文章编号: 1000−8152(2009)10−1167−05

一类MIMO非线性时滞系统的鲁棒自适应控制

王 芹, 张天平

(扬州大学 信息工程学院 自动化专业部, 江苏 扬州 225009)

摘要: 针对一类具有非线性输入的MIMO时变时滞系统, 基于变结构控制原理, 提出了一种稳定自适应控制器设计的新方案. 该方案通过使用Lyapunov-Krasovskii(L-K)泛函抵消了因未知时变时滞带来的系统不确定性; 进一步, 利用Young's不等式和参数自适应估计取消了非线性死区输入模型和不确定项假设中各种参数均为已知的要求. 通过理论分析, 证明了闭环控制系统半全局一致终结有界, 跟踪误差收敛到零的一个邻域内.

关键词: 自适应控制; 时滞; 一致终结有界

中图分类号: TP273 **文献标识码**: A

Robust adaptive control for a class of MIMO nonlinear systems with time-varying delay

WANG Qin, ZHANG Tian-ping

(Department of Automation, College of Information Engineering, Yangzhou University, Yangzhou Jiangsu 225009, China)

Abstract: A new variable structure adaptive control scheme is proposed for a class of uncertain multi-input and multi-output(MIMO) nonlinear systems with nonlinear input and time-varying delays. The unknown time-varying delay is compensated by using Lyapunov-Krasovskii(L-K) functionals in the design. Furthermore, using the Young inequality and the parameter adaptive estimation, the parameters in the nonlinear dead-zone models and the lumped uncertainty are not necessary to be known. By theoretical analysis, the closed-loop control system is proved to be semi-global uniformly ultimately bounded(UUB), and the output tracking error converges to a neighborhood of zero.

Key words: adaptive control; time-varying delay; semi-global uniformly ultimately bounded

1 引言(Introduction)

时滞存在于许多工程系统中, 如传送系统、电力系统、网络控制系统等, 常常是系统不稳定和系统品质变差的原因. 时滞的存在使得系统的分析与综合变得更加复杂, 正是时滞现象的普遍存在以及时滞系统分析的困难性, 使得时滞系统的分析与综合一直是控制理论与控制工程领域中研究的一个热点课题[1~9]. 目前, 时滞系统的研究大多采用状态反馈、LMI方法和Riccati方法等[1~3]. 文献[4]针对一类非线性时滞输出反馈系统, 提出了一种自适应控制方案,但要求时滞函数矩阵的第一行为零. 文献[5]针对一类非线性随机输出反馈大系统, 提出了一种分散镇定方案,但仍然要求关联项被已知函数界定. 文献[6]对一类具有未知控制系数的时滞系统, 利用Lyapunov-Krasovskii泛函和后推设计方法, 提出一种自适应神经网络控制方案. 文献[7]对一类具有未知时滞, 虚拟控制系数为未知常数且符号已知的参数化严格反馈非线性系统, 使用适当的L-K泛函对未知时滞进行补偿, 基于后推设计, 提出一种能保证闭环系统全局一致终结有界的新方案. 文献[8]在对虚拟控制函数进一步限制的条件下, 使用适当的L-K泛函对未知时滞进行补偿, 提出一种实用的自适应神经网络控制方案. 文献[9]对具有三角块结构的MIMO非线性时滞系统, 利用神经网络逼近并补偿系统中未知函数, 引入一种连续函数及L-K泛函, 提出一种新的自适应控制方案. 然而, 文献[6~9]中对虚拟控制α_{i-1}利用复合函数求导规则确定建模变量时值得商榷.

上述文献[1~9] 的研究仅是针对输入为线性的情况, 随着控制理论研究的不断深入, 人们对系统的描述、分析和设计的精度要求越来越高, 因而在研究这些实际系统时必须考虑非线性输入、死区和回

收稿日期: 2007−07−04; 收修改稿日期: 2009−07−05.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60874045, 60774017).

