文章编号:1000-8152(2010)04-0538-05

脉宽调制低压气动伺服系统抖动研究

聂聆聪,姚晓先

(北京理工大学 宇航科学技术学院,北京 100081)

摘要:为了改进低压气动伺服系统的性能,设计了一种脉宽调制(PWM)线性化控制方法,利用脉宽调制技术取代继电控制方式实现对两个开关阀的控制,通过对PWM控制信号进行傅立叶变换证明了系统输出为线性稳定输出与 高次谐波干扰产生输出的叠加,并推导出由这种控制方法产生的固有抖动的振幅与负载的关系以及系统稳态输出 的计算公式.仿真结果表明这种控制方法提高了系统的自振频率,减小了固有抖动的振幅.

关键词: 气动控制; 脉宽调制(PWM); 抖动振幅; 自振频率

中图分类号: TJ765.2 文献标识码: A

On the dither of a pulse-width-modulation low-pressure pneumatic servo system

NIE Ling-cong, YAO Xiao-xian

(School of Aerospace Science and Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: To improve the performance of a low-pressure pneumatic servo system, a pulse-width modulation(PWM) linearization control method is proposed. The relay control method is replaced by PWM technology to control two switching valves of the system. By using Fourier transform, the output of the system is proved to be the superimposition of two outputs which are generated by the linear segment and the higher harmonic. The relation between the amplitude of the dither and load is computed and the steady-state output of the system is resolved. Simulation results show that the control method raises the system's natural frequency and decreases the amplitude of the dither.

Key words: pneumatic control; pulse width modulation(PWM); amplitude of the dither; natural frequency

1 引言(Introduction)

低压气动伺服系统主要应用于一些工作气源直 接来源于大气的飞行器,如文献[1,2]中介绍的冲压 式伺服系统均属于此类. 北京理工大学的姜毅数值 仿真了一种反坦克弹上用的冲压式舵机的工作压 力与飞行速度的关系[1],其获得的气源压力较低且 不稳定,为了提高响应速度,通常这种低压气动伺 服系统采用继电控制方式.此种控制方式是利用输 入信号与反馈的位置信号的误差的符号对系统进行 控制,具有控制简单且有较好的鲁棒性等特点,但是 系统本身具有较大的自激振荡.李海^[2]认为由于实际 工程因素的制约,此种控制算法的自振频率最高可 达到65 Hz. 这不利于系统稳定性与精度的提高,为 此需要设计一种新的控制方案减小系统的自激振荡 振幅,提高自振频率,由于集成电路的迅速发展,使 得更为复杂的控制方法应用在其上成为可能,本文 设计了脉宽调制线性化控制方法代替原有的控制方

法,自振频率可以提高到100 Hz,自振振幅减小到5°. 脉宽调制(PWM)线性化控制方法是20世纪80年

代发展起来的一种比较常用的气动控制方式. 文 献[3~5]对这种控制方式的精度, 动态响应, 以及影 响因素都进行了比较详细的研究. 相比继电控制方 法, PWM线性化控制方法可以产生较稳定的系统, 只有在有载的情况下系统才会产生较小的固有抖 动^[5].下面将针对低压气动伺服系统设计此种线性化 控制方法, 并求解其产生的固有抖动, 分析影响其固 有抖动大小的因素, 最后推导其稳态输出响应的计 算公式, 并仿真证明这种方法的有效性.

2 系统的模型与PWM线性化方法(System model and PWM linear method)

低压气动伺服系统由控制器、电磁阀、气缸、舵 片(摆动体)及反馈电位计组成,其功能为根据输入 信号V_i实现舵片转角θ的位置控制.系统的工作原理 如图1所示.

收稿日期: 2008-05-12; 收修改稿日期: 2009-07-03.

基金项目:国家杰出青年科学基金资助项目(51685168);教育部重点科研基金资助项目(02152).

