文章编号: 1000−8152(2009)11−1232−07

一种基于人工力矩的动态队形控制方法

徐望宝[1,2], 陈雪波[1]

(1. 辽宁科技大学 电子与信息工程学院, 辽宁 鞍山 114051;

2. 哈尔滨工业大学 机器人技术与系统国家重点实验室, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 本文首先定义了距离最优对应, 给出了求距离最优对应的方法–淘汰法的模型、原理和详细步骤, 从而得到了一种确定各机器人对应节点的较优准则. 然后为了使机器人在运动过程中, 既能避开各种障碍, 又能最终得到目标队形, 定义了两种新人工力矩, 并基于人工力矩为各种机器人分别设计了运动控制器. 最后基于上述成果, 提出了一种一般性的动态队形控制方法. 该方法不但能动态地控制机器人队形, 且由于优化了机器人的对应节点, 所以优化了队形的形成时间. 仿真结果表明该方法是可行且有效的.

关键词: 队形控制; 人工力矩; 多机器人系统; 避障

中图分类号: TP24　　**文献标识码**: A

A dynamical formation control approach based on artificial moments

XU Wang-bao[1,2], CHEN Xue-bo[1]

(1. School of Electronics and Information Engineering, Liaoning University of Science and Technology, Anshan Liaoning 114051, China;
2. State Key Laboratory of Robotics and System, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: First, the optimal correspondence of distance is defined for robots' corresponding vertexes. For its determination, we give an elimination method, including the model, the principle and the steps of operation. Next, two new types of artificial moments are defined, based on which the robots' motion controllers are designed to make robots avoid various obstacles and keep in a desired formation. Thus, a general approach for dynamical formation control is developed which not only makes robots dynamically realize the desired formations, but also minimizes the time for the process of formation by optimizing robots' corresponding vertexes. Simulation results demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed method.

Key words: formation control; artificial moment; multi-robot systems; obstacle avoidance

1 引言(Introduction)

对于多机器人协作系统, 多机器人形成并保持恰当的队形具有许多优点, 如在侦察、搜寻、排雷等工作中, 能使系统充分获取当前的环境信息; 在对抗性的环境中, 能增强系统抵抗外界进攻的能力; 在一些工作如搬运中, 能加快任务的完成, 提高工作效率等. 所以近年来, 随着机器人和通信技术的发展, 多机器人协作系统的队形问题受到越来越多的关注, 已成为机器人学的研究热点之一. 针对这一问题, 人们提出了许多的解决方法, 如基于行为的方法[1,2]、虚拟结构法[3]、人工势场法[4]、基于图论的方法[5]、基于LMI的方法[6]、leader-follower方法[7~10]、人工力矩法[11]等. 然而现有文献关于队形控制的研究, 主要集中在队形的形成和保持(包括动态未知环境下队形的保持与避障)、用保持队形的多机器人完成给定任务等方面. 对于队形的动态控制, 即队形的变换、少数机器人插入或离开一个已形成或快形成的队形等问题和队形容错问题(即在少数机器人受到扰动, 其运动产生较大偏差后, 其他机器人的控制问题)的控制, 则研究得非常少. 虽然有些文献(非常少)对动态队形控制的某些方面也进行过研究, 如文[9]研究过队形切换、文[10]针对leader-follower方法中因一机器人出错离队而致其他机器人掉队的问题, 研究过leader切换技术, 但这些方法, 注重的只是方法的可行性, 而没有考虑优化问题, 即如何在现有的条件下更快地形成队形、如何尽可能减少一个机器人的错误(不一定离队)对其他机器人的影响的问题. 事实上动态队形控制问题, 其核心

收稿日期: 2008−04−13; 收修改稿日期: 2008−09−22.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60874017); 机器人技术与系统国家重点实验室开放研究资助项目(哈尔滨工业大学)(SKLRS200703); 辽宁省“高等学校优秀人才支持计划”资助项目(2006R31); “高等学校创新团队支持计划”资助项目(2007T082).

是如何优化队形的形成时间问题. 因为如果不考虑时间优化, 那么队形切换、机器人插队或离队等, 都可以看成是从某种初始状态重新形成一个队形的问题.

本文根据如果各机器人都能按照距离最优对应确定对应节点, 则当各机器人是直接向着对应节点运动时, 形成队形的时间会最短这一基本原理, 将文[11]提出的人工力矩法作了有效的改进和推广, 继承了其实时性、稳定性、通用性强的优点, 而克服了其不能避碰和避障、不能动态控制机器人队形的缺点, 提出了一种一般性的动态队形控制方法. 该方法既能动态地控制机器人队形, 又考虑了时间的优化和系统的局部稳定, 是一种在理论和实际中都有重要意义的新方法.