滞等因素对系统性能的影响. 为此, 近年来很多学者对此类非线性系统进行了广泛的研究, 以期消除或减少这些非线性因素对控制系统的影响, 并取得了一些成果[10~14]. 文献[10,11]通过简化死区模型使控制律的设计更为简单, 然而文献[10]中仅讨论了具有不等倾斜度的死区模型的线性系统的模型参考自适应控制问题, 文献[11]只讨论了控制增益为常数的情况. 文献[12]针对一类具有回滞的不确定系统, 采用P-I模型描述回滞特性, 将不确定非线性动态系统的鲁棒自适应控制与回滞模型相结合, 实现对系统的稳定控制. 文献[13]研究了一类具有非对称死区的SISO非线性系统的稳定控制问题. 文献[12,13]仅针对控制增益为常量的情形, 并未考虑控制增益为未知函数的情形, 而后者在实际系统和设备中经常存在. 文献[14]利用滑模控制的思想探讨了具有非线性死区输入结构的一类MIMO系统的稳定控制问题. 上述文献[10~14] 仅考虑非线性输入和时滞单独出现的情况. 而在实际操作中, 非线性输入以及时滞时常会同时出现. 文献[15]针对一类具有死区非线性输入和时滞的大系统, 提出了一种分散变结构自适应控制方案. 但其死区参数u_{i+}, u_{i-} 均为已知正常数, 并且要求系统摄动项假设中各系数是已知的. 文献[16]研究了一类同时具有未知死区和控制增益函数符号的MIMO非线性时滞系统, 利用L-K泛函、Nussbaum函数性质及积分型李雅普诺夫函数, 提出了一种能保证闭环系统半全局一致终结有界的新方案.

本文利用变结构控制原理, 研究了一类具有未知死区的MIMO非线性时变时滞系统的鲁棒自适应控制问题, 取消了非线性死区输入模型参数已知的条件. 该方案利用Lyapunov-Krasovskii泛函抵消了因未知时变时滞带来的系统不确定性. 通过Lyapunov方法, 证明了闭环控制系统半全局一致终结有界, 跟踪误差收敛到零的一个邻域内.

2 问题的描述及基本假设(Problem statement and basic assumptions)

考虑如下一类具有死区非线性输入的MIMO非线性时滞系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_{ij} = x_{i,j+1},\ j=1,2,\cdots,n_i-1,\\ \dot{x}_{in_i} = \boldsymbol{a}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_i(\boldsymbol{x}) + g_{i\tau}(\boldsymbol{x}_1(t-\tau_1(t)),\cdots,\\ \qquad \boldsymbol{x}_m(t-\tau_m(t))) + b_i(\boldsymbol{x}_1,\cdots,\boldsymbol{x}_i)\varphi_i(u_i)+\\ \qquad d_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_{i\tau},p_i,t),\ i=1,2,\cdots,m,\\ x_i(t)=\phi_i(t),\ t\in[-\tau_{\max},0],\ i=1,2,\cdots,m,\\ y_1=x_{11},\cdots,y_m=x_{m1}. \end{cases} \tag{1}$$

其中: $\boldsymbol{x}=(\boldsymbol{x}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{x}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{x}_m^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^n$为状态向量, $\boldsymbol{x}_i=(x_{i1},\cdots,x_{in_i})^{\mathrm{T}}$, $i=1,2,\cdots,m$, $n=\sum\limits_{i=1}^{m}n_i$; $y_i\in\mathbb{R}$表示第i个子系统的输出; $u_i\in\mathbb{R}$是系统控制输入, $\varphi_i(u_i(t))$ 为系统非线性死区输入模型的输出; $\boldsymbol{Y}_i(\boldsymbol{x})=(Y_{i1}(\boldsymbol{x}),\cdots,Y_{ir_i}(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{a}_i=(a_{i1},a_{i2},\cdots,a_{ir_i})^{\mathrm{T}}$. 这里: $Y_{ij}(x)$为已知的线性或非线性函数, 参数a_{ij}为未知常数, $j=1,2,\cdots,r_i$; $\boldsymbol{x}_\tau=(\boldsymbol{x}_1^{\mathrm{T}}(t-\tau_1(t)),\cdots,\boldsymbol{x}_m^{\mathrm{T}}(t-\tau_m(t)))^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{x}_{i\tau}=(x_{i1}(t-\tau_i(t)),\cdots,x_{in_i}(t-\tau_i(t)))^{\mathrm{T}}$是时滞状态向量, $\tau_1(t),\cdots,\tau_m(t)$是未知时变时滞, $\tau_{\max}$为已知常数, $g_{i\tau}(\boldsymbol{x}_\tau)$ 是未知连续函数; $b_1(\boldsymbol{x}_1),b_2(\bar{\boldsymbol{x}}_2),\cdots,b_m(\bar{\boldsymbol{x}}_m)$为未知函数控制增益, $\bar{\boldsymbol{x}}_i=(\boldsymbol{x}_1^{\mathrm{T}},\boldsymbol{x}_2^{\mathrm{T}},\cdots,\boldsymbol{x}_i^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}$; $\phi_1(t),\phi_2(t),\cdots,\phi_m(t)$为已知初始状态向量函数, $d_i(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_\tau,p_i,t)$表示子系统的不确定项, 包括未知时变参数$p_i$ 变化不确定、模型不确定、外来干扰以及第i个子系统本身的不确定等.