控制器将控制信号 V_i 与反馈信号 V_i 进行求差并 经功率放大后输出两路PWM控制信号,控制两个电 磁阀的开关.这样当阀1信号为高而阀2的信号为低 时,气缸1通气源,气缸2通大气,于是气缸1的活塞伸 出时气缸2的活塞缩回,两气缸与摆动体柔性连接, 摆动体在两气缸的作用下绕中心轴逆时针转动.当 控制信号相反时可以控制转动体顺时针转动.通过 控制转动体的转动方向达到控制转动体转角位置 θ 的目的.定义转动体水平时转角 $\theta = 0^\circ$,转动体中心 轴安装有反馈电位计,反馈电压 V_i 反映了转动体的 转角.系统的线性化模型^[6]如图2所示.



图 1 系统的原理图 Fig. 1 System schematic





其中:

$$\begin{split} G_{\rm p}(s) &= \frac{b_0}{s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \\ a_0 &= \frac{K_{\rm c0} K_1}{K_a J}, \ a_1 &= \frac{K_a K_1 + K_{\rm c0} B_1 + L^2 A K_b}{K_a J}, \\ a_2 &= \frac{K_a B_1 + K_{\rm c0} J}{K_a J}, \ b_0 &= \frac{L A K_{\rm q0}}{K_a J}. \end{split}$$

A为气缸无杆腔活塞面积, K为等熵指数, K_{q0} 为 零位流量放大系数, K_{c0} 为零位压力流量系数, J为 活塞舵片等转动惯量, B_1 为转动粘性阻尼系数, K_1 为舵片等效弹性负载刚度, L为活塞杆到中心转 轴距离, K_f 为反馈系数, $x = x_1 - x_2$ 为 $G_p(s)$ 的输入.

下面根据系统的模型设计系统的PWM线性化控制方法,如果在每个载波周期T_s内定义:

$$x_{1}(t) = \begin{cases} 1, & t \leq T_{0} + \beta e, \\ 0, & t > T_{0} + \beta e, \end{cases} \quad x_{2}(t) = \begin{cases} 1, & t \leq T_{0} - \beta e, \\ 0, & t > T_{0} - \beta e. \end{cases}$$
(1)

其中: β为放大倍数; T₀设计时取电磁阀延迟时间 值; e为控制器的输出,并由PWM模块对其线性化; $x_1(t)$ 与 $x_2(t)$ 为PWM模块的输出,用以控制两个开 关阀. 当 $\beta e \ge T_s - T_0$ 时PWM占空比达到100%,系 统输出饱和(即一个电磁阀开,一个电磁阀关的状态).此时,

$$x = \begin{cases} 1, & e > 0, \\ -1, & e < 0. \end{cases}$$
(2)

由于伺服系统经常工作在稳态附近,实际系统工作在 $\beta e \leq T_{\rm s} - T_0$ 附近. 当 $\beta e \leq T_{\rm s} - T_0$ 时,

$$e \ge 0, \quad x = \begin{cases} 0, \ t \le T_0, \\ 1, \ T_0 < t < T_0 + \beta \, |e| \,, \\ 0, \ T_0 + \beta \, |e| < t < T_s, \end{cases}$$
(3)
$$\begin{cases} 0, \quad t \le T_0, \end{cases}$$

$$e < 0, \ x = \begin{cases} 0, \ t \le 10, \\ -1, \ T_0 < t < T_0 + \beta |e|, \\ 0, \ T_0 + \beta |e| < t < T_s. \end{cases}$$
(4)

于是x的函数可以简化为

$$x = \begin{cases} 0, & t \leq T_0, \\ \operatorname{sgn}(e)1, \ T_0 < t < T_0 + \beta |e|, \\ 0, & T_0 + \beta |e| < t < T_s. \end{cases}$$
(5)

 $e \ge 0$ 时对周期信号x求其傅立叶级数有

$$\omega = \frac{2\pi}{T_{\rm s}}, \ A_0 = \frac{2}{T_{\rm s}}\beta \left|e\right|, \tag{6a}$$

$$A_n = \frac{2}{T_s} \int_0^{\beta|e|} \cos(n\omega t) dt = \frac{1}{n\pi} \sin(n\omega\beta |e|), \qquad (6b)$$

$$B_n = \frac{2}{T_s} \int_0^{\beta|e|} \sin(n\omega t) \mathrm{d}t = \frac{1}{n\pi} [1 - \cos(n\omega\beta |e|)], \quad (6c)$$

$$Y_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} = \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\omega\beta |e|}{2},$$
 (6d)

$$\varphi_n = \operatorname{arctg}(\frac{A_n}{B_n}) = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2}n\omega\beta |e|.$$
 (6e)