2 距离最优对应与淘汰法(Distance-optimization correspondence and the elimination method)

介绍距离最优对应前, 先简单介绍吸引线段式主–从队形图(ALFgraph)(ALFgraph与一有向线到另一有向线的角及有向线方向角定义请详见文[11]). ALFgraph的基本特征是: 设集合$V=\{R_0,V_1,\cdots,V_n\}$, 其中R_0为虚拟机器人, $V_1,\cdots,V_n$为节点. 除依照leader, follower关系对其中元素进行划分, V是一棵以R_0为根的树外; V中每个元素还有基本运动方向线(PMDline), 有对应follower的主吸引线段(为follower的leader线段), 对应leader的从吸引线段(为leader的 follower 线段); 任意时刻, V 中所有元素PMDline的方向都相同; 所有节点都恰位于其leader线段的终点上, 那么V中所有元素, 在该平面内形成的图, 即为一个ALFgraph.

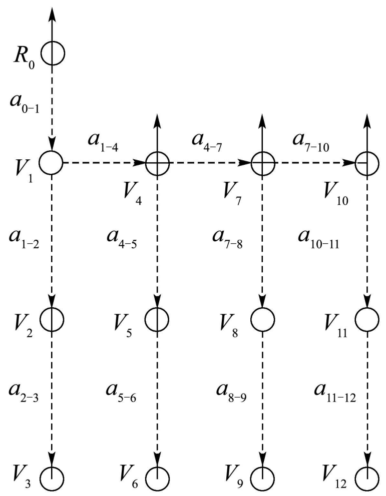

图 1　吸引线段式主–从队形图

Fig. 1　An ALFgraph

如图1就是一个方形队形的ALFgraph, 其中带箭头的虚线段a_{i-j}表示是leaderV_i($i=0$时表示R_0) 的对应followerV_j的主吸引线段, R_0,V_4,V_7,V_{10}上带箭头的实线段是它们的PMDline.

定义 1　设m个机器人和ALFgraph中m个节点组成的集合分别为$R_{\rm I},V_{\rm H}$, 指定$R_{\rm I}$中机器人到$V_{\rm H}$中节点的一个一一对应F, 按照对应F, 各机器人到其对应节点距离中的最大值, 称为F的距离值. 如果F满足以下条件, 则称F为$R_{\rm I}$到$V_{\rm H}$的距离最优对应.

1) 设F^*为$R_{\rm I}$到$V_{\rm H}$的不同于F的任意一个一一对应, 则F的距离值不大于F^*的距离值;

2) 如果$m>1$, 那么将到对应节点距离最大的一个机器人及其对应节点分别删除, 剩余机器人与相应节点的对应关系不变, 则仍然是一个距离最优对应.

淘汰法是求距离最优对应的一种有效方法, 其模型是先求出$R_{\rm I}$中各机器人到$V_{\rm H}$各节点的距离并排列成如下矩阵(为方便, 设$R_{\rm I}$和$V_{\rm H}$中元素的下标都是从$1\sim m$):

$$VR=\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1m}\\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2m}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ d_{m1} & d_{m2} & \dots & d_{mm}\end{pmatrix}, \tag{1}$$

其中d_{ij}表示节点V_i到机器人R_j的距离.

根据矩阵VR, 则求距离最优对应转化成从矩阵VR中找到m个两两不同行不同列的元素, 使得这m个元素中的最大值不大于任何其他m个两两不同行不同列的元素中的最大值; 如果$m>1$, 则从这m个元素中删去一个最大值后, 剩余的$m-1$个元素中的最大值仍旧不大于其他从相应行和列选出来$m-1$个元素中的最大值.

淘汰法的基本思想是从矩阵VR中逐步淘汰那些不能选的元素, 直到某行或某列出现一个元素, 该元素必须选中, 否则无法选出m个两两不同行不同列的元素, 那么选中该元素并删除该元素所在的行和列, 然后继续, 直到选出m个元素.

推论 1　如果矩阵VR中某$a(\geqslant 1)$行与某$b(\geqslant 1)$列相交而得到的$a*b$个元素都是被淘汰元素, 且$a+b>m$, 则这$a*b$个元素为矩阵VR的一个死锁集. 如果VR中有死锁集, 则不能选出m个两两不同行不同列的元素, 否则能选出.

定义 2　设

$$VR^+=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m}\\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m}\\ \vdots & \vdots & & \vdots\\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mm}\end{vmatrix}^+=\sum a_{1j_1}a_{2j_2}\dots a_{mj_m}$$

为所有取自不同行不同列的m个元素的乘积的和,

$j_1, j_2, \cdots, j_m$是$1, 2, \cdots, m$的一个排列; VR^+中的元素

$$a_{uv} = \begin{cases} 0,\ 当d_{uv}是淘汰元素时, \\ 1,\ 当d_{uv}不是淘汰元素时, \end{cases}$$

其中d_{uv}是VR中的元素, 则称VR^+为VR的伴随行列正式.