输入为$u_i(t)$, 输出为$\varphi_i(u_i(t))$的死区非线性输入模型描述如下:

$$\varphi_i(u_i)=\begin{cases}(u_i-u_{i0})\varphi_{i+}(u_i),\ u_i>u_{i0},\\ 0, \qquad -u_{i1}\leqslant u_i\leqslant u_{i0},\\ (u_i+u_{i1})\varphi_{i-}(u_i),\ u_i<-u_{i1}.\end{cases} \tag{2}$$

其中: 函数$\varphi_{i+}(u_i)\geqslant\alpha_{i1}$, $\varphi_{i-}(u_i)\geqslant\alpha_{i2}$, α_{i1},α_{i2}, u_{i0},u_{i1}均为未知正常数.

假设存在已知正常数 α_i, 使得 $0<\alpha_i\leqslant\min\{\alpha_{i1},\alpha_{i2}\}$, $0<\bar{u}_i=\max\{u_{i0},u_{i1}\}$, 并令$\delta_i'=\alpha_i\bar{u}_i$. 则式(2)可转化为

$$\begin{cases}\varphi_i(u_i)\geqslant\alpha_iu_i-\delta_i',\ u_i>u_{i0},\\ \varphi_i(u_i)=0, \qquad -u_{i1}\leqslant u_i\leqslant u_{i0},\\ \varphi_i(u_i)\leqslant\alpha_iu_i+\delta_i',\ u_i<-u_{i1}.\end{cases} \tag{3}$$

注 1 在文献[14,15]中, 要求死区非线性输入参数α_+, α_-, u_+, u_-均为已知正常数; 且文献[10,11,13]中死区为线性死区模型, 本文中死区非线性输入模型更具有一般性.

控制目标: 设计控制律$u_i(t)$使得系统输出y_i尽可能去跟踪一个指定的期望轨迹$y_{i\mathrm{d}}$, $i=1,2,\cdots,m$.

定义期望轨迹$\boldsymbol{x}_{i\mathrm{d}}$和跟踪误差向量$\boldsymbol{e}_i$:

$$\boldsymbol{x}_{i\mathrm{d}}=(y_{i\mathrm{d}},\dot{y}_{i\mathrm{d}},\cdots,y_{i\mathrm{d}}^{(n_i-1)})^{\mathrm{T}}, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{e}_i=\boldsymbol{x}_i-\boldsymbol{x}_{i\mathrm{d}}=(e_{i1},e_{i2},\cdots,e_{in_i})^{\mathrm{T}}. \tag{5}$$

定义切换函数s_i如下:

$$s_i=(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}+\lambda_i)^{n-1}e_{i1}=\sum_{j=1}^{n_i-1}k_{ij}e_{ij}+e_{in_i}. \tag{6}$$

其中: $k_{ij}=C_{n_i-1}^{j-1}\lambda_i^{n_i-j}$, $j=1,2,\cdots,n_i-1$, $i=1,2,\cdots,m$, $\lambda_i>0$为设计参数.

将式(6)对时间t求导, 可得

$$\dot{s}_i=\boldsymbol{a}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_i(\boldsymbol{x})+g_{i\tau}(\boldsymbol{x}_\tau)+b_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)\varphi_i(u_i)+ d_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_{i\tau},p_i,t)+\gamma_i. \tag{7}$$

其中$\gamma_i=\sum\limits_{j=1}^{n_i-1}k_{ij}e_{i,j+1}-y_{\mathrm{id}}^{(n_i)}$.

为了设计稳定的自适应模糊滑模控制, 对系统(1)作如下假设:

1) 存在已知正常数b_{i0}和未知正常数b_{i1}, 使得$0<b_{i0}\leqslant b_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)\leqslant b_{i1}$, $\forall\bar{\boldsymbol{x}}_i\in\mathbb{R}^{\bar{n}_j}$, $\bar{n}_j=\sum\limits_{j=1}^{i}n_j$; $i=1,2,\cdots,m$;

2) 存在已知正的连续函数$\rho_{ik}(x_k(t))$, 使得

$$|g_{i\tau}(\boldsymbol{x}_1(t-\tau_1(t)),\cdots,\boldsymbol{x}_m(t-\tau_m(t)))|\leqslant \sum_{k=1}^{m}\rho_{ik}(\boldsymbol{x}_k(t-\tau_k(t))),\ i=1,2,\cdots,m; \tag{8}$$