同理e < 0时x的傅立叶级数也可以求出.综合有:

$$\begin{aligned} x(t) &= \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} Y_n \sin(n\omega t + \varphi_n) = \\ \frac{\beta}{T_s} e &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\pi\beta e}{T_s} \cos(\frac{2\pi n}{T_s} t - \frac{n\pi}{T_s}\beta e) = \\ \frac{\beta}{T_s} e &+ h(t). \end{aligned}$$
(6f)

由于控制对象具有很强的低通滤波能力,所以可以忽略高次谐波项h(t)^[7],于是

$$x(t) = (\beta/T_{\rm s})e,$$

PWM控制环节可以等效为放大倍数为β/T_s的比例 线性环节,设计时可以按照线性系统的方法设计满 足要求的控制器使系统稳定.但是实际上忽略 的高次谐波将引起系统的固有抖动^[8],下面讨论 C(s) = 1时这种控制方法产生的固有抖动的大小.

3 PWM线性化方法产生的固有抖动(Inherent dither of PWM linear method)

对于此种控制方法,系统会由于高次谐波项 h(t)产生抖动,考虑控制对象为机械结构,有很强 的低通滤波能力,所以抖动的大小可以由频率较 低的谐波项决定^[7,9],下面将证明h(t)产生的抖动由 其一次项与二次项决定.系统的固有抖动取决于信 号 $h(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n\pi} \sin \frac{n\pi\beta e}{T_s} \cos(\frac{2\pi n}{T_s}t - \frac{n\pi}{T_s}\beta e)$ 通过 控制对象 $G_p(s)$ 后产生的输出的大小. C(s) = 1时, 将h(t)考虑为系统的干扰项如图3,可以获得系统对 干扰项的传递函数Q(s).

$$Q(s) = \frac{\theta(s)}{h_1(s)} = \frac{G_{\rm p}(s)}{1 + \frac{\beta}{T_{\rm s}}K_{\rm f}G_{\rm p}(s)} = \frac{b_0}{s^3 + a_2s^2 + a_1s + a_0 + \frac{\beta}{T_{\rm s}}K_{\rm f}b_0}.$$
 (7)





Fig. 3 System model which consider h(t) as interference

所以 $E_n = |Q(j\omega n)| \frac{2}{n\pi} \sin(\frac{n\pi\beta e}{T_s})$ 为n次项扰 动产生抖动的幅值. 空载, 气源压力为0.2 MPa情况 下: $a_0 = 0, a_1 = 2.049 \times 10^6, a_2 = 157.03, b_0$ = 8.68 × 10⁷, 载波周期 $T_s = 10$ ms, 反馈系 数 $K_f = 0.69$, 放大倍数 $\beta = 5 \times 10^{-4}$, C(s) = 1, 可以获得Q(s)的幅频特性如图4.





由于电磁阀响应时间限制, 载波频率不可能 选择很大, 所以选择载波周期为10 ms, 此时 $\omega = 2\pi/T_s = 628$ rad/s, 由图4的幅频特性曲线可以获得 $E_{n\max} = |Q(j\omega n)| (2/n\pi)$ 的大小. $E_{1\max} = 2.45^\circ$, $E_{2\max} = 2.84^\circ$, $E_{3\max} = 0.1^\circ$. 可以证明 $E_{n\max} < E_{3\max}$, $\forall n > 3$. 由于

$$E_n \leq |Q(j\omega n)| (2/n\pi) = E_{n\max}$$

所以可以根据 $E_{n \max}$ 的大小估计系统产生抖动的大小. $n \ge 3$ 时 $E_{n \max}$ 很小,可以忽略,所以系统的抖动由其一次项与二次项决定.

