第 26 卷第 9 期
2009 年 9 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 26 No. 9
Sept. 2009

文章编号: 1000−8152(2009)09−1023−03

带有随机时延的非线性网络控制系统的输出反馈镇定

肖小庆[1], 周　磊[1,2], 陆国平[3]

(1. 南通大学 理学院, 江苏 南通 226007; 2. 华东师范大学 数学系, 上海 200062;

3. 南通大学 电气工程学院, 江苏 南通 226019)

摘要: 考虑了一类非线性网络控制系统的输出反馈镇定问题. 通过齐次马尔可夫链来描述采样器-控制器和控制器-执行器的时延, 将网络控制系统建模为带跳非线性系统. 利用Lyapunov方法和线性矩阵不等式技巧, 得到了闭环系统随机稳定的充分条件, 并给出了镇定控制器的设计方法.

关键词: 非线性网络控制系统; 马尔可夫链; 随机稳定; 线性矩阵不等式; 随机时延

中图分类号: O231.3　　　　**文献标识码**: A

Feedback stabilization of nonlinear networked control systems with random delays

XIAO Xiao-qing [1], ZHOU Lei[1,2], LU Guo-ping[3]

(1. School of Science, Nantong University, Nantong Jiangsu 226007, China;
2. Department of Mathematics, East China Normal University, Shanghai 200062, China;
3. School of Electrical Engineering, Nantong University, Nantong Jiangsu 226019, China)

Abstract: The output feedback stabilization problem for a class of nonlinear networked control systems is studied. By modeling the sensor-controller delay and controller-actuator delay as homogeneous Markov chains, the networked control systems can be expressed as jump nonlinear systems with two modes. By using the Lyapunov method and the linear matrix inequality technique, sufficient conditions for stochastic stability of closed-loop systems are obtained and the design method of a stabilizing controller is presented.

Key words: nonlinear networked control systems; Markov chains; stochastic stability; linear matrix inequality(LMI); random delays

1 引言(Introduction)

在网络控制系统中, 由于共享网络通道以及网络传输带宽的限制而产生的网络诱导时延可能会降低系统的性能, 甚至导致系统不稳定[1,2]. 目前关于时延NCS的研究受到了国内外学者的广泛关注(参见文献[3∼10]). 同时考虑采样器-控制器和控制器-执行器的时延, 文献[3]研究了线性离散系统的网络控制问题, 得到了镇定控制器存在的充要条件. 文献[5]考虑了具有Markov时变时延的线性NCS的状态反馈和输出反馈镇定问题, 给出了镇定控制器的设计方法. 但是文献[5]假设状态反馈增益仅依赖于采样器-控制器的时延, 输出反馈增益不依赖于系统模态. 值得指出的是, 目前大部分的研究结果都是关于线性网络控制系统, 对于非线性系统的网络控制问题研究非常少(参见文献[7, 8]), 特别地, 对于具有随机时延的非线性网络控制系统的输出反馈问题在现有文献中尚未见到.

本文将考虑一类离散非线性网络控制系统的输出反馈镇定问题. 假设采样器-控制器和控制器-执行器的时延均为取值于有界集上的离散齐次马尔可夫链, 将网络控制系统建模为带跳非线性系统(jump nonlinear system), 此外, 假设反馈增益依赖于采样器-控制器和控制器-执行器的时延, 利用Lyapunov方法得到了闭环系统随机稳定的充分条件, 给出了输出反馈镇定控制器的设计方法.

2 问题的描述(Problem statement)

考虑如下的非线性受控系统:

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + f(k, x_k), \\ y_k &= Cx_k. \end{aligned} \tag{1}$$

收稿日期: 2008−04−01; 收修改稿日期: 2008−12−11.
基金项目: 国家杰自然科学基金资助项目(60874021); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2007061); 江苏省六大人才高峰项目资助项目(06–E–029); 南通大学自然科学项目(08Z001).

其中: $x_k \in \mathbb{R}^n$为状态向量, $u_k \in \mathbb{R}^m$为输入, $y_k \in \mathbb{R}^p$为输出, A, B, C 为适维常数矩阵, $f = f(k, x)$ 为向量值非线性函数,对任意的(k, x), f满足条件

$$f^{\mathrm{T}}(k,x)f(k,x) \leqslant x^{\mathrm{T}}M^{\mathrm{T}}Mx, \tag{2}$$

其中M为适维常数矩阵.