伴随行列正式的意义是: 有部分淘汰元素的矩阵VR中不存在死锁集的充要条件是其伴随行列正式$VR^+ > 0$.

推论 2 设d_{ij}为矩阵VR中的任意元素, 将d_{ij}淘汰后, 第i行和第j列分别共有a和b个淘汰元素, $c = a + b - m$. 则淘汰d_{ij}后VR不会出现死锁集的充要条件是$c \leqslant 0$, 或$c > 0$但其伴随行列正式$VR^+ > 0$.

根据推论1,2, 得到了运用淘汰法求距离最优对应的基本步骤如下:

Step 1 初始化并生成VR的伴随行列正式VR^+;

Step 2 将VR所有元素中最大的$m-1$个元素淘汰, 同时将VR^+中的相应元素改为零;

Step 3 求得VR非淘汰元素中的最大值d_{ij}, 同时将VR^+中的元素a_{ij}改为零; 求出VR^+中第i行和第j列的零元素的个数a, b及$c = a + b - m$; 如果$c \leqslant 0$, 将元素d_{ij}淘汰, 转Step 3, 否则转Step 4;

Step 4 求出VR^+的值, 如果$VR^+ > 0$, 将元素d_{ij}淘汰, 转Step 3, 否则选中d_{ij}然后转Step 5;

Step 5 将VR中d_{ij}所在的行或列删掉, 并仍记为VR; 将VR^+中a_{ij}所在的行或列删掉, 并仍记为VR^+; 转Step 6;

Step 6 判断VR是否为空, 如果是, 则输出, 否则转Step 3.

注 1 1) 本文中规定在ALFgraph中, leader的编号(即下标)总小于follower的编号;

2) 如果要从两个相等的元素中淘汰一个, 规定它们同行, 则淘汰列号小的元素, 否则淘汰行号小的元素.

3 动态队形控制方法(The dynamical formation control approach)

考虑由l个机器人$R_1, \cdots, R_l$和一个领队R_0组成的多机器人协作系统$R = \{R_0, R_1, \cdots, R_l\}$的动态队形控制问题. 其中$R$中的机器人数不多于$V$中的节点数, 且分成计划参与且有资格参与队形排列的Ⅰ型机器人(到ALFgraph中有对应机器人的各节点距离的平均值小于系统给定的正常数$Z_{\rm D}$, 才有资格参与队形排列)、计划参与而没有资格参与队形排列的Ⅱ型机器人和不计划参与队形排列的Ⅲ型机器人3类.

R中任意元素R_j是一个半径为D_R的圆, 有且只有一条PMDline. 记$\mathrm{Time} = \{t_k | k = 0, 1, \cdots\}$, $\beta_j(k)$, $(x_j(k), y_j(k))^{\rm T}$为t_k时刻R_j的PMDline的方向角与位置(圆心)坐标, ε为R_j的安全距离(当R_j与物体Σ_u表面间的距离小于ε时, R_j即认为Σ_u已对其安全构成威胁, 并称Σ_u为即避障碍); $\sigma = \varepsilon/2$为R_j的临界安全距离(当R_j和Σ_u的表面距离小于σ时, 则R_j会感到安全受到极大威胁); $S_{\rm ro}$为机器人沿其PMDline的最大运动步幅, $S_{\rm wo}$为动态障碍(认为Ⅰ和Ⅱ型机器人不是动态障碍)的最大运动步幅, 文中规定

$$S_{\rm wo} < S_{\rm ro},\ S_{\rm wo} + S_{\rm ro} < \varepsilon. \tag{2}$$

限于篇幅, 文中假设环境中只有一些面积较小的障碍物, 并都用圆表示, 记D_Σ为障碍圆的半径.

系统队形的动态控制方法的基本步骤如下(假设通过通讯和传感器, 各机器人可以获得所需要的各种信息):

Step 1 初始化, 置当前时刻为t_k.

Step 2 t_k时刻如果是系统给定的调节对应关系的时间(系统每隔$T_{\rm d}$个时刻, 则允许机器人转变类型或相互之间调整对应节点一次), 那么: 1) 有关机器人如果满足条件, 则可从Ⅰ型机器人转为Ⅱ型机器人或反之; 2) R_j如果有同型障碍机器人(类型相同且互为即避障碍), 设R_j和其同型障碍机器人组成的集合为$R_{\rm ob}$, 它们对应的节点组成的集合为$V_{\rm ob}$, 则按照$R_{\rm ob}$到$V_{\rm ob}$的距离最优对应, 重新确定$R_{\rm ob}$中各机器人的对应节点.