可以理解为系统的抖动由一次扰动项 $h_1(t) = \frac{2}{\pi} \sin \frac{\pi \beta e}{T_s} \cos(\frac{2\pi}{T_s}t - \frac{\pi}{T_s}\beta e)$ 与二次扰动项 $h_2(t) = \frac{1}{\pi} \sin \frac{2\pi \beta e}{T_s} \cos(\frac{4\pi}{T_s}t - \frac{2\pi}{T_s}\beta e)$ 通过系统对干扰项的传递函数Q(s)决定.在空载的条件下系统稳态时e = 0,于是h(t) = 0,系统无抖动.所以空载情况下只要设计控制器使系统稳定,则系统不存在抖动. 当系统负载不为零时, $a_0 \neq 0$,稳态时 $e \neq 0$,系统存在固有抖动,并且系统的固有抖动在不同载荷,不同稳态位置时是不同的,下面将讨论有载时系统抖动与载荷及稳态位置的关系.

4 载荷对稳态抖动的影响(Steady dither which impacts by the load)

对于系统的扰动 $h_1(t), h_2(t), 其幅值 \frac{2}{\pi} \sin(\frac{\pi\beta e}{T_s})$ 由误差e决定, 对于系统完全空载的情况, 即 $a_0 = 0$, 系统的稳态误差为零, 系统不存在抖动.当系统有载 时, $a_0 \neq 0$, 存在稳态误差, 并且在不同稳态位置时 稳态误差不同, 于是抖动的幅值也不同.零位的抖动 基本为零, 而摆角 θ 越大稳态误差越大, 因而抖动的 幅值也越大.

不妨设输入信号为Vi时不考虑扰动的稳态摆 角θ,此时控制信号为

$$x = \frac{\beta}{T_{\rm s}}e = \frac{\beta e}{T_{\rm s}}(V_{\rm i} - \theta).$$
(8)

于是有

$$xG_{\rm p}(j0) = \theta = \frac{\beta}{T_{\rm s}}e \cdot \frac{b_0}{a_0}.$$
(9)

所以可以获得稳态时干扰项产生的振幅与输入 信号的关系:

$$E_{1} = \frac{2}{\pi} |Q(j\omega)| \sin \frac{\pi\beta e}{T_{s}} = \frac{2}{\pi} |Q(j\omega)| \sin \frac{\pi\theta a_{0}}{b_{0}} = \frac{2}{\pi} |Q(j\omega)| \sin(\frac{\pi\beta a_{0}}{a_{0}T_{s} + \beta b_{0}} V_{i}), \quad (10)$$

$$E_{2} = \frac{1}{\pi} |Q(j2\omega)| \sin \frac{2\pi\beta e}{T_{s}} = \frac{1}{\pi} |Q(j2\omega)| \sin \frac{2\pi\theta a_{0}}{b_{0}} = \frac{1}{\pi} |Q(j2\omega)| \sin(\frac{2\pi\beta a_{0}}{a_{0}T_{s}} + \beta b_{0}} V_{i}). \quad (11)$$

*a*₀与系统所带载荷大小*K*₁成正比,所以由上式 可得系统固有抖动与输入信号及载荷的关系.当负 载一定时,抖动的振幅是稳态位置的正弦函数.而由 于稳态误差的存在不同负载时系统的稳态位置是不 同的,如果加入积分控制环节可以消除稳态误差,此 时在负载不大的情况下|*Q*(*j*ω)|变化不大,可以认为 在相同的稳态位置下抖动的振幅是负载刚度*K*₁的 正弦函数.

5 系统的稳态输出与仿真分析(System's steady state output and simulation)

实际上,系统的稳态抖动 $\Gamma(t)$ 是频率为 ω , 2 ω ,振幅为 E_1 , E_2 的正弦波的叠加.即

$$\Gamma(t) = \Gamma_{1}(t) + \Gamma_{2}(t),$$
(12a)
$$\Gamma_{1}(t) = E_{1} \cos\left(\frac{2\pi}{T_{s}}t - \frac{\pi}{T_{s}}\beta e + \varphi\right) = \frac{2}{\pi} |Q(j\omega)| \sin\frac{\pi\theta a_{0}}{b_{0}} \cos\left(\frac{2\pi}{T_{s}}t - \frac{\pi\theta a_{0}}{b_{0}} + \varphi(j\omega)\right),$$
(12b)
$$\Gamma_{2}(t) = E_{2} \cos\left(\frac{4\pi}{T_{s}}t - \frac{2\pi\theta a_{0}}{b_{0}} + \varphi\right) = \frac{1}{\pi} |Q(j2\omega)| \sin\frac{2\pi\theta a_{0}}{b_{0}} \cos\left(\frac{4\pi}{T_{s}}t - \frac{2\pi\theta a_{0}}{b_{0}} + \varphi(j2\omega)\right).$$
(12c)

