第 26 卷第 6 期
2009 年 6 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 26 No. 6
Jun. 2009

文章编号: 1000−8152(2009)06−0683−04

基于模糊模型的非线性不确定时滞系统的H_∞鲁棒容错控制

尹作友[1,2], 张化光[1]

(1. 东北大学 流程工业综合自动化教育部重点实验室, 辽宁 沈阳 110004;

2. 渤海大学 信息科学与工程学院, 辽宁 锦州 121000)

摘要: 研究了一类具有不确定时滞的非线性系统的H_∞鲁棒容错控制问题. 采用T-S模糊模型来描述非线性系统, 并对执行器失效且具有扰动的情形, 基于Lyapunov稳定性理论和LMI方法, 给出了系统H_∞鲁棒容错控制器存在的充分条件, 保证了系统的鲁棒稳定性. 仿真实例验证了本文提出方法的有效性.

关键词: 非线性系统; 鲁棒; 容错; 不确定性; 模糊控制器

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Robust tolerant control for nonlinear systems with uncertainties and time delays based on fuzzy models

YIN Zuo-you[1,2], ZHANG Hua-guang[1]

(1. Key Laboratory of Integrated Automation for the Process Industry, Ministry of Education, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;

2. School of Information Science and Engineering, Bohai University, Jinzhou Liaoning 121000, China)

Abstract: The H-infinity robust tolerant control for nonlinear systems with uncertainties and time delays is studied. The Takagi-Sugeno(T-S) fuzzy model is employed to represent the nonlinear system. For the case of actuator fault and the existence of system disturbances, a sufficient condition for the existence of the H-infinity robust tolerant control law which guarantees robust stability of the system is given, based on the Lyapunov stability theory and the linear matrix inequality method. Simulation results show the effectiveness of the proposed approach.

Key words: nonlinear system; robustness; tolerance; uncertainty; fuzzy controller

1 引言(Introduction)

容错控制可使得系统在执行器或传感器发生故障时仍能保证系统正常运行, 达到预期的控制效果. 因此, 容错控制已成为控制领域研究的热门研究课题. 由于非线性系统难以用精确的数学模型来描述, 因此经典的容错控制方法已不适用于非线性系统的容错控制的研究. 由Takagi-Sugeno提出的T-S模糊模型可以逼近任何非线性系统[1], 这就为非线性系统容错控制提供了一个新的处理手段[2,3]. 文献[2]采用T-S模糊模型描述具有不确定时滞非线性系统, 针对传感器故障, 设计了输出反馈控制器, 保证系统鲁棒稳定性; 文献[3]研究了具有时滞的模糊离散系统传感器故障的容错控制问题. 以上文献均未考虑系统具有执行器故障和扰动情况下的容错控制问题. 本文针对不确定时滞的非线性自治系统, 采用T-S模糊模型进行描述, 在系统执行器失效情况下, 基于Lyapunov 稳定性理论和LMI方法, 设计状态反馈控制器, 给出系统鲁棒稳定的充分条件, 保证了系统具有容错性. 仿真实例说明了该方法的有效性.

2 问题描述(Problem description)

T-S模糊模型是由一组If-then模糊规则来描述非线性系统. 对含有时滞不确定的非线性系统其T-S模糊模型的第i条规则描述如下:

规则 i: If z_1 is M_{i1} and $\cdots$ and z_p is M_{ip}, Then

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = \\ (A_i+\Delta A_i)x(t)+(A_{di}+\Delta A_{di})x(t-d)+ \\ (B_i+\Delta B_i)u(t)+(B_{hi}+\Delta B_{hi})u(t- \\ h)+D_iw(t), \\ y_i(t)=C_ix(t),\ i=1,2,\cdots,N, \\ x(t)=\phi(t),\ t\in[-d,0]. \end{cases} \tag{1}$$

收稿日期: 2008−05−21; 收修改稿日期: 2008−12−15.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60534010, 60572070, 60521003, 60774048, 60728307); 高校博士点基金资助项目(20070145015); 辽宁省自然科学基金资助项目(20062018); 高等学校学科创新引智计划资助(B08015).