Step 3 t_k时刻, 满足下述条件的机器人将丧失对应节点: 1) t_0时刻的或要进行队形切换时的所有机器人; 2) 机器人R_j在t_k时刻离队(如被敌方打掉), 那么以R_j为根的子树上的所有机器人; 3) 如果R_j在t_k时刻从Ⅰ型机器人转为Ⅱ型机器人, 则以R_j为根的子树上的所有机器人; 4) 在t_k时刻从Ⅱ型转为Ⅰ型的机器人.

Step 4 如果系统中有丧失对应节点的Ⅰ或Ⅱ型机器人, 则按照下述方法确定对应节点: 设没有对应节点的Ⅰ型机器人集$R_{\rm A}$的元素个数为m_1, $V_{\rm A}$为V中没有对应Ⅰ型机器人且序号最小的m_1个节点, 则首先按照$R_{\rm A}$到$V_{\rm A}$的距离最优对应, 各Ⅰ型机器人确定自己的对应节点; 然后设Ⅱ型机器人集$R_{\rm B}$的元素个数为m_2, $V_{\rm B}$为V中没有对应Ⅰ型机器人且序号最小的m_2个节点, 按照$R_{\rm B}$到$V_{\rm B}$的距离最优对应, $R_{\rm B}$中的各元素再确定自己的对应节点.

Step 5 确定对应节点的Ⅰ型机器人按下述方

法确定自己的leader与follower: 设机器人R_i与节点V_i对应(R_0总对应自身), 则R_i不但有与V_i相同数目的主(从)吸引线段, 且R_i与V_i的主(从)吸引线段一一对应, 对应主(从)吸引线段的长度、吸引角分别相等; 同时设 I 型机器人R_j与节点V_j对应、V_i的follower是V_j, 则R_j是R_i的follower, R_i是R_j的leader; 再设V_j的leader线段为a'_{ij}, a_{ij}是R_i的与a'_{ij}对应的主吸引线段, 则a_{ij}是R_i对应R_j的主吸引线段, 是R_j的leader线段, b_{ji}是R_j对应R_i的从吸引线段, 是R_i的follower线段(II型机器人没有leader与follower).

Step 6 如果R_j的某个follower在t_k时刻有即避障碍, 则R_j在$(t_k, t_{k+1}]$时间段内的运动将不受该follower的影响;

如果R_j的leader在t_k时刻有即避障碍, 那么R_j在$(t_k, t_{k+1}]$时间段内将不受该leader主吸引矩的影响, 而受代理 leader(leader的leader, 或 leader的leader的leader, 如此类推, 直到代理leader没有即避障碍或为R_0时止)的主吸引矩的影响;

如果R_j与leader/follower线段终点的连线段和R_j的即避障碍相交, 则R_j该时刻将不受主吸引矩或相应从吸引矩的作用.

Step 7 与t_{k-1}时刻相比, t_k时刻如果某 I/II 型机器人的类型或对应节点发生了变化, 则 I 型机器人, 其PMDline的方向角要调整为R_0的PMDline的方向角; II 型机器人, 其PMDline的方向角要调整为以该机器人为起点, 对应节点为终点的有向线段的方向角.

Step 8 各机器人在运动控制器的控制下运动一步, 到达下个时刻, 然后转Step 2, 直到任务结束.

4 机器人运动控制器(The motion controllers of robots)

对应机器人的3种类型, 机器人的运动控制器也有3种.

1) 如果R_j是领队R_0或III型机器人, 则其运动由高层控制器决定而与其他机器人无关, 数学模型为

$$\begin{cases} S_j(k+1) = S_j(k) + \Delta S_j(k), \\ \beta_j(k+1) = \mathrm{dgl}(\beta_j(k) + \Delta\beta_j(k)), \\ x_j(k+1) = x_j(k) + S_j(k+1)\cos(\beta_j(k+1)), \\ y_j(k+1) = y_j(k) + S_j(k+1)\sin(\beta_j(k+1)). \end{cases} \tag{3}$$

其中: $S_j(k+1)$是R_j在时间段$(t_k, t_{k+1}]$内沿PMDline的运动步幅(称为基本运动步幅), $\Delta S_j(k)$, $\Delta\beta_j(k)$为高层控制输入;

$$\mathrm{dgl}(x) = \begin{cases} x, & \text{当}|x| \leqslant \pi\text{时}, \\ x - 2\pi\,\mathrm{sgn}\, x, & \text{当}|x| > \pi\text{时}, \end{cases} \quad \mathrm{agl}(x) = \frac{\pi}{D}x.$$

为了设计 I 型和 II 型机器人的运动控制器, 下面给出主吸引矩和排斥矩的定义, 从吸引矩的定义请参见文[11], 它们统称为人工力矩.