假设传感器为时间驱动, 控制器和执行器为事件驱动, 传感器到控制器的时延τ_k, 控制器到执行器的时延d_k分别为取值于有限集$\mathcal{M} = \{0, 1, 2, \cdots, \tau\}$和$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \cdots, d\}$上的离散齐次马尔可夫链, 转移概率矩阵分别为$\Lambda = [\lambda_{ij}]$和$\Pi = [\pi_{rs}]$.

考虑如下形式的动态输出反馈控制律:

$$\begin{aligned} z_{k+1} = {} & F(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})z_k + G(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})y(k-\\ & \tau_k) + L(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})f(k, z_k),\\ u_k = {} & H(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})z_k + J(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})y(k-\tau_k), \end{aligned} \tag{3}$$

使得闭环系统

$$\begin{aligned} & x_{k+1} = Ax_k + BH(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})z(k-d_k) + \\ & \quad BJ(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})Cx(k-\tau_k-d_k) + f(k, x_k),\\ & z_{k+1} = F(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})z_k + G(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})\cdot \\ & \quad Cx(k-\tau_k) + L(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})f(k, z_k),\\ & x_k = \phi_k,\ k \in \{-\tau-d, \cdots, 0\},\\ & z_k = \psi_k,\ k \in \{-d, \cdots, 0\}. \end{aligned} \tag{4}$$

随机稳定. 其中$z_k \in \mathbb{R}^n$为输出反馈控制器的状态向量, $F(\tau_k, d_{k-\tau_k-1}), G(\tau_k, d_{k-\tau_k-1}), L(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})$, $H(\tau_k, d_{k-\tau_k-1}), J(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})$为待定的适维常数矩阵.

注 1 文献[3]考虑了线性网络控制系统的状态反馈镇定问题. 然而考虑到控制器-执行器的时延的信息在到达控制器之前需要通过采样器-控制器的网络进行传输, 因此在采样时刻k, 时延d_{k-1}可能未知, 而$d_{k-\tau_k-1}$是已知的. 另一方面, 当系统的部分状态信息未知时, 状态反馈镇定的方法将无法直接应用. 因此本文将设计形如(3)的输出反馈控制器, 其中控制器增益依赖于τ_k和$d_{k-\tau_k-1}$.

在采样时刻k, 记增广状态变量

$$X_k = (x_k^{\mathrm{T}}\ x_{k-1}^{\mathrm{T}}\ \cdots\ x_{k-\tau-d}^{\mathrm{T}}\ z_k^{\mathrm{T}}\ z_{k-1}^{\mathrm{T}}\ \cdots\ z_{k-d}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}.$$

从而系统(4) 可表示成如下形式的带跳非线性系统:

$$\begin{aligned} X_{k+1} = {} & [\tilde{A} + \tilde{E}F(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})\tilde{E}^{\mathrm{T}} + \tilde{B}H(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})\times \\ & \tilde{E}_1(d_k) + \tilde{B}J(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})C\tilde{E}_2(\tau_k, d_k) + \\ & \tilde{E}G(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})C\tilde{E}_3(\tau_k)]X_k + \\ & [EE^{\mathrm{T}} + \tilde{E}L(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})\tilde{E}^{\mathrm{T}}]\tilde{f}(k, X_k),\\ X_0 = {} & (\phi_0^{\mathrm{T}}\ \phi_{-1}^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \phi_{-\tau-d}^{\mathrm{T}}\ \psi_0^{\mathrm{T}}\ \psi_{-1}^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \psi_{-d}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}. \end{aligned} \tag{5}$$

其中:

$$\tilde{A} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & 0 & 0\\ I & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & I & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & I & 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{\tilde{n}\times\tilde{n}},\ \tilde{B} = \begin{pmatrix} B\\ 0\\ \vdots\\ 0 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{\tilde{n}\times m},$$

$\tilde{n} = (\tau+2d+2)n$, $\tilde{f}(k, X_k)$为除第1行及第$\tau+d+2$行分别为$f(k, E^{\mathrm{T}}X_k)$, $f(k, \tilde{E}^{\mathrm{T}}X_k)$其它元素均为零的$\tilde{n}$维向量, $E^{\mathrm{T}}, \tilde{E}^{\mathrm{T}}, \tilde{E}_1(d_k), \tilde{E}_2(\tau_k, d_k), \tilde{E}_3(\tau_k)$ 分别为除第$1, (\tau+d+2), (\tau+d+2+d_k), (\tau_k+d_k+1), (\tau_k+1)$列为单位矩阵其余分块均为零的$n\times\tilde{n}$分块矩阵.

