第 26 卷第 8 期
2009 年 8 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 26 No. 8
Aug. 2009

文章编号:1000−8152(2009)08−0850−05

不确定时滞系统的全局鲁棒最优滑模控制

唐功友[1], 逄海萍[2], 孙慧影[3]

(1. 中国海洋大学 信息科学与工程学院, 山东 青岛 266100; 2. 青岛科技大学 自动化与电子工程学院, 山东 青岛 266042;

3. 山东科技大学 信息与电气工程学院, 山东 青岛 266510)

摘要: 针对一类不确定性时滞系统, 研究线性二次型最优调节器的鲁棒性设计问题. 首先基于级数近似方法, 将原标称时滞系统的最优调节器问题转化为迭代求解一族不含时滞的两点边值问题, 从而获得标称时滞系统最优控制的近似解. 然后将滑模控制理论应用于最优调节器的设计, 使得系统对于不确定性具有全局的鲁棒性, 并且其理想滑动模态与标称系统的最优闭环控制系统相一致, 从而实现了全局鲁棒最优滑模控制. 仿真示例将所提出的方法与相应的二次型最优控制进行比较, 验证了该方法的有效性和优越性.

关键词: 时滞系统; 不确定性系统; 滑模控制; 最优控制; 鲁棒控制

中图分类号: TP13　　**文献标识码**: A

Global robust optimal sliding-mode control for uncertain systems with time-delay

TANG Gong-you[1], PANG Hai-ping[2], SUN Hui-ying[3]

(1. College of Information Science and Engineering, Ocean University of China, Qingdao Shandong 266100, China;
2. College of Automation and Electronic Engineering, Qingdao University of Science and Technology, Qingdao Shandong 266042, China;
3. College of Information and Electrical Engineering, Shandong University of Science and Technology, Qingdao Shandong 266510, China)

Abstract: The design problem of robust optimal linear quadratic regulators(LQRs) for a class of uncertain systems with time-delay is considered. By using a series-based approximation approach, we transform the solution of a LQR problem into an iterative solution of a linear two-point-boundary-value problem without time-delay. After the approximate solution to the LQR problem for the original system with time-delay is obtained, we apply the sliding-mode control theory to design the LQR controller. Thus, a global robust optimal sliding-mode control(GROSMC) system is developed. This system is globally robust to uncertainties, and maintains the same sliding-mode dynamics as the original optimal LQR system. The simulation results of the proposed approach are compared with those of the original optimal LQR, successfully demonstrating the efficiency and other advantages of the proposed approach.

Key words: time-delay systems; uncertain systems; sliding mode control; optimal control; robust control

1　引言(Introduction)

线性二次型最优调节器(LQR)问题已得到了广泛的研究和应用, 然而将LQR理论应用于时滞不确定性系统存在以下问题: 1) 时滞系统最优控制的必要条件会导出一族难以求解的两点边值问题[1~3]; 2) 当系统存在不确定因素时, 以标称系统为基础设计的最优控制系统的性能指标会偏离原最优值, 从而引起系统的性能下降, 甚至引起系统的不稳定.

滑模控制的突出优点是滑动模态对参数摄动和外界扰动等不确定因素具有完全的鲁棒性[4]. 然而, 传统的滑模控制在趋近模态不具备滑动模态的鲁棒性, 即不是全局鲁棒的. 为消除趋近模态, 文献[5,6]提出了积分滑模, 保证了整个动态响应过程都具有鲁棒性. 如何使最优控制具有积分滑模的全局鲁棒性是一个非常有意义的研究课题, 对于线性无时滞系统, 这方面的研究已取得了比较成熟的结果[7,8]. 但是对于线性时滞系统, 由于时滞的复杂性以及时滞系统最优控制解的难以获得, 这方面的研究虽然取得了一定成果[9,10], 但是还有很大的局限性.

本文首先利用级数近似方法研究了具有精确模型的时滞标称系统的最优控制问题[11], 然后将积分滑模控制用于最优控制器的鲁棒化设计, 使得最优控制对于不确定性具有积分滑模的全局鲁棒性.