定义 3 设$\lambda, \eta, \delta_{\theta1}, D$都为正常数且$\delta_{\theta1}$远小于$\pi/2$, $\lambda < \lambda\eta < 1$,

$$\mathrm{lmt}(x) = \begin{cases} \cos\,\delta_{\theta1} + (\delta_{\theta1}^2 - x^2)/(2\lambda), & |x| \leqslant \delta_{\theta1}, \\ \cos\, x, & \delta_{\theta1} < |x| \leqslant \pi/2, \\ \pi/2 - |x|, & |x| > \pi/2. \end{cases} \tag{4}$$

① 记 R_i 为 R_j 的 leader 或代理 leader, $(x_{ij}(k), y_{ij}(k))$为R_j的leader线段的终点坐标, $\beta_{jT}(k)$为以R_j为起点, 点$(x_{ij}(k), y_{ij}(k))$为终点的有向线段的方向角, 那么如果t_k时刻R_j没有即避障碍, 则

$$\begin{aligned} LM_{ij}(k) = {} & \mathrm{lmt}[\mathrm{dgl}(\beta_j(k) - \beta_i(k))] + \\ & \mathrm{lmt}[\mathrm{agl}(x_j(k) - x_{ij}(k))] + \\ & \mathrm{lmt}[\mathrm{agl}(y_j(k) - y_{ij}(k))]. \end{aligned} \tag{5}$$

如果R_j有即避障碍但和R_j与点$(x_{ij}(k), y_{ij}(k))$的连线段不相交, 则

$$LM_{ij}(k) = 3 - \eta[(\mathrm{dgl}(\beta_j(k) - \beta_{jT}(k)))^2]/2. \tag{6}$$

那么$LM_{ij}(k)$为t_k时刻R_i对R_j的主吸引矩.

② 设Σ_u是t_k时刻R_j的即避障碍, 以Σ_u的圆心为起点, 过R_j且长度等于$(\varepsilon + D_\Sigma + D_R)$的有向线段为$\Sigma_u$对$R_j$的排斥线段. 记$\beta_{uj}(k)$, $(x_{uj}(k), y_{uj}(k))^{\mathrm{T}}$为$\Sigma_u$对$R_j$排斥线段的方向角和终点坐标, $d(k)$为Σ_u和R_j间的表面距离,

$$\begin{cases} \mathrm{pmt}(x) = \begin{cases} \cos\, x, & |x| \leqslant \pi/2, \\ \pi/2 - |x|, & |x| > \pi/2, \end{cases} \\ \beta_{\Sigma_u j}(k) = \\ \mathrm{dgl}[\beta_{uj}(k) + \mathrm{sgn}(\mathrm{dgl}(\beta_j(k) - \beta_{uj}(k)))\dfrac{d(k)\pi}{2\sigma}], \\ PM_{\Sigma_u j}(k) = \\ \dfrac{\varepsilon + D_R - d(k)}{\varepsilon + D_R}\mathrm{pmt}[\mathrm{dgl}(\beta_j(k) - \beta_{\Sigma_u j}(k))] + \\ \mathrm{pmt}[(\dfrac{(x_j(k) - x_{uj}(k))^2 + (y_j(k) - y_{uj}(k))^2}{\sigma^2})\dfrac{\pi}{2}], \end{cases} \tag{7}$$

那么$PM_{\Sigma_u j}(k)$为t_k时刻Σ_u对R_j的排斥矩.

根据人工力矩的定义知: 机器人如果沿着使排

斥矩增大的方向变化, 则可避开障碍; I 型机器人在与领队保持速度匹配的同时, 如果沿着使吸引矩增大的方向变化, 则可形成目标队形, 所以

2) 当R_j为 I 型机器人时, 运动控制器设计为

$$\begin{cases} \beta_j(k+1)= \\ \mathrm{dgl}[\beta_j(k)+\lambda\Delta_1\beta_j(k)+\Delta_2\beta_j(k)], \\ x_j(k+1)= \\ x_j(k)+S_j(k+1)\cos(\beta_j(k+1))+ \\ \lambda\Delta_1x_j(k)+\Delta_2x_j(k), \\ y_j(k+1)= \\ y_j(k)+S_j(k+1)\sin(\beta_j(k+1))+ \\ \lambda\Delta_1y_j(k)+\Delta_2y_j(k), \end{cases} \tag{8}$$

其中有关符号的意义与计算方法如下:

①

$$S_j(k+1)=\begin{cases} S_0(k), & \text{当}R_j\text{没有即避障碍时}, \\ S_{\mathrm{ro}}, & \text{当}R_j\text{有即避障碍时}. \end{cases}$$