3 主要结果(Main results)

这一部分将利用Lyapunov 函数方法得到带跳非线性系统(5)随机稳定的充分条件. 为方便起见, 若$\tau_k = i$, $d_{k-\tau_k-1} = r$, 则分别将$F(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})$, $G(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})$, $L(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})$, $H(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})$, $J(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})$记为$F(i, r)$, $G(i, r)$, $L(i, r)$, $H(i, r)$, $J(i, r)$.

定理 1 如果存在正定矩阵$P(i, r) > 0$使得对任给的$i \in \mathcal{M}$, $r \in \mathbb{N}$下列矩阵不等式成立:

$$\Omega(i, r) = \begin{pmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12}\\ * & \Omega_{22} \end{pmatrix} < 0, \tag{6}$$

则系统(5)是随机稳定的. 其中:

$$\begin{aligned} \Omega_{11} = {} & \sum_{j=0}^{\tau}\sum_{s_1=0}^{d}\sum_{s_2=0}^{d}\lambda_{ij}\pi_{rs_2}^{1+i-j}\pi_{s_2s_1}^{j}\tilde{A}^{\mathrm{T}}(i, r, s_1)P(j, s_2)\times \\ & \tilde{A}(i, r, s_1) - P(i, r) + EM^{\mathrm{T}}ME^{\mathrm{T}} + \tilde{E}M^{\mathrm{T}}M\tilde{E}^{\mathrm{T}},\\ \Omega_{12} = {} & \sum_{j=0}^{\tau}\sum_{s_1=0}^{d}\sum_{s_2=0}^{d}\lambda_{ij}\pi_{rs_2}^{1+i-j}\pi_{s_2s_1}^{j}\tilde{A}^{\mathrm{T}}(i, r, s_1)\times \\ & P(j, s_2)\tilde{L}(i, r),\\ \Omega_{22} = {} & \sum_{j=0}^{\tau}\sum_{s_1=0}^{d}\sum_{s_2=0}^{d}\lambda_{ij}\pi_{rs_2}^{1+i-j}\pi_{s_2s_1}^{j}\tilde{L}^{\mathrm{T}}(i, r)P(j, s_2)\tilde{L}(i, r) - I,\\ \tilde{A}(i, r, s_1) = {} & \tilde{A} + \tilde{E}F(i, r)\tilde{E}^{\mathrm{T}} + \tilde{B}H(i, r)\tilde{E}_1(s_1) + \\ & \tilde{B}J(i, r)C\tilde{E}_2(i, s_1) + \tilde{E}G(i, r)C\tilde{E}_3(i),\\ \tilde{L}(i, r) = {} & EE^{\mathrm{T}} + \tilde{E}L(i, r)\tilde{E}^{\mathrm{T}}. \end{aligned}$$

证 由马尔可夫性知, $d_{k-\tau_k-1}$到d_k的转移概率矩阵为Π^{τ_k+1}.

选取随机Lyapunov 函数

$$V(X_k, k) = X_k^{\mathrm{T}}P(\tau_k, d_{k-\tau_k-1})X_k.$$

经计算可得

$$\mathcal{E}\{\triangle V(X_k, k)\} \leqslant (X_k^{\mathrm{T}}\ \tilde{f}^{\mathrm{T}})\Omega(i, r)(X_k^{\mathrm{T}}\ \tilde{f}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}.$$

由于$\Omega(i, r) < 0$, 记$\lambda_{ir} = \lambda_{\min}(-\Omega(i, r)) > 0$, 则有

$$\mathcal{E}\{\triangle V(X_k, k)\} \leqslant -\lambda_{ir}X_k^{\mathrm{T}}X_k.$$

由上面的不等式, 易得对于任意的 $T \geqslant 1$,

$$\mathcal{E}\{V(X_{T+1}, T+1)\} - \mathcal{E}\{V(X_0, 0)\} \leqslant -\lambda_0\mathcal{E}\{\sum_{k=0}^{T}\|X_k\|^2\}.$$

其中$\lambda_0 = \min\{\lambda_{ir}, i \in \mathcal{M}, r \in \mathbb{N}\} > 0$.