其中 φ (j ω)为Q(s)的相频特性.于是系统的稳态输 出为 $\theta(t) = V_i/K_f + \Gamma(t)$.显然 $\Gamma(t) < E_{1 \max} + E_{2 \max} = 5.29^{\circ}$,这就是系统的固有抖动的最大幅 值.显然,系统抖动是随负载与稳态位置变化的,并 不会达到这个最大值.

上述结论获得的*Γ*(*t*)是忽略了*n* > 2的谐波项的 结论,为了验证这个结论是否合理,下面将由求解 式(12)获得的θ稳态输出曲线与采用数值方法(不忽 略谐波项)仿真获得的θ稳态输出曲线进行对比.

考虑负载为0.033 N·m/(°)(系统工作时的典型负载), 输入为1 V时, 设此时不考虑干扰下对应的 θ 稳态值为 θ_{1v} , 由式(12)可得系统的抖动 $\Gamma(t)$, 系统稳态输出为 $\theta_{1v} + \Gamma(t)$, 图5(a)图为系统的频率 ω 以及2 ω 的抖动, 即 $\theta_{1v} + \Gamma_1(t)$, $\theta_{1v} + \Gamma_2(t)$, 图5(b)为两种频率的正弦波叠加的结果, 即系统的输出 $\theta_{1v} + \Gamma(t)$. 显然, 叠加后系统的抖动未超过5°.

采用MATLAB的Simulink模块建立图2所示系统的非线性模型,并用其内置的RK4阶方法对系统进

行数值仿真获得的系统稳态输出如图6.



图 5 载荷为0.033N·m/(°), 输入为1V时系统的 稳态输出

Fig. 5 Steady-state system output when load is $0.033 \text{ N} \cdot \text{m/(}^{\circ}\text{)}$ and input is 1 V







两种方法求解的系统稳态输出基本相同. 所以系 统的稳态输出是图3所示线性系统不考虑干扰的输 出与频率为ω, 2ω, 振幅为E₁, E₂的两个正弦波的叠 加. 两个正弦波的振幅由负载大小以及稳态位置决 定. 负载一定时, 稳态位置越大, 抖动也越大. 但稳态 位置相同时, 由于负载大小将改变图4中Q(s)的幅相 频特性曲线, 所以并不能简单的认为负载的增大将 增大固有抖动. 负载对抖动大小的具体影响应该由 式(10)(11)的计算结果确定.

6 结论(Conclusion)

本文设计了低压气动伺服系统的PWM线性化控制方法,同时证明了这种控制方法产生的固有抖动的频率和大小与负载及稳态位置的关系.还求解出系统的稳态输出存在的固有抖动是频率为ω,2ω,振幅为*E*₁,*E*₂的两个正弦波的叠加.以此为基础,可以设计优化控制器在满足系统响应速度的要求下使系统在不同载荷下保持稳定且产生的抖动最小.

参考文献(References):

542

- 姜毅,刘琦,张晓琳. 冲压式舵机腔内工作压力随飞行速度变化规 律的数值仿真[J]. 兵工学报, 2005, 25(1): 53 – 55.
 (JIANG Yi, LIU Qi, ZHANG Xiaolin. Digital simulation of pressure on a rudder along with the velocity of a missile[J]. ACTA Armamentarii, 2004, 25(1): 53 – 55.)
- [2] 李海,张靖. 冲压式气动伺服系统自振荡频率设计[J]. 弹道学报, 2003, 15(4): 7-10.
 (LI Hai, ZHANG Jing. Self-oscillation frequency design for the ramair servo system[J]. *Journal of Ballistics*, 2003, 15(4): 7-10.)
- [3] 王天柱. 摆动气马达转角数字控制系统的研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1991.
 (WANG Tianzhu. Agitated motor corner of digital control system[D]. Harbin: Harbin Industry of Technology, 1991.)
- [4] NAJAF F, FATHI M, SAADAT M. Performance improvement of a pwm-sliding mode position controller used in pneumatic actuation intelligent automation and soft computing[J]. *Intelligent Automation* and Soft Computing, 2009, 15(1): 73 – 84.
- [5] YAO X X, CHEN H C. A kind of PWM pneumatic servo control system—modulation methods and dynamic responses[J]. *Journal of Beijing Institute of Technology*, 1992, 1(1): 12 – 17.
- [6] NIE L C, YAO X X, LI Q. A new kind of PWM pneumatic servononlinear analysis and dynamic responses[C] //Proceedings of the 51st National Conference on Fluid Power. Las Vegas: Manufacturing Productivity Cent, 2008, 3: 231 – 238.