② $(\Delta_1\beta_j(k),\Delta_1x_j(k),\Delta_1y_j(k))^{\mathrm{T}}$是能增加主吸引矩和从吸引矩的变化方向. 设$\delta_{\theta2},\delta_{\theta3},\mu$都为正常数且$\delta_{\theta1}\leqslant\delta_{\theta2}$都远小于$\pi/2$, $\delta_{\theta3}>\pi/2$,

$$\mathrm{dfmt}(x)=\begin{cases} -\mu\sin(x-\mathrm{sgn}\,x\delta_{\theta2}), \\ \qquad \delta_{\theta2}<|x|\ \text{且}\ |x-\mathrm{sgn}\,x\,\delta_{\theta2}|\leqslant\pi/2, \\ -\mu\mathrm{sgn}\,x, \quad \pi/2<|x-\mathrm{sgn}\,x\,\delta_{\theta2}|<\delta_{\theta3}, \\ 0, \qquad \text{其他情况}; \end{cases}$$

$$\mathrm{dlmt}(x)=\begin{cases} -x/\lambda, & \text{当}\ |x|\leqslant\delta_{\theta1}\text{时}, \\ -\sin x, & \text{当}\ \delta_{\theta1}<|x|\leqslant\pi/2\text{时}, \\ -\mathrm{sgn}\,x, & \text{当}\ |x|>\pi/2\text{时}. \end{cases} \tag{9}$$

同时记$(x_{hj}(k),y_{hj}(k))^{\mathrm{T}}$为$R_j$的follower线段的终点坐标. 则按照文[11]求合力矩变化方向的方法, 得: 当R_j没有即避障碍时,

$$\begin{pmatrix}\Delta_1\beta_j(k)\\ \Delta_1x_j(k)\\ \Delta_1y_j(k)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\mathrm{dlmt}[\mathrm{dgl}(\beta_j(k)-\beta_i(k))]+\sum\mathrm{dfmt}[\mathrm{dgl}(\beta_j(k)-\beta_h(k))] \\ \dfrac{D}{\pi}[\mathrm{dlmt}(\mathrm{agl}(x_j(k)-x_{ij}(k)))+\sum\mathrm{dfmt}(\mathrm{agl}(x_j(k)-x_{hj}(k)))] \\ \dfrac{D}{\pi}[\mathrm{dlmt}(\mathrm{agl}(y_j(k)-y_{ij}(k)))+\sum\mathrm{dfmt}(\mathrm{agl}(y_j(k)-y_{hj}(k)))]\end{pmatrix}. \tag{10}$$

当R_j有即避障碍但和R_j与点$(x_{ij}(k),y_{ij}(k))$的连线段不相交时,

$$\begin{pmatrix}\Delta_1\beta_j(k)\\ \Delta_1x_j(k)\\ \Delta_1y_j(k)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\eta(\beta_j(k)-\beta_{jT}(k))+\sum\mathrm{dfmt}[\mathrm{dgl}(\beta_j(k)-\beta_h(k))] \\ \dfrac{D}{\pi}\sum\mathrm{dfmt}(\mathrm{agl}(x_j(k)-x_{hj}(k))) \\ \dfrac{D}{\pi}\sum\mathrm{dfmt}(\mathrm{agl}(y_j(k)-y_{hj}(k)))\end{pmatrix}. \tag{11}$$

注 2 常数λ需满足$\lambda(1+\mu N)\leqslant 1$($N$为拥有follower最多的一个机器人的follower数).

③ $(\Delta_2\beta_j(k),\Delta_2x_j(k),\Delta_2y_j(k))^{\mathrm{T}}$是能增加排斥矩的变化方向, 当$R_j$有即避障碍时, 仿照文[11]求机器人合力矩变化方向的方法, 设

$$X(k)=\frac{\pi}{\sigma}x(k),\ Y(k)=\frac{\pi}{\sigma}y(k),$$

$$\mathrm{dpmt}(x)=\begin{cases} -\sin x, & |x|\leqslant\pi/2, \\ -\mathrm{sgn}\,x, & |x|>\pi/2. \end{cases} \tag{12}$$

根据定义 3, 把 $PM_{\Sigma\mathrm{u}j}(k)$ 看成是关于自变量$\beta_j(k)$, $X_j(k)$, $Y_j(k)$的函数, 令R_j在时间段$(t_k, t_{k+1}]$内沿着$PM_{\Sigma\mathrm{u}j}(k)$的梯度方向$\nabla PM_{\Sigma\mathrm{u}j}(k)$变化, 即令