3) 存在已知正常数$\tau_{\max},\bar{\tau}_{\max}$, 使得$0<\tau_i(t)\leqslant\tau_{\max},\dot{\tau}_i(t)\leqslant\bar{\tau}_{\max}<1$, $i=1,2,\cdots,m$;

4) 存在未知非负常数c_{i0},c_{i1},c_{i2}, 使得

$$|d_i(\boldsymbol{x}_i,\boldsymbol{x}_{i\tau},p_i,t)|\leqslant c_{i0}\|\boldsymbol{x}_i\|+c_{i1}\|\boldsymbol{x}_{i\tau}\|+c_{i2},\ \forall t\geqslant 0,$$

$i=1,2,\cdots,m$, $\|\cdot\|$表示向量范数;

5) $(\boldsymbol{x}_{\mathrm{id}}^{\mathrm{T}},y_{\mathrm{id}}^{(n_i)})^{\mathrm{T}}\in\Omega_{\mathrm{id}}\subset\mathbb{R}^{n_i+1}$, Ω_{id}是已知的有界闭集, $i=1,2,\cdots,m$.

3 控制器的设计(Design of controllers)

本节的目的是设计控制律$u_i(t)$使得闭环控制系统半全局一致终结有界, 跟踪误差收敛到一个小的残差集内.

定义如下有界闭集:

$$\Omega_{ic_i}=\{x_i|\ \ |s_i|\leqslant c_i,x_{\mathrm{id}}\in\Omega_{\mathrm{id}}\}. \tag{9}$$

其中: $c_i>0$为设计常数, $i=1,2,\cdots m$.

采用如下控制律:

$$u_i(t)=-\frac{k_i(t)}{b_{i0}\alpha_i}\operatorname{sgn}s_i. \tag{10}$$

其中:

$$k_i(t)=k_{i1}(t)|s_i|+|\hat{\boldsymbol{a}}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_i|+|\hat{\delta}_{ic}|+|\gamma_i|, \tag{11}$$

$$k_{i1}(t)=k_{i2}+k_{i3}(t)+k_{i4}(t)+|\hat{\beta}_{ic}|, \tag{12}$$

$$k_{i3}(t)=\frac{mk_{i5}}{2(1-\bar{\tau}_{\max})\max\{s_i^2,c_i^2\}}\times \int_{t-\tau_{\max}}^{t}[\sum_{k=1}^{m}\rho_{ik}^2(\boldsymbol{x}_k(\omega))+ \frac{1}{m}\|\boldsymbol{x}_i(\omega)\|^2]\mathrm{d}\omega, \tag{13}$$

$$k_{i4}(t)=\frac{m}{2(1-\bar{\tau}_{\max})\max\{s_i^2,c_i^2\}}\times [\sum_{k=1}^{m}\rho_{ik}^2(\boldsymbol{x}_k(t))+\frac{2-\bar{\tau}_{\max}}{m}\|\boldsymbol{x}_i\|]. \tag{14}$$

这里: $\hat{\boldsymbol{a}}_i,\hat{\delta}_{ic},\hat{\beta}_{ic}$分别表示$\boldsymbol{a}_i,\delta_{ic},\beta_{ic}$在$t$时刻的估计值, $k_{i2},k_{i5},\varepsilon_i$为正常数, ρ_i为任意小的正常数.

采用如下自适应律:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{a}}}_i=\eta_{i1}(s_i\boldsymbol{Y}_i(\boldsymbol{x})-\sigma_{i1}\hat{\boldsymbol{a}}_i), \tag{15}$$

$$\dot{\hat{\delta}}_{ic}=\eta_{i2}(|s_i|-\sigma_{i2}\hat{\delta}_{ic}), \tag{16}$$

$$\dot{\hat{\beta}}_{ic}=\eta_{i3}(s_i^2-\sigma_{i3}\hat{\beta}_{ic}). \tag{17}$$

其中: 正数$\eta_{i1},\eta_{i2},\eta_{i3}$为自适应率, $\sigma_{i1}>0,\sigma_{i2}>0,\sigma_{i3}>0$为调节参数.

4 稳定性分析(Stability analysis)

由式(10)~(14)构成的控制律, 可以得到如下稳定性定理.

定理 1 考虑过程(1), 其控制律由式(10)~(14)确定, 自适应律由式(15)~(17)确定, 并满足假设1)~5), 若设计常数$k_{i2},\lambda_{i0},k_{i5}(i=1,2,\cdots,m)$满足

$$\begin{cases}k_{i2}\geqslant 0.5+0.5\lambda_{i0},\\ k_{i5}\geqslant\lambda_{i0},\\ \lambda_{i0}=\min\{\eta_{i1}\sigma_{i1},\eta_{i2}\sigma_{i2},\eta_{i3}\sigma_{i3}\},\end{cases} \tag{18}$$

则闭环控制系统所有信号都是半全局一致终结有界, 且选取适当的参数, 跟踪误差可收敛到零的一个邻域内.

