2) \leq 0. \quad (10)$$

从而可得 e_1, e_2, e_3 是有界的. 由式(5)(8), 可得 $\dot{e}_1, \dot{e}_2, \dot{e}_3$ 也是有界的. 再由式(10), 可得

$$\dot{V} = -(e_1^2 + e_2^2 + \eta e_3^2) \leq -e_1^2,$$

上式两边积分, 得

$$\int_0^\infty e_1^2 dt \leq V(0) - V(\infty) < \infty. \quad (11)$$

故有 $e_1 \in L_2$, 同理可证 $e_2, e_3 \in L_2$. 即有 $e_1, e_2, e_3 \in L_\infty \cap L_2, \dot{e}_1, \dot{e}_2, \dot{e}_3 \in L_\infty$, 根据Barbalat引理^[12], 当 $t \rightarrow \infty$, 有 $e_1, e_2, e_3 \rightarrow 0$, 即误差 e_1, e_2, e_3 渐近收敛到零. 由此可知两PMSM混沌系统实现了渐近同步.

5 仿真结果(Simulation results)

为验证本文给出控制方法的有效性, 对上述PMSM混沌系统进行同步控制仿真. 当取电机模型参数为: $\nu_q = 2.34, \nu_d = -12.70, \tilde{T}_L = 0.525, \rho = 1.516, \sigma = 16$ 时, 驱动系统的未知参数为 $\eta =$

1.8, PMSM呈现混沌运动状态. 取驱动系统和响应系统的初始条件分别为 $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1$; $y_1(0) = y_2(0) = y_3(0) = 5$, 响应系统的未知参数初始估计值设为 $\hat{\eta}(0) = 0$. 仿真结果如图3和图4所示. 从中可见, 设计的同步控制器实现了具有不同初始状态PMSM混沌系统的渐近同步. 图3中: 点线(···)为驱动系统, 实线(—)为响应系统.

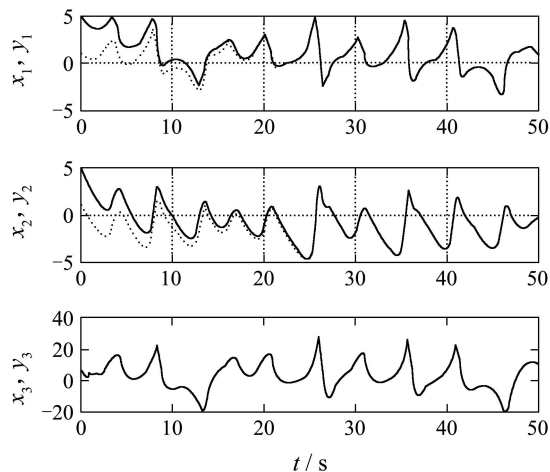


图3 PMSM混沌同步的状态轨迹

Fig. 3 State trajectories of PMSM chaos synchronization

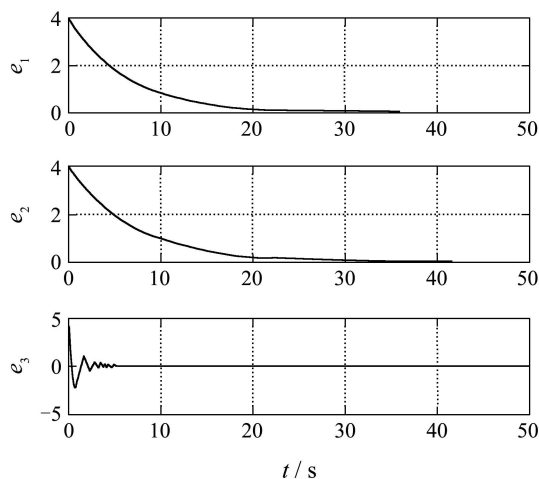


图4 PMSM混沌同步的状态误差曲线

Fig. 4 State error curves of PMSM chaos synchronization

6 结论(Conclusion)

本文给出了一种非均匀气隙永磁同步电机混沌系统的自适应同步控制方法. 在对永磁同步电机混沌动态进行分析的基础上, 采用Lyapunov稳定性方法, 设计PMSM混沌系统的自适应控制器对未知参数的永磁同步电机混沌系统进行同步控制. 理论分

析和数值仿真结果表明该方法可实现PMSM混沌系统的渐近同步.

参考文献(References):

- [1] PECORA L M, CANOLL T L. Synchronization in chaotic system[J]. *Physical Review Letters*, 1990, 64(8): 821 – 824.
- [2] CHEN S H, LU J H. Synchronization of an uncertain unified chaotic system via adaptive control[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2002, 14(2): 643 – 647.
- [3] TAN X H, ZHANG J Y, YANG Y R. Synchronizing chaotic systems using backstepping design[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2003, 16(1): 37 – 45.
- [4] PAR J H, KWON O M. A novel criterion for delayed feedback control of time-delay chaotic systems[J]. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2005, 23(2): 495 – 501.
- [5] 朱志宇. 基于反馈精确线性化的混沌系统同步控制方法[J]. 物理学报, 2006, 55(12): 6248 – 6252.
(ZHU Zhiyu. Synchronization control based on feedback precise linearization[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55(12): 6248 – 6252.)
- [6] 李忠, 张波, 毛宗源. 永磁同步电动机系统的纳入轨道和强迫迁徙控制[J]. 控制理论与应用, 2002, 19(1): 53 – 56.
(LI Zhong, ZHANG Bo, MAO Zongyuan. Entrainment and migration control of permanent-magnet synchronous motor system[J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(1): 53 – 56.)
- [7] 李洁, 任海鹏. 永磁同步电动机中混沌运动的部分解耦控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(4): 637 – 640.
(LI Jie, REN Haipeng. Partial decoupling control of chaos in permanent magnet synchronous motor[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(4): 637 – 640.)
- [8] SHUNJI ITO, TATSUO NARIKIYO. Abrasive machining under wet condition and constant pressure using chaotic rotation[J]. *Journal of the Japan Society for Precision Engineering*, 1998, 64(5): 748 – 752.
- [9] CHAU K T, YE S, GAO Y, et al. Application of chaotic-motion motors to industrial mixing processes[C] // *Proceedings of the 39th IAS Annual Meeting, Conference Record of the 2004 IEEE*. Seattle: IEEE, 2004, 3: 1874 – 1880.
- [10] 朱海磊, 陈基和, 王赞基. 利用延迟反馈进行异步电机混沌反控制[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(12): 156 – 159.
(ZHU Hailei, CHEN Jihe, WANG Zanjie. Anti-control of chaos in induction motor drives by time delay feedback[J]. *Proceedings of the Chinese Society for Electrical Engineering*, 2004, 24(12): 156 – 159.)
- [11] NEYRAM HEMATI. Dynamic analysis of brushless motors based on compact representations of the equations of motion[C] // *Proceedings of the 28th IAS Annual Meeting, Conference Record of the 1993 IEEE*. Phoenix: IEEE, 1993, 1: 51 – 58.
- [12] MARINO R, TOMEI P. *Nonlinear Control Design: Geometric, Adaptive and Robust*[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1995.

作者简介:

张兴华 (1963—), 男, 博士, 教授, 目前主要研究方向是电力传动控制、复杂系统控制, E-mail: zxhnjut@163.com;

丁守刚 (1981—), 男, 硕士研究生, 目前主要研究方向是电力传动控制, E-mail: tibetpoppy@163.com.