$$\begin{pmatrix}\beta_j(k+1)-\beta_j(k)\\ X_j(k+1)-X_j(k)\\ Y_j(k+1)-Y_j(k)\end{pmatrix}=\nabla PM_{\Sigma\mathrm{u}j}(k)\Rightarrow\begin{pmatrix}\Delta_2\beta_j(k)\\ \Delta_2x_j(k)\\ \Delta_2y_j(k)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\beta_j(k+1)-\beta_j(k)\\ x_j(k+1)-X_j(k)\\ y_j(k+1)-Y_j(k)\end{pmatrix}=$$
$$\begin{pmatrix}\sum\dfrac{\varepsilon+D_R-d(k)}{\varepsilon+D_R}\mathrm{dpmt}[\mathrm{dgl}(\beta_j(k)-\beta_{\Sigma\mathrm{u}j}(k))] \\ \dfrac{1}{\pi}\sum(x_j(k)-x_{uj}(k))\mathrm{dmpt}[(\dfrac{(x_j(k)-x_{uj}(k))^2+(y_j(k)-y_{uj}(k))^2}{\sigma^2})\dfrac{\pi}{2}] \\ \dfrac{1}{\pi}\sum(y_j(k)-y_{uj}(k))\mathrm{dmpt}[(\dfrac{(x_j(k)-x_{uj}(k))^2+(y_j(k)-y_{uj}(k))^2}{\sigma^2})\dfrac{\pi}{2}]\end{pmatrix}. \tag{13}$$

考虑实际机器人每一步的运动能力总是有限的, 所以对$\Delta_2 x_j(k), \Delta_2 y_j(k)$的取值还做如下约束: 按式(13)求得$\Delta_2 x_j(k), \Delta_2 y_j(k)$后, 如果$|\Delta_2 x_j(k)| > S_{\rm ro}$, 则令

$$\Delta_2 x_j(k) = S_{\rm ro}{\rm sgn}(x_j(k) - x_{uj}(k));$$

如果$|\Delta_2 y_j(k)| > S_{\rm ro}$, 则令

$$\Delta_2 y_j(k) = S_{\rm ro}{\rm sgn}(y_j(k) - y_{uj}(k)).$$

3) 如果R_j是II型机器人, 则其运动控制器的设计思想是: 在保证不与障碍碰撞的前提下, 快速地向对应节点靠拢, 以尽快获得参与队形排列的资格, 所以其运动控制器设计为

$$\begin{cases} \beta_j(k+1) = \\ {\rm dgl}[\beta_j(k) + \lambda\Delta_1\beta_j(k) + \Delta_2\beta_j(k)], \\ x_j(k+1) = \\ x_j(k) + S_{\rm ro}\cos(\beta_j(k+1)) + \Delta_2 x_j(k), \\ y_j(k+1) = \\ y_j(k) + S_{\rm ro}\sin(\beta_j(k+1)) + \Delta_2 y_j(k). \end{cases} \tag{14}$$

其中:

$$\Delta_1\beta_j(k) = \eta(\beta_j(k) - \beta_{jT}(k));$$

$(\Delta_2\beta_j(k),\ \Delta_2 x_j(k),\ \Delta_2 y_j(k))^{\rm T}$的计算公式为式(13).

注 3　由于I型机器人的运动控制器是根据人工力矩设计的, 所以动态队形控制方法与人工力矩法一样具有稳定性.

5　仿真结果与分析(Simulation results and analysis)

为检验文中有关理论的可行及有效性, 笔者做了两次仿真. 两次仿真中, 控制系统的参数值都如表1所示, 其中S_0是R_0和III型机器人的运动步幅. 目标队形的ALFgraph都如图1所示, 其中除主吸引线段a_{0-1}, a_{1-4}, a_{4-7}, a_{7-10}的长度为2外, 其余各主吸引线段的长度都为3.

表 1　控制系统参数值

Table 1　Parameters of the control system

参数名	D_R	D	$Z_{\rm D}$	$\delta_{\theta 1}$	$\delta_{\theta 2}$	$\delta_{\theta 3}$	$T_{\rm d}$
参数值	0.2	2.4	8	$\pi/90$	$\pi/60$	3.5	2
参数名	μ	ε	η	λ	$S_{\rm ro}$	S_0	
参数值	0.3	1	3	0.2	0.28	0.15	

第1次仿真的基本过程是: 在一个已排好的方形队形中, 机器人R_1首先离队, 然后R_7碰上静态障碍后而又离队, 由于R_7离队前没有向其他机器人发出遇到障碍的通知, 所以在这期间它的follower继续跟着它运动. 结果各机器人的运动轨迹和形成的队形如图2所示.

第2次仿真的基本过程是: 系统从一个排好的“人”字形队形切换成方形队形; 其间机器人R_9快速向队形靠拢并插入队形. 结果各机器人的运动轨迹和形成的队形如图3所示.