- [7] 姚晓先,李银友. PWM线性化气动系统动态品质分析及其相关因素的讨论[J]. 液压气动与密封, 1989, 3(3): 5 11.
 (YAO Xiaoxian, LI Yinyou. PWM pneumatic system of linear dynamic analysis of the quality of the discussion and its related factors[J]. *Hydraulics Pneumatics & Seals*, 1989, 3(3): 5 11.)
- [8] 王鹏, 彭光正, 伍清河. 自校正调节器在具有阻力负载的气动位置 伺服系统中的应用[J]. 控制理论与应用, 2004, 21(4): 561 – 564.
 (WANG Peng, PENG Guangzheng, WU Qinghe. Research on selfuning regulator of pneumatic position servo-system with resistant load[J]. Control Theory & Applications, 2004, 21(4): 561 – 564.)
- [9] 钱坤,谢寿生,胡金海,等.基于反馈线性化控制的航空气动伺服 系统[J].控制理论与应用,2005,22(3):465-467.
 (QIAN Kun, XIE Shousheng, HU Jinhai, et al. Aerial pneumatic servo system based on modified feedback linearization control[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(3):465-467.)

作者简介:

聂聆聪 (1983—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为兵器发射 理论与技术、控制理论在舵机控制系统与伺服系统中的应用, E-mail: nielingcong@163.com;

姚晓先 (1958—), 男, 教授, 博士生导师, 1995年毕业于北京理 工大学, 获博士学位, 研究方向为伺服系统与检测技术、小型化大功 率电动伺服系统的研究、矢量控制执行机构的研究、新型执行机构 和自动化装置的研究, E-mail: yxx11@bit.edu.cn.

下 期 要 目

非奇异快速的终端滑模控制方法及其跟车控制应用	李	升波,	李克	强,	王建	强,	杨	波
飞行仿真转台无模型复合控制器设计			郭治	富,	董彦	良,	赵克	ī定
统一潮流控制器逆系统方法控制策略	王	奔,	黄崇	鑫,	李	泰,	邓家	ミ泽
适用于原子力显微镜先进扫描模式的学习控制系统	• • • • •		方勇	э纯,	张玉	东,	贾	宁
不确定非线性系统的高阶滑模控制器设计			陈	杰,	李志	、平,	张国	柱
一种有效的解无约束全局优化的进化算法			王	巍,	赵文	红,	王宇	zΨ
离散Weibull分布下实现系统可用度的最小波动 王立起	迢,杉	汤 懿,	邹	<u>,</u>	于永	;利,	康	锐
冷轧机组批量作业计划模型与算法	••• =	E 利	,王	伟,	高宪	E文,	赵	珺
参数扰动超混沌系统输出真随机信号			・于	波,	胡国	四,	蒋式	、勤
广义性能指标下T-S模糊系统的鲁棒可靠控制					陶洪	、峰,	胡寿	₽松
分布式电梯群控系统多目标调度算法	•• =	E遵彤,	孙	栋,	乔	非,	吴启	迪
基于力矩补偿与分配的多操纵面飞机飞行控制设计杨凌	宇, 著	范彦铭	,邵	山,	钟友	E武,	申功	b 璋
自适应递推核学习及在橡胶混炼过程在线质量预报的工业应用 刘 家	設,引	长锡成	,朱雨	可辉,	王海	挿,	李	平
一类非线性系统全局有限时间观测器设计			沈‡	色军,	刘万	海,	张	勇

第27卷