收稿日期: 2008−05−22; 收修改稿日期: 2008−11−10.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60574023, 40776051); 山东省自然科学基金重点资助项目($Z2005G01$).

2 系统描述和问题提出(System description and problem formulation)

考虑如下时滞不确定性系统

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=Ax(t)+A_{\rm d}x(t-\tau)+Bu(t)+\\ \qquad\delta(t,x(t))+\delta_{\rm d}(t,x(t-\tau)),t>0,\\ x(t)=\varphi(t),-\tau\leqslant t\leqslant 0.\end{cases}\quad(1)$$

其中: $x(t)\in\mathbb{R}^n$是状态向量, $u(t)\in\mathbb{R}^m$是控制向量, $\delta(t,x(t))$和$\delta_{\rm d}(t,x(t-\tau))$是未知的时变函数向量, 表示系统的不确定性, 包括系统参数摄动、非线性、未建模动态以及外界扰动等, $\tau>0$为时滞项, $\varphi(t)\in\mathbb{R}^n$是连续的初始向量函数, A, $A_{\rm d}$, B是适当维数的常量阵.

令$\delta=\delta_{\rm d}=0$得到系统(1)对应的标称系统为

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=Ax(t)+A_{\rm d}x(t-\tau)+Bu(t),t>0,\\ x(t)=\varphi(t),-\tau\leqslant t\leqslant 0.\end{cases}\quad(2)$$

对于标称系统(2), 令$u=u_0$, 选取u_0使得如下二次型性能指标取最小值:

$$J=\int_0^\infty[x^{\rm T}(t)Q\,x(t)+u_0^{\rm T}(t)R\,u_0(t)]{\rm d}t.\quad(3)$$

其中: $Q\in\mathbb{R}^{n\times n}$为半正定的状态加权矩阵, $R\in\mathbb{R}^{m\times m}$为正定的控制加权矩阵.

假设 1 (A,B)和$(A+A_{\rm d},B)$都是可控对, 且 rank $B=m$.

假设 2 令$Q=C^{\rm T}C$, 则(C,A)是可观测对, 其中C为适当维数的行满秩矩阵.

假设 3 存在未知函数向量$\tilde{\delta}(t,x(t))$和$\tilde{\delta}_{\rm d}(t,x(t-\tau))$使得以下匹配条件成立:

$$\begin{cases}\delta(t,x(t))=B\tilde{\delta}(t,x(t)),\\ \delta_{\rm d}(t,x(t-\tau))=B\tilde{\delta}_{\rm d}(t,x(t-\tau)).\end{cases}\quad(4)$$

假设 4 存在已知正常数γ和$\gamma_{\rm d}$满足以下关系:

$$\begin{cases}\|\delta(t,x(t))\|\leqslant\gamma\|x(t)\|,\\ \|\delta_{\rm d}(t,x(t-\tau))\|\leqslant\gamma_{\rm d}\|x(t-\tau)\|.\end{cases}\quad(5)$$

其中$\|\cdot\|$表示矩阵或向量的Euclidean范数.

全局鲁棒最优滑模控制(GROSMC)器设计的任务是: 首先针对标称系统设计最优调节器, 然后采用滑模控制使最优调节器鲁棒化, 使得系统在不确定性存在时, 具有标称系统的最优性能, 同时整个动态过程对于不确定性具有滑动模态的完全鲁棒性.

3 时滞系统的最优控制(Optimal control for systems with time-delay)

对于标称系统(2)的最优控制问题(3), 根据最优控制的必要条件可得其最优控制律:

$$u_0^*(t)=-R^{-1}B^{\rm T}\lambda(t).\quad(6)$$

$\lambda(t)$由下列方程确定:

$$\begin{cases}\dot{x}(t)=Ax(t)+A_{\rm d}x(t-\tau)-BR^{-1}B^{\rm T}\lambda(t),t>0,\\ -\dot{\lambda}(t)=Qx(t)+A^{\rm T}\lambda(t)+A_{\rm d}^{\rm T}\lambda(t+\tau),t\geqslant 0,\\ \lambda(\infty)=0,\\ x(t)=\varphi(t),-\tau\leqslant t\leqslant 0.\end{cases}\quad(7)$$

方程(7)是一个既含有时滞项又含有超前项的两点边值问题, 求其精确解是十分困难的. 下面引入一个临时变量并利用级数近似方法求解该问题.