证 定义Lyapunov函数如下:

$$V_i(t)=V_{si}+V_{Ui}+V_{hi}, \tag{19}$$

其中:

$$V_{si}=\frac{1}{2}s_i^2, \tag{20}$$

$$V_{Ui}(t)=\frac{m}{2(1-\bar{\tau}_{\max})}[\sum_{k=1}^{m}\int_{t-\tau_k(t)}^{t}\rho_{ik}^2(\boldsymbol{x}_k(\omega))\mathrm{d}\omega+ \int_{t-\tau_i(t)}^{t}\frac{1}{m}\|\boldsymbol{x}_i(\omega)\|^2\mathrm{d}\omega], \tag{21}$$

$$V_{hi}=\frac{1}{2\eta_{i1}}\tilde{\boldsymbol{a}}_i^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{a}}_i+\frac{1}{2\eta_{i2}}\tilde{\delta}_{ic}^2+\frac{1}{2\eta_{i3}}\tilde{\beta}_{ic}^2. \tag{22}$$

而

$$\tilde{\boldsymbol{a}}_i=\hat{\boldsymbol{a}}_i-\boldsymbol{a}_i,\ \tilde{\beta}_{ic}=\hat{\beta}_{ic}-\beta_{ic},$$
$$\tilde{\delta}_{ic}=\hat{\delta}_{ic}-\delta_{ic},\ \beta_{ic}=\frac{1}{2}(c_{i0}^2+c_{i1}^2),$$
$$\delta_{ic}=b_{i1}\delta_i^{'}+c_{i2}.$$

将$V_i(t)$对时间t求导得

$$\dot{V}_i(t)=\dot{V}_{si}+\dot{V}_{Ui}+\frac{1}{\eta_{i1}}\tilde{\boldsymbol{a}}_i^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\boldsymbol{a}}}_i+$$

$$\frac{1}{\eta_{i2}}\tilde{\delta}_{ic}\dot{\hat{\delta}}_{ic}+\frac{1}{\eta_{i3}}\tilde{\beta}_{ic}\dot{\hat{\beta}}_{ic}. \tag{23}$$

1) 当$s_i<0$时, $u_i\geqslant u_{i0}$, 则

$$s_ib_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)\varphi_i(u_i)\leqslant-\alpha_ib_{i0}s_iu_i+|s_i|b_{i1}\delta_i^{'}; \tag{24}$$

2) 当$s_i>0$时, $u_i\leqslant-u_{i1}$, 则

$$s_ib_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)\varphi_i(u_i)\leqslant-\alpha_ib_{i0}s_iu_i+|s_i|b_{i1}\delta_i^{'}. \tag{25}$$

由式(24)(25)可得

$$s_ib_i(\bar{\boldsymbol{x}}_i)\varphi_i(u_i)\leqslant-k_i(t)|s_i|+|s_i|\delta_i. \tag{26}$$

上式中$\delta_i=b_{i1}\delta_i^{'}$.

由式(3)~(23)和(26), 整理得

$$\begin{aligned}\dot{V}_i(t)\leqslant&-|s_i|k_i(t)+|s_i|\delta_{ic}+s_i\boldsymbol{a}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y}_i(\boldsymbol{x})+\frac{s_i^2}{2}+\\&\frac{\|\boldsymbol{x}_i\|^2}{2(1-\bar{\tau}_{\max})}+\frac{m}{2(1-\bar{\tau}_{\max})}\times\\&\sum_{k=1}^m\rho_{ik}^2(\boldsymbol{x}_k(t))+\gamma_is_i+\frac{\|\boldsymbol{x}_i\|^2}{2}+\beta_{ic}s_i^2+\\&\frac{1}{\eta_{i1}}\tilde{\boldsymbol{a}}_i^{\mathrm{T}}\dot{\hat{\boldsymbol{a}}}_i+\frac{1}{\eta_{i2}}\tilde{\delta}_{ic}\dot{\hat{\delta}}_{ic}+\frac{1}{\eta_{i3}}\tilde{\beta}_{ic}\dot{\hat{\beta}}_{ic}.\end{aligned} \tag{27}$$