其中: M_{ij}为模糊集合; $z_1,\cdots,z_p$为模糊规则的前件变量; $x(t)\in\mathbb{R}^n, u(t)\in\mathbb{R}^m$分别为系统的状态向量和控制输入向量, $y_i(t)\in\mathbb{R}^m$为系统的控制输出向量; d, h为滞后时间, $0\leqslant d,h<\infty$; $w(t)\in\mathbb{R}^q$为扰动向量; 标量N为模糊规则的个数; $A_i, A_{di}, B_i, B_{hi}, C_i, D_i$分别是适当维数的系统输入、输出和扰动常数矩阵; ΔA_i, ΔA_{di}, ΔB_i, ΔB_{hi}是不确定性实数矩阵, 且具有如下结构:

$$[\Delta A_i\ \ \Delta A_{di}\ \ \Delta B_i\ \ \Delta B_{hi}]=MF_i(t)[E_{1i}\ \ E_{di}\ \ E_{2i}\ \ E_{hi}]$$

其中: $E_{1i}, E_{di}, E_{2i}, E_{hi}$是已知的适当维数实常数矩阵; $F^{\mathrm{T}}(t)F(t)\leqslant I$, 这里$I$为单位矩阵.

采用单点模糊化、乘积推理和平均加权反模糊化, 可得模糊T-S系统的整个状态方程:

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=\sum\limits_{i=1}^{N}h_i(z)[(A_i+\Delta A_i)x(t)+(A_{di}+\\ \qquad \Delta A_{di})x(t-d)+(B_i+\Delta B_i)u(t)+\\ \qquad (B_{hi}+\Delta B_{hi})u(t-h)+D_iw(t)],\\ y(t)=\sum\limits_{i=1}^{N}h_i(z)C_ix(t).\end{cases}\tag{2}$$

其中:

$$z=(z_1\cdots z_p),\ h_i(z)=\mu_i(z)/\sum_{i=1}^{N}\mu_i(z)\geqslant 0,$$

$$\sum_{i=1}^{N}h_i(z)=1,\ \mu_i(z)=\prod_{j=1}^{p}M_{ij}(z_j),$$

$M_{ij}(z_j)$表示z_j前件变量对应模糊集合M_{ij}的隶属度.

利用平行分配补偿算法(PDC), 可以分别对各个子系统设计局部状态反馈控制器, 各反馈控制器的前提条件与系统模型的前提条件相同, 则

规则 i: IF z_1 is M_{i1} and $\cdots$ and z_p is M_{ip}, THEN

$$u(t)=-K_ix(t),\ i=1,2,\cdots,N,\tag{3}$$

其中K_i为反馈控制增益矩阵. 整个模糊控制器为

$$u(t)=-\sum_{i=1}^{N}h_i(z)K_ix(t).\tag{4}$$

考虑系统的执行器发生故障情况时, 引进一开关执行器的故障模型矩阵L:

$$L=\mathrm{diag}\{l_1,l_2,\cdots,l_m\},\ l_q\in[0,1],\ q=1,2,\cdots,m.\tag{5}$$

将L放在K和B之间, 式(4)代入式(2), 得到具有执行器故障的闭环模糊系统如下:

$$\dot{x}(t)=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N}h_i(z)h_j(z)[(A_i+\Delta A_i-B_iLK_j-\Delta B_iLK_j)x(t)+(A_{di}+\Delta A_{di})x(t-d)-(B_{hi}LK_j+\Delta B_{hi}LK_j)x(t-h)+D_iw(t)].\tag{6}$$

对不确定时滞的非线性系统的H_∞鲁棒容错控制, 就是设计一个状态反馈控制器(4), 当执行器失效时, 使闭环系统(6)满足以下条件:

1) 闭环系统渐近稳定($w(t)=0$).

2) 在零初始条件下, 对任意的$w(t)\in\mathrm{L}_2[0,\infty)$, 满足$\|y(t)\|_2\leqslant\gamma\|w(t)\|_2$, 其中$\gamma$是预先规定的常数; $\|\cdot\|_2-\mathrm{L}_2[0,\infty)$范数.