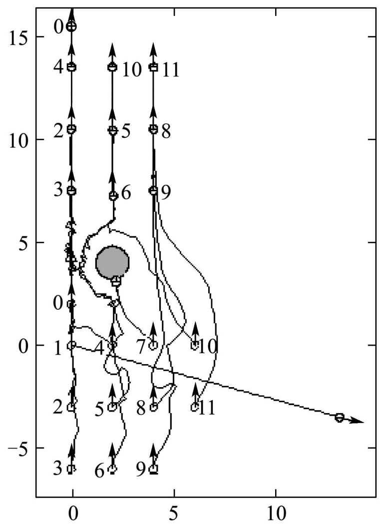

图 2　机器人离队与避障(共运动90步)

Fig. 2　Robots leave the formation and avoid obstacles

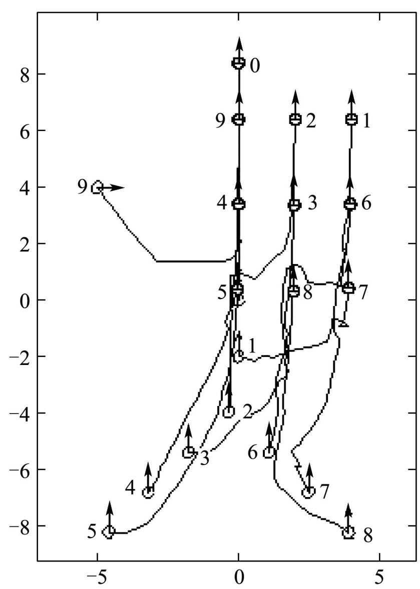

图 3　机器人插队与队形变换(共运动56步)

Fig. 3　The change between formations with a robot's insertion

仿真中, 除R_7与静态障碍物的距离不考虑外, 任何两机器人或机器人与障碍之间的距离小于0.1, 则系统会发出碰撞警告并自动停止运行.

从结果看, 系统没有发出碰撞警告; 在有机器人离队、插队时, 有关机器人都自动地调整了对应节点. 系统最终都较准确地得到了目标队形; 从而说明了本文给出的有关方法是可行且有效的.

6 结论(Conclusion)

作为动态队形控制方法的两大理论基础: 求距离最优对应的淘汰法, 不仅模型、原理简单, 计算量小, 且结果唯一, 能保证所有需要调整关系的机器人都能得到相同的调整策略; 而基于人工力矩设计的Ⅰ/Ⅱ型机器人的运动控制器, 不但实时性强, 能避开静态障碍, 且能避开动态障碍而不需调整参数.

进一步的工作笔者将继续基于人工力矩, 研究一般环境下机器人队形的协作避障与路径规划, 机器人群与机器人群对抗环境下的队形控制.

参考文献(References):

[1] BALCHT, ARKIN R C. Behavior-based formation control for multi-robot teams[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1998, 14(6): 926 – 939.

[2] LAWTON J R, BEARD R W, YOUNG B J. A decentralized approach to formation maneuvers[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2003, 19(6): 933 – 941.

[3] REN W, BEARD R W. A decentralized scheme for spacecraft formation flying via virtual structure approach[C] *//Proceedings of the American Control Conference*. USA: IEEE, 2003: 1746 – 1751.

[4] KHATIB O. Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots[J]. *International Journal of Robotics research*, 1986, 5(1): 90 – 98.

[5] LIN Z Y, FRANCIS B, MAGGIORE M. Necessary and sufficient graphical conditions for formation control of unicycles[J]. *IEEE Transactions on Automatic control*, 2005, 50(1): 121 – 127.

[6] 李鹏, 崔平远, 崔祜涛. 基于LMI的分散式深空飞行器编队控制[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(3): 446 – 450.
(LI Peng, CUI Pingyuan, CUI Hutao. The decentralized control of formation flying spacecraft in deep space based on LMI[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(3): 446 – 450.)

[7] LIU S C, TAN D L, LIU G J. Robust leader-follower formation control of mobile robots based on a second order kinematics model[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2007, 33(9): 947 – 955.

[8] 陈余庆, 庄严, 王伟. 非完整移动机器人的复合编队控制[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(5): 692 – 698.
(CHEN Yuqing, ZHUANG Yan, WANG Wei. Compound formation control for nonholonomic mobile robots[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(5): 692 – 698.)

[9] DAS A K, FIERRO R, KUMAR R V, et al. A vision-based formation control framework[J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 2002, 18(5): 813 – 825.

[10] 石桂芬, 方华京. 基于相邻矩阵的多机器人编队容错控制[J]. 华中科技大学学报(自然科学版), 2005, 33(3): 39 – 42.
(SHI Guifen, FANG Huajing.Fault tolerance of multi-robot formation based on adjacency matrix[J]. *Journal of Huazhong University of Science & Technology (Nature Science Edition)*, 2005, 33(3): 39 – 42.)

[11] XU W B, CHEN X B. Artificial moment method for swarm-robot formation control[J]. *Science in China(Series F): Information Science*, 2008, 51(10): 1521 – 1531.

作者简介:

徐望宝 (1973—), 男, 硕士, 讲师, 目前研究方向为非线性系统和多机器人系统, E-mail: xuwangbao@sina.com;

陈雪波 (1960—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究兴趣为复杂系统、群集智能与智能算法、多机器人和自动车组系统等, E-mail: xuebochen@126.com.