将式(11)~(17)代入式(27), 可得

$$\begin{aligned}\dot{V}_i(t)\leqslant&-(k_{i2}-0.5)s_i^2-k_{i3}(t)s_i^2+\\&\frac{m}{2(1-\bar{\tau}_{\max})}[1-\frac{s_i^2}{\max\{s_i^2,c_i^2\}}]\times\\&[\sum_{k=1}^m\rho_{ik}^2(\boldsymbol{x}_k(t))+\frac{(2-\bar{\tau}_{\max})\|\boldsymbol{x}_i\|^2}{m}]-\\&\sigma_{i1}\tilde{\boldsymbol{a}}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{a}}_i-\sigma_{i2}\tilde{\delta}_{ic}\hat{\delta}_{ic}-\sigma_{i3}\tilde{\beta}_{ic}\hat{\beta}_{ic}.\end{aligned} \tag{28}$$

又因为

$$-\sigma_{i1}\tilde{\boldsymbol{a}}_i^{\mathrm{T}}\hat{\boldsymbol{a}}_i\leqslant-\frac{\sigma_{i1}\|\tilde{\boldsymbol{a}}_i\|^2}{2}+\frac{\sigma_{i1}\|\boldsymbol{a}_i\|^2}{2}, \tag{29}$$

$$-\sigma_{i2}\tilde{\delta}_{ic}\hat{\delta}_{ic}\leqslant-\frac{\sigma_{i2}|\tilde{\delta}_{ic}|^2}{2}+\frac{\sigma_{i2}|\delta_{ic}|^2}{2}, \tag{30}$$

$$-\sigma_{i3}\tilde{\beta}_{ic}\hat{\beta}_{ic}\leqslant-\frac{\sigma_{i3}|\tilde{\beta}_{ic}|^2}{2}+\frac{\sigma_{i3}|\beta_{ic}|^2}{2}, \tag{31}$$

所以

$$\begin{aligned}\dot{V}_i(t)\leqslant&-(k_{i2}-0.5)s_i^2-k_{i3}(t)s_i^2-\\&\frac{\sigma_{i1}\|\tilde{\boldsymbol{a}}_i\|^2}{2}-\frac{\sigma_{i3}|\tilde{\beta}_{ic}|^2}{2}-\frac{\sigma_{i2}|\tilde{\delta}_{ic}|^2}{2}+\\&\frac{\sigma_{i1}\|\boldsymbol{a}_i\|^2}{2}+\frac{\sigma_{i2}|\delta_{ic}|^2}{2}+\frac{\sigma_{i3}|\beta_{ic}|^2}{2}+\\&\frac{m}{2(1-\bar{\tau}_{\max})}[1-\frac{s_i^2}{\max\{s_i^2,c_i^2\}}]\times\\&[\sum_{k=1}^m\rho_{ik}^2(\boldsymbol{x}_k(t))+\frac{(2-\bar{\tau}_{\max})\|\boldsymbol{x}_i\|^2}{m}].\end{aligned} \tag{32}$$

下面将分3种情况讨论.

情况 1 若$|s_k|\leqslant c_k$, $k=1,\cdots,m$, 则由式(32)得

$$\begin{aligned}\dot{V}_i(t)\leqslant&-(k_{i2}-0.5)s_i^2-k_{i5}V_{Ui}-\\&\frac{\sigma_{i1}\|\tilde{\boldsymbol{a}}_i\|^2}{2}-\frac{\sigma_{i3}|\tilde{\beta}_{ic}|^2}{2}-\frac{\sigma_{i2}|\tilde{\delta}_{ic}|^2}{2}+\\&\frac{\sigma_{i1}\|\boldsymbol{a}_i\|^2}{2}+\frac{\sigma_{i2}|\delta_{ic}|^2}{2}+\frac{\sigma_{i3}|\beta_{ic}|^2}{2}+\\&\frac{(k_{i5}\tau_{\max}+1)m\rho_{i\max}}{2(1-\bar{\tau}_{\max})}+\\&\frac{(k_{i5}\tau_{\max}+2-\bar{\tau}_{\max})\varDelta_{i\max}}{2(1-\bar{\tau}_{\max})}.\end{aligned} \tag{33}$$

其中:

$$\rho_{i\max}=\sum_{k=1}^m\max_{\boldsymbol{x}_k\in\varOmega_{kc_k}}\rho_{ik}^2(\boldsymbol{x}_k(t)),$$
$$\varDelta_{i\max}=\max_{\boldsymbol{x}_i\in\varOmega_{ic_i}}\|\boldsymbol{x}_i\|.$$