3 主要结果(Main results)

引理 1[4] 对任意矢量x_1和x_2及矩阵Y有

$$x_1^{\mathrm{T}}Yx_2+x_2^{\mathrm{T}}Y^{\mathrm{T}}x_1\leqslant x_1^{\mathrm{T}}YQ^{-1}Y^{\mathrm{T}}x_1+x_2^{\mathrm{T}}Qx_2,\tag{7}$$

其中Q是正定矩阵.

引理 2[5] 对具有适当维数的常数矩阵Y, D和E, 其中Y是对称的, 则

$$Y+MF(t)E+E^{\mathrm{T}}F^{\mathrm{T}}(t)M^{\mathrm{T}}<0\tag{8}$$

对所有满足$F^{\mathrm{T}}(t)F(t)\leqslant I$的矩阵$F(t)$成立, 当且仅当存在一个常数$\varepsilon>0$, 使得下面的不等式成立:

$$Y+\varepsilon MM^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}E^{\mathrm{T}}E<0.\tag{9}$$

定理 1 考虑系统(6), 假设$w(t)=0$, 如果存在矩阵$X>0, W_1>0, W_2>0, W_3>0, W_4>0$, Y和常量$\varepsilon_i>0$满足下列矩阵不等式:

$$\varPhi=\begin{pmatrix}\eta & B_{hi}LY_j & A_{di} & X & X & \varTheta & M\\ * & -W_1 & 0 & 0 & 0 & XE_{di}^{\mathrm{T}} & 0\\ * & * & -W_2 & 0 & 0 & Y_j^{\mathrm{T}}LE_{hi}^{\mathrm{T}} & 0\\ * & * & * & -W_3 & 0 & 0 & 0\\ * & * & * & * & -W_4 & 0 & 0\\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_iI & 0\\ * & * & * & * & * & * & -\varepsilon_i^{-1}I\end{pmatrix}<0.\tag{10}$$

其中:

$$\eta=XA_i^{\mathrm{T}}+A_iX-Y_j^{\mathrm{T}}L_kB_i^{\mathrm{T}}-B_iLY_j,$$
$$i=1,2,\cdots,N,\ j=1,2,\cdots,N,$$
$$\varTheta=XE_{1i}^{\mathrm{T}}+Y_j^{\mathrm{T}}LE_{2i}^{\mathrm{T}},$$

则执行器失效时, 存在反馈控制增益$K_i=Y_iX^{-1}$, 相应闭环系统(6)是渐近稳定的.

证 取Lyapunov函数如下:

$$V(x(t))=x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)+\int_{t-d}^{\mathrm{T}}x^{\mathrm{T}}(s)Q_1x(s)\mathrm{d}s+$$

$$\int_{t-h}^{\mathrm{T}} x^{\mathrm{T}}(s)Q_2x(s)\mathrm{d}s. \tag{11}$$

沿着系统(6)对Lyapunov函数求导并利用引理1得

$$\begin{aligned}&\dot V(x(t)) = \\ &\dot x^{\mathrm{T}}(t)Px(t)+x^{\mathrm{T}}(t)P\dot x(t)+x^{\mathrm{T}}(t)Q_1x(t)- \\ &x^{\mathrm{T}}(t-d)Q_1x(t-d)+x^{\mathrm{T}}(t)Q_2x(t)- \\ &x^{\mathrm{T}}(t-h)Q_2x(t-h) \leqslant \\ &\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} h_i(z)h_j(z)x^{\mathrm{T}}(t)\varPi x(t).\end{aligned} \tag{12}$$

其中

$$\begin{aligned}\varPi = {}& A_i^{\mathrm{T}} + PA_i - (B_iLK_j)^{\mathrm{T}}P - PB_iLK_j + \\ &\Delta A_i^{\mathrm{T}}P+P\Delta A_i-(\Delta B_iLK_j)^{\mathrm{T}}P- \\ &P\Delta B_iLK_j + Q_1 + Q_2 + P(B_{hi}LK_j + \\ &\Delta B_{hi}LK_j)Q_2^{-1}(B_{hi}LK_j+\Delta B_{hi}LK_j)^{\mathrm{T}}P+ \\ &P(A_{di}+\Delta A_{di})Q_1^{-1}(A_{di}+\Delta A_{di})^{\mathrm{T}}P.\end{aligned}$$