3.1 最优调节器的近似设计(Approximation design of optimal regulators)

在$u_0(t)$, $x(t)$和$\lambda(t)$中引入一个临时变量$\varepsilon(0\leqslant\varepsilon\leqslant 1)$, 将其分别转换成为$u_0(t,\varepsilon)$, $x(t,\varepsilon)$和$\lambda(t,\varepsilon)$. 假设$u_0(t,\varepsilon)$, $x(t,\varepsilon)$和$\lambda(t,\varepsilon)$在$\varepsilon=0$处关于ε是无穷可微的, 则它们的Maclaurin级数描述为

$$z(t,\varepsilon)=\sum_{i=0}^{\infty}\frac{\varepsilon^i}{i!}z^{(i)}(t).\quad(8)$$

其中$z(t,\varepsilon)$分别表示$u_0(t,\varepsilon)$, $x(t,\varepsilon)$, $\lambda(t,\varepsilon)$,

$$z^{(i)}(t)=\frac{\partial^i z(t,\varepsilon)}{\partial\varepsilon^i}|_{\varepsilon=0}.$$

假设式(8)表示的级数均在$\varepsilon=1$处收敛.

定理 1 线性时滞系统最优控制问题(2) (3)的最优控制律为

$$u_0^*(t)=-R^{-1}B^{\rm T}[Px(t)+\sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{i!}g_i(t)].\quad(9)$$

其中P是下述Riccati方程的对称正定解

$$PA+AP^{\rm T}-PBR^{-1}B^{\rm T}P+Q=0,\quad(10)$$

而$g_i(t)$是下列微分方程的解:

$$\begin{cases}g_0(t)=0,t>0,\\ \dot{g}_i(t)=-(A^{\rm T}-PS)g_i(t)-iPA_{\rm d}x^{(i-1)}(t-\tau)-\\ \qquad iA_{\rm d}^{\rm T}[Px^{(i-1)}(t+\tau)+g_{i-1}(t+\tau)],t>0.\\ g_i(\infty)=0.\end{cases}$$
$$(11)$$

这里$S=BR^{-1}B^{\rm T}$, $x^{(i)}(t)$为下列微分方程的解:

$$\begin{cases}\dot{x}^{(0)}(t)=(A-SP)x^{(0)}(t),t>0,\\ x^{(0)}(t)=\varphi(t),\ -\tau\leqslant t\leqslant 0,\\ \dot{x}^{(i)}(t)=(A-SP)x^{(i)}(t)+\\ \qquad iA_{\rm d}x^{(i-1)}(t-\tau)-Sg_i(t),t>0,\\ x^{(i)}(t)=0,-\tau\leqslant t\leqslant 0.\end{cases}\quad(12)$$

证 令$S = BR^{-1}B^{\mathrm{T}}$, 针对问题(6) (7)引入临时变量$\varepsilon$, 构造下列两点边值问题:

$$\begin{cases}\dot{x}(t,\varepsilon) = Ax(t,\varepsilon) + \varepsilon A_{\mathrm{d}}x(t-\tau,\varepsilon) - \\ \qquad BR^{-1}B^{\mathrm{T}}\lambda(t,\varepsilon), \\ -\dot{\lambda}(t,\varepsilon) = Qx(t,\varepsilon) + A^{\mathrm{T}}\lambda(t,\varepsilon) + \varepsilon A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}\lambda(t+\tau,\varepsilon), \\ u_0(t,\varepsilon) = -R^{-1}B^{\mathrm{T}}\lambda(t,\varepsilon),\ \ t>0, \\ \lambda(\infty) = 0, \\ x(t) = \varphi(t), -\tau \leqslant t \leqslant 0.\end{cases} \tag{13}$$

显然, 当$\varepsilon = 1$时, 两点边值问题(13)等价于原问题.