令

$$\begin{aligned}\mu_{i0}=&\frac{\sigma_{i1}\|\boldsymbol{a}_i\|^2}{2}+\frac{\sigma_{i2}|\delta_{ic}|^2}{2}+\frac{\sigma_{i3}|\beta_{ic}|^2}{2}+\\&\frac{(k_{i5}\tau_{\max}+1)m\rho_{i\max}}{2(1-\bar{\tau}_{\max})}+\\&\frac{(k_{i5}\tau_{\max}+2-\bar{\tau}_{\max})\varDelta_{i\max}}{2(1-\bar{\tau}_{\max})}.\end{aligned}$$

将上式代入式(33), 并利用式(18)可得

$$\dot{V}_i(t)\leqslant-\lambda_{i0}V_i(t)+\mu_{i0}. \tag{34}$$

不等式(34)两边同乘以$\mathrm{e}^{\lambda_{i0}t}$得

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(V_i(t)\mathrm{e}^{\lambda_{i0}t})\leqslant\mu_{i0}\mathrm{e}^{\lambda_{i0}t}. \tag{35}$$

上式两边在区间$[0,t]$上求积分得

$$0\leqslant V_i(t)\leqslant\frac{\mu_{i0}}{\lambda_{i0}}+[V_i(0)-\frac{\mu_{i0}}{\lambda_{i0}}]\mathrm{e}^{-\lambda_{i0}t}\leqslant\mu_i. \tag{36}$$

其中$\mu_i=\dfrac{\mu_{i0}}{\lambda_{i0}}+V_i(0)$. 因此, $V(t)$是有界的. 根据式(19)~(22)和(36)可得

$$s_i^2\leqslant2\mu_i,\ \|\tilde{\boldsymbol{a}}_i\|^2\leqslant2\eta_{i1}\mu_i,$$
$$|\tilde{\delta}_{ic}|^2\leqslant2\eta_{i2}\mu_i,\ |\tilde{\beta}_{ic}|^2\leqslant2\eta_{i3}\mu_i.$$

易知s_i, $\tilde{\boldsymbol{a}}_i$, $\tilde{\delta}_{ic}$, $\tilde{\beta}_{ic}$, $\boldsymbol{x}_i$都是有界的. 由μ_{i0}的表达式可知其为一个确定的常数. 于是, 选取充分大的λ_{i0}使得$\dfrac{\mu_{i0}}{\lambda_{i0}}$充分小. 因此, 跟踪误差可收敛到一个小的残差集内.

情况 2 若$|s_i|\geqslant c_i$, 则由式(32)可知

$$\begin{aligned}\dot{V}_i(t)\leqslant&-(k_{i2}-0.5)s_i^2-k_{i3}(t)s_i^2-\\&\frac{\sigma_{i1}\|\tilde{\boldsymbol{a}}_i\|^2}{2}-\frac{\sigma_{i3}|\tilde{\beta}_{ic}|^2}{2}-\frac{\sigma_{i2}|\tilde{\delta}_{ic}|^2}{2}+\\&\frac{\sigma_{i1}\|\boldsymbol{a}_i\|^2}{2}+\frac{\sigma_{i2}|\delta_{ic}|^2}{2}+\frac{\sigma_{i3}|\beta_{ic}|^2}{2}.\end{aligned} \tag{37}$$

类似于情况1的证明可知

$$s_i^2 \leqslant 2\mu_i,\ \|\tilde{\boldsymbol{a}}_i\|^2 \leqslant 2\eta_{i1}\mu_i,$$
$$|\tilde{\delta}_{ic}|^2 \leqslant 2\eta_{i2}\mu_i,\ |\tilde{\beta}_{ic}|^2 \leqslant 2\eta_{i3}\mu_i,$$

易知$s_i, \tilde{\boldsymbol{a}}_i, \tilde{\delta}_{ic}, \tilde{\beta}_{ic}, \boldsymbol{x}_i$都是有界的.

情况 3　令

$$\sum_I = \{i:\ |s_i| \leqslant c_i, i = 1, \cdots, m\},$$
$$\sum_J = \{j:\ |s_j| > c_j,\ j = 1, \cdots, m\}.$$

根据情况2的分析可知, 当$j \in \sum_J$时, $|s_j| \leqslant \sqrt{2\mu_j}$, 所以$\boldsymbol{x}_j \in \Omega_{j\mu_j}$. 令

$$\rho_{i\max} = \sum_{k\in\sum_I} \max_{\boldsymbol{x}_k\in\Omega_{kc_k}} \rho_{ik}^2(\boldsymbol{x}_k(t)) + \sum_{k\in\sum_J} \max_{\boldsymbol{x}_k\in\Omega_{k\sqrt{2\mu_k}}} \rho_{ik}^2(\boldsymbol{x}_k(t)). \tag{38}$$

于是由式(32)可知, 对于情况3式(33)也成立. 所以类似于情况1的分析可知定理1结论成立.