如果下式成立:

$$\begin{aligned}&\varOmega + \varepsilon_i \begin{pmatrix} PM \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} PM \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}} + \\ &\varepsilon_i^{-1}(E_{1i}+E_{2i}LK_j \;\; E_{di} \;\; E_{hi}LK_j)^{\mathrm{T}}\cdot \\ &(E_{1i}+E_{2i}LK_j \;\; E_{di} \;\; E_{hi}LK_j) < 0,\end{aligned} \tag{13}$$

则有$\dot V(x(t)) < 0$, 使得故障模糊系统(6)是渐近稳定的. 在式(13)推导中采用Schur补性质和引理2. 其中:

$$\varOmega = \begin{pmatrix} \varLambda & PA_{di} & PB_{hi}LK_j \\ A_{di}^{\mathrm{T}}P & -Q_1 & 0 \\ (B_{hi}LK_j)^{\mathrm{T}}P & 0 & -Q_2 \end{pmatrix},$$

$$\varLambda = A_i^{\mathrm{T}}+PA_i-(B_iLK_j)^{\mathrm{T}}P-PB_iLK_j+Q_1+Q_2.$$

进一步利用Schur补性质和LMI方法, 记

$$P = X^{-1},\ W_1 = PQ_1^{-1}P,\ W_2 = PQ_2^{-1}P$$

和

$$W_3 = Q_1^{-1},\ W_4 = Q_2^{-1},\ K_i = Y_iX^{-1},$$

获得式(10).　　证毕.

定理 2　对于存在执行器故障系统(6), $w(t) \neq 0$, 给定常数γ, 如果存在矩阵$X > 0, W_1 > 0, W_2 > 0, W_3 > 0, W_4 > 0, Y$和常量$\varepsilon_i > 0$, 满足下列矩阵不等式:

$$\begin{pmatrix} \varPhi & \boldsymbol{N}_{\mathrm{D}} & \boldsymbol{N}_{\mathrm{C}} \\ * & -\gamma^2 I & 0 \\ * & * & -I \end{pmatrix} < 0. \tag{14}$$

其中:

$$\boldsymbol{N}_{\mathrm{D}} = (D_i^{\mathrm{T}} \;\; 0 \;\; \cdots \;\; 0)^{\mathrm{T}},$$
$$\boldsymbol{N}_{\mathrm{C}} = ((XC_i^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \;\; 0 \;\; \cdots \;\; 0)^{\mathrm{T}},$$

则存在控制增益$K_i = Y_iX^{-1}$, 使得该闭环系统是渐近稳定的, 并且具有H_∞范数小于给定界γ.

证　在零初始条件下, 考虑闭环故障系统(6)和Lyapunov函数(11), 建立下面性能指标函数:

$$\begin{aligned}J = {}&\int_0^{\tau}[y^{\mathrm{T}}(t)y(t) - \gamma^2 w^{\mathrm{T}}(t)w(t)+ \\ &\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}V(x(t))]\mathrm{d}t - V(x(t)) \leqslant \\ &\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{N} h_i(z)h_j(z)[x^{\mathrm{T}}(t) \;\; w^{\mathrm{T}}(t)]\times \\ &\begin{pmatrix} S & PD_i \\ D_i^{\mathrm{T}}P & -\gamma^2 I \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x(t) \\ w(t) \end{pmatrix},\end{aligned} \tag{15}$$

其中$S = \varPi + C_i^{\mathrm{T}}C_i$.

如果上式右边中间矩阵小于0, 就能满足$J < 0$. 利用Schur补性质和LMI技术, 可得矩阵不等式(14), 则

$$\begin{aligned}\int_0^{\tau} y^{\mathrm{T}}(t)y(t)\mathrm{d}t < \gamma^2\int_0^{\tau} w^{\mathrm{T}}(t)w(t)\mathrm{d}t \leqslant \\ \gamma^2\int_0^{\infty} w^{\mathrm{T}}(t)w(t)\mathrm{d}t.\end{aligned}$$

证毕.