因此

$$\mathcal{E}\{\sum_{k=0}^{\infty}\|X_k\|^2\} = \lim_{T\to\infty}\mathcal{E}\{\sum_{k=0}^{T}\|X_k\|^2\} \leqslant$$

$$\frac{1}{\lambda_0}X^{\mathrm{T}}(0)P(\tau_0, d_{-\tau_0-1})X(0).$$

故闭环系统(5)是随机稳定的.　　证毕.

定理1中的不等式条件(6)关于控制器增益是非线性的, 很难利用MATLAB LMI工具箱直接求解. 为此, 令$X(j,s_2)=P^{-1}(j,s_2)$, 利用Schur补引理可将其转化为如下的LMI条件:

定理 2　如果存在$X(i,r)>0, P(i,r)>0$及$F(i,r), G(i,r), L(i,r), H(i,r), J(i,r)$使得条件

$$\begin{pmatrix} \varGamma-P(i,r) & 0 & \bar{A}^{\mathrm{T}}(i,r) \\ * & -I & \bar{L}(i,r) \\ * & * & -\bar{X}(i,r) \end{pmatrix} < 0, \tag{7}$$

$$P(i,r)X(i,r)=I,\ \forall\, i\in\mathcal{M},\ r\in\mathbb{N} \tag{8}$$

成立, 则存在形如(3)的控制器使得闭环系统(4)是随机稳定的. 其中:

$$\varGamma = EM^{\mathrm{T}}ME^{\mathrm{T}}+\tilde{E}M^{\mathrm{T}}M\tilde{E}^{\mathrm{T}},$$
$$\bar{A}^{\mathrm{T}}(i,r)=(\tilde{A}_0^{\mathrm{T}}(i,r)\ \tilde{A}_1^{\mathrm{T}}(i,r)\ \cdots\ \tilde{A}_\tau^{\mathrm{T}}(i,r)),$$
$$\tilde{A}_j^{\mathrm{T}}(i,r)=(\tilde{A}_{j,0}^{\mathrm{T}}(i,r)\ \tilde{A}_{j,1}^{\mathrm{T}}(i,r)\ \cdots\ \tilde{A}_{j,d}^{\mathrm{T}}(i,r)),$$
$$\bar{L}^{\mathrm{T}}(i,r)=(\bar{L}_0^{\mathrm{T}}(i,r)\ \bar{L}_1^{\mathrm{T}}(i,r)\ \cdots\ \bar{L}_\tau^{\mathrm{T}}(i,r)),$$
$$\bar{L}_j^{\mathrm{T}}(i,r)=(\bar{L}_{j,0}^{\mathrm{T}}(i,r)\ \bar{L}_{j,1}^{\mathrm{T}}(i,r)\ \cdots\ \bar{L}_{j,d}^{\mathrm{T}}(i,r)),$$
$$\bar{X}(i,r)=\mathrm{diag}\{\bar{X}_0(i,r)\ \bar{X}_1(i,r)\ \cdots\ \bar{X}_\tau(i,r)\},$$
$$\bar{X}_j(i,r)=\mathrm{diag}\{\bar{X}_{j,0}(i,r)\ \bar{X}_{j,1}(i,r)\ \cdots\ \bar{X}_{j,d}(i,r)\},$$
$$\bar{X}_{j,s_2}(i,r)=\mathrm{diag}\{\underbrace{X(j,s_2)\ X(j,s_2)\ \cdots\ X(j,s_2)}_{d+1}\},$$
$$\begin{aligned}\tilde{A}_{j,s_2}^{\mathrm{T}}(i,r)=((&\lambda_{ij}\pi_{rs_2}^{1+i-j}\pi_{s_20}^{j})^{\frac{1}{2}}\tilde{A}^{\mathrm{T}}(i,r,0)\times\\ (&\lambda_{ij}\pi_{rs_2}^{1+i-j}\pi_{s_21}^{j})^{\frac{1}{2}}\tilde{A}^{\mathrm{T}}(i,r,1)\cdots\\ (&\lambda_{ij}\pi_{rs_2}^{1+i-j}\pi_{s_2d}^{j})^{\frac{1}{2}}\tilde{A}^{\mathrm{T}}(i,r,d)),\end{aligned}$$
$$\begin{aligned}\bar{L}_{j,s_2}^{\mathrm{T}}(i,r)=((&\lambda_{ij}\pi_{rs_2}^{1+i-j}\pi_{s_20}^{j})^{\frac{1}{2}}\tilde{L}^{\mathrm{T}}(i,r)\times\\ (&\lambda_{ij}\pi_{rs_2}^{1+i-j}\pi_{s_21}^{j})^{\frac{1}{2}}\tilde{L}^{\mathrm{T}}(i,r)\cdots\\ (&\lambda_{ij}\pi_{rs_2}^{1+i-j}\pi_{s_2d}^{j})^{\frac{1}{2}}\tilde{L}^{\mathrm{T}}(i,r)).\end{aligned}$$