证毕.

5　结论(Conclusions)

本文针对一类具有未知死区非线性输入的MIMO时变时滞系统, 在取消了死区非线性输入模型和不确定项假设中各种参数均为已知的条件下, 提出了一种稳定自适应控制器设计的新方案. 该方案利用Lyapunov-Krasovskii泛函抵消了因未知时变时滞带来的系统不确定性. 通过李雅普诺夫综合方法, 证明了闭环控制系统半全局一致终结有界, 跟踪误差收敛到零的一个邻域内.

参考文献(References):

[1] SOUZA C E, XI L. Delay-dependent robust H_∞ control of uncertain linear state-delayed systems[J]. *Automatica*, 1999, 35(7): 1313 – 1321.

[2] KHARITONOV V, MELCHOR A. On delay-dependent stability conditions for time-varying systems[J]. *Systems & Control Letters*, 2002, 46(3): 173 – 180.

[3] FRIDMAN E, SHSKED U. New bounded real lemma representation for time-delay systems and their applications[J]. *IEEE Transactions on Automatic control*, 2001, 46 (12): 1973 – 1979.

[4] 陈为胜, 李俊民. 一类非线性时滞输出反馈系统的自适应控制[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(5): 844 – 847.
(CHEN Weisheng, LI Junmin. Adaptive control for a class of nonlinear time-delay output feedback systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(5): 844 – 847.)

[5] CHOU C H, CHENG C C. A decentralized model reference adaptive variable structure controller for large-scale time-varying delay systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(7): 1213 – 1217.

[6] GE S S, HONG F, LEE T H. Adaptive neural control of nonlinear system with unknown time delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(11): 2004 – 2010.

[7] GE S S, HONG F, LEE T H. Robust adaptive control of nonlinear systems with unknown time delays[J]. *Automatica*, 2005, 41(7): 1181 – 1190.

[8] HONG F, GE S S, LEE T H. Practical adaptive neural control of nonlinear systems with unknown time delays[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2005, 35(4): 849 – 854.

[9] GE S S, TEE K P. Approximation-based control of nonlinear MIMO time-delay systems[J]. *Automatica*, 2007, 43(1): 31 – 43.

[10] WANG X S, HONG H, SU C Y. Model reference adaptive control of continuous time systems with an unknown dead-zone[J]. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2003, 150(3): 261 – 266.

[11] WANG X S, SU C Y, HONG H. Robust adaptive control of a class of nonlinear systems with an unknown dead-zone[J]. *Automatica*, 2004, 40(3): 407 – 413.

[12] SU C Y, WANG Q Q, CHEN X K, et al. Adaptive variable control of a class of nonlinear systems with unknown Prandtl – Ishlinskii hysteresis[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(12): 2069 – 2074.

[13] IBRIR S, XIE W F, SU C Y. Adaptive tracking of nonlinear systems with non-symmetric dead-zone[J]. *Automatica*, 2007, 43(3): 522 – 530.

[14] HSU K C, WANG W Y, LIN P Z. Sliding mode control for uncertain nonlinear systems with multiple inputs containing sector nonlinearities and dead-zones[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part B: Cybernetics*, 2004, 1(32): 374 – 380.

[15] SHYU K K, LIU W J, HSU K C. Design of large-sale time-delayed systems with dead-zone input via variable structure control[J]. *Automatica*, 2005, 41(7): 1239 – 1246.

[16] ZHANG T P, GE S S. Adaptive neural control of MIMO nonlinear state time-varying delay systems with unknown dead-zones and gain signs[J]. *Automatica*, 2007, 43(6): 1021 – 1033.

[17] LIN W, QIAN C J. Adaptive control of nonlinearly parameterized systems: the smooth feedback case[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(8): 1249 – 1266.

[18] 沈启坤, 张天平. 具有未知非线性死区的自适应模糊控制[J]. 控制与决策, 2007, 22(6): 689 – 692.
(SHEN Qikun, ZHANG Tianping. Adaptive fuzzy control with unknown nonlinear dead-zone [J]. *Control and Decision*, 2007, 22(6): 689 – 692.)

作者简介:

王　芹　(1982—), 女, 硕士, 目前正在东南大学攻读博士学位, 研究方向为模糊控制、智能控制等, E-mail: wangqinyzu@126.com;

张天平　(1964—), 男, 现为扬州大学信息工程学院自动化专业部教授, 博士生导师, 目前主要从事自适应控制、模糊控制理论、智能控制及非线性控制等研究工作, E-mail: tpzhang@yzu.edu.cn.