4　仿真实例(Simulation example)

考虑文献[6]的非线性系统, 采用文献[4]局部矢量非线性化的方法对系统进行建模, 得到

$$A_1 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix},\ A_2 = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -3 \end{pmatrix},$$

$$A_{d1} = A_{d2} = \begin{pmatrix} -0.5 & 1 \\ 0 & -0.1 \end{pmatrix},$$

$$B_1=B_2=\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{pmatrix},\ B_{h1}=B_{h2}=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -0.1 \end{pmatrix},$$

$$D_1 = D_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0.5 \end{pmatrix},\ C_1 = C_2 = \begin{pmatrix} 0.1 & 0 \end{pmatrix}.$$

当$L_2 = \mathrm{diag}\{1,0\}$, 第2个执行器有故障; 当$L_3 = \mathrm{diag}\{0,1\}$, 第1个执行器有故障. 取$\gamma = 1$, $d = 1$, $h = 0.5$, 根据式(14), 得

$$K_1 = \begin{pmatrix} -5.1214 & 3.2856 \\ -16.3151 & 10.6101 \end{pmatrix},$$

$$K_2 = \begin{pmatrix} -5.0092 & 3.4737 \\ -17.5583 & 11.8543 \end{pmatrix}.$$

当系统状态初始为$[x_1,x_2]=[-1,2]$, 扰动$w(t)=\sin(t)\mathrm{e}^{-t}$, 可以得到$L_2,L_3$所对应的$x_1,x_2$的状态曲线如图1所示.

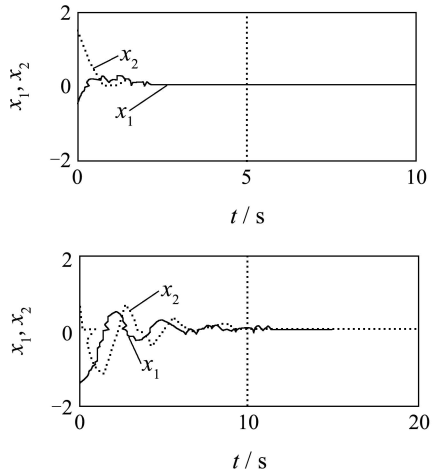

图 1　系统x_1,x_2状态响应曲线

Fig. 1　The state response of system x_1,x_2

5　结论(Conclusion)

本文针对具有不确定和时滞的非线性系统, 利用模糊T-S模型对系统进行描述, 当执行器失效时, 建立故障矩阵, 设计了状态反馈控制器, 基于Lyapunov稳定性理论和LMI方法, 给出了在执行器失效的情况下系统H_∞鲁棒稳定的充分条件, 保证了系统具有容错性.

参考文献(References):

[1] ZHANG H G, LUN S X, LIU D. Fuzzy filter design for a class of nonlinear discrete-time systems with multiple time delay[J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2007, 15(3): 453 – 469.

[2] TONG S C. Robust fault tolerant fuzzy control for nonlinear systems with sensor failures[C] //*Proceedings of the Sixth International Conference on Machine Learning Cybernetics*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 1167 – 1172.

[3] ZHANG L. Fault-tolerant control of uncertain time-delay discrete-time systems using T-S model[C] //*IEEE International Fuzzy Systems Conference*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2007: 1139 – 1144.

[4] TANAKA K, WANG H O. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach*[M]. New York: Wiley, 2001.

[5] XIE L. Output feedback control of systems with parameter uncertainties[J]. *International Journal of Control*, 1996, 63(4): 741 – 750.

[6] ZHANG G S, CHEN X. Delay-dependent fuzzy robust stability for uncertain nonlinear systems with time delay[C] //*Proceedings of the 6th IEEE World Congress on Intelligent Control and Automation*. Piscataway, NJ, USA: IEEE, 2006: 4002 – 4006.

作者简介:

尹作友　(1965—), 男, 渤海大学副教授, 从事故障检测和容错控制等方面的研究, E-mail: yinzuoyou@163.com;

张化光　(1959—), 男, 东北大学教授, 博士生导师, 主要从事模糊控制、非线性控制和混沌控制等方面的研究, E-mail: hgzhang@ieee.org.