注 2　定理2中的线性矩阵不等式(7)和矩阵等式约束(8)可利用锥补线性化算法(CCL)[11] 将其转化为受线性矩阵不等式约束的序列最小化问题进行求解: $\min\{\sum_{i=0}^{\tau}\sum_{r=0}^{d}tr(X(i,r)P(i,r))\}$满足式(7)和

$$\begin{pmatrix} X(i,r) & I \\ I & P(i,r) \end{pmatrix} \geqslant 0,\ \ \forall\, i\in\mathcal{M},\ r\in\mathbb{N}.$$

4　结束语(Conclusion)

本文考虑了具有随机马尔可夫时延的非线性离散系统的网络控制问题. 利用增广矩阵技巧和Lyapunov方法将网络控制系统建模为带跳非线性系统, 得到了闭环系统随机稳定的充分条件和输出反馈镇定控制器设计的线性矩阵不等式方法. 本文的工作从如下两个方面推广了现有的结果: 1) 研究了比线性系统更为广泛的李普希兹非线性系统的网络控制问题; 2) 同时考虑了采样器-控制器和控制器-执行器的随机时延, 并且所设计的输出反馈控制器是时延相关的, 更接近于实际问题.

参考文献(References):

[1] ZHANG W, BRANIKY M S, PHILLIPS S M. Stability of networked control systems[J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(2): 84 – 89.

[2] NILSSON J. *Real-time Control Systems with Delays*[M]. Sweden: Lund University, 1998: 29 – 101.

[3] ZHANG L Q , SHI Y, CHEN T W, et al. A new method for stabilization of networked control systems with random delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(8): 1177 – 1181.

[4] MONTESTRUQUE L A. Stability of model-based networked control systems with time-varying transmission times[J]. *IEEE Transactions On Automatic Control*, 2004, 49(9): 1562 – 1572.

[5] LIN X, ARASH H, JONATHAN P. How control with random communication delays via a discrete time jump system approach[C] //*Proceeding of American Control Coference*. Chicago, Illinois: IEEE Press, 2000: 2199 – 2204.

[6] YUE D, HAN Q L, CHEN P. State feedback controller design of networked control systems[J]. *IEEE Transactions On Circuits and Systems-II: Express Briefs*, 2004, 51(11): 640 – 644.

[7] FEI M, YI J, HU H S. Roubust stability of a uncertain nonlinear networked control system category[J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2006, 4(2): 172 – 177.

[8] CLAUDIO D P. Nonlinear stabilizability via encoded feedback: The case of integral ISS systems[J]. *Automatica*, 2006, 42(10): 1813 – 1816.

[9] 张冬梅, 俞立, 周明华. 具有快变时延和丢包的网络控制系统镇定[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(3), 480 – 484.
(ZHANG Dongmei, YU Li, ZHOU Minghua. Stabilization of networked control systems with fast-varying delay and packet-dropout[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(3), 480 – 484.)

[10] YU M, WANG L, CHU T, et al. An LMI approach to networked control systems with data packet dropout and transmission delays[C] //*Proceeding of the 43rd IEEE Conferance on Decision and Control*. Atlantis, Paradise: IEEE, 2004: 3545 – 3550.

[11] GHAOUI L E, OUSTRY F, AITRAMI M. A cone complementarity linearization algorithm for static output feedback and related prblems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1171 – 1176.

作者简介:

肖小庆　(1978—), 女, 讲师, 主要研究方向为网络化控制系统, E-mail: xiaoxqzl@126.com;

周　磊　(1980—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为广义控制系统, 网络控制系统, E-mail: zlxxq80@ntu.edu.cn;

陆国平　(1965—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性控制系统、鲁棒控制、广义控制系统, E-mail: lu.gp@ntu.edu.cn.