将式(8)代入式(13), 并比较ε^i同因次项的系数, 得第0阶两点边值问题和第i阶两点边值问题:

$$\begin{cases}\dot{x}^{(0)}(t) = Ax^{(0)}(t) - S\lambda^{(0)}(t),\ t>0, \\ \dot{\lambda}^{(0)}(t) = -Qx^{(0)}(t) - A^{\mathrm{T}}\lambda^{(0)}(t),\ t>0, \\ x^{(0)}(t) = \varphi(t),\ \ -\tau \leqslant t \leqslant 0, \\ \lambda^{(0)}(\infty) = 0,\end{cases} \tag{14}$$

$$\begin{cases}\dot{x}^{(i)}(t) = Ax^{(i)}(t) + iA_{\mathrm{d}}x^{(i-1)}(t-\tau) - S\lambda^{(i)}(t), \\ \dot{\lambda}^{(i)}(t) = -Qx^{(i)}(t) - A^{\mathrm{T}}\lambda^{(i)}(t) - \\ \qquad iA_{\mathrm{d}}x^{(i-1)}(t+\tau), \\ x^{(i)}(t) = 0, -\tau \leqslant t \leqslant 0, \\ \lambda^{(i)}(\infty) = 0,\ \ i = 1,2,3\cdots,\end{cases} \tag{15}$$

以及第i阶最优控制律

$$u_0^{(i)}(t) = -R^{-1}B^{\mathrm{T}}\lambda^{(i)}(t), i = 0,1,2\cdots. \tag{16}$$

方程(14)为无时滞的线性两点边值问题, 可以方便地求得其解. 而方程(15)中的滞后项和超前项不再作为相关变量出现, 而是作为已知的低一阶项$x^{(i-1)}(t)$及$\lambda^{(i-1)}(t)$确定的激励函数, 它们可由第$(i-1)$阶两点边值问题的解求出. 因此, 方程(15)是非齐次线性两点边值问题.

方程(15)中$x^{(i)}(t)$和$\lambda^{(i)}(t)$之间仍然是相互耦合的. 令

$$\lambda^{(i)}(t) = Px^{(i)}(t) + g_i(t), i = 0,1,2,\cdots. \tag{17}$$

这里, $g_i(t)$是伴随向量, 且$g_0(t) = 0$, P是$n\times n$正定常数阵. 将式(17)代入式(14)~(16), 整理即可得到(10)~(12)以及

$$u_0^*(t,\varepsilon) = -R^{-1}B^{\mathrm{T}}[Px(t,\varepsilon) + \sum_{i=0}^{\infty}\frac{\varepsilon^i}{i!}g_i(t)]. \tag{18}$$

令$\varepsilon = 1$, 则得到最优控制律(9). 证毕.

注 1 由于无法求得当$k\to\infty$时该问题的解, 通常取式(9)级数的前N项, 作为最优控制问题(2) (3)的近似解.

$$u_{0N}^*(t) = -R^{-1}B^{\mathrm{T}}[Px(t) + \tilde{g}_{_N}(t)]. \tag{19}$$

其中$\tilde{g}_{_N}(t) = \sum\limits_{i=0}^{N} g_i(t)/i!$.

注 2 迭代次数N定义为性能指标相对误差$|(J_i - J_{i-1})/J_i|$进入预先选定的误差带α, 并且不再超出该误差带所需要的次数.

3.2 闭环系统的稳定性分析(Stability analysis of closed-loop systems)

标称系统(2)在控制律(19)作用下的闭环系统为

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = &(A - BR^{-1}B^{\mathrm{T}}P)x(t) + \\ &A_{\mathrm{d}}x(t-\tau) - BR^{-1}B^{\mathrm{T}}\tilde{g}_{_N}(t).\end{aligned} \tag{20}$$

引理 1 对于向量$p,q\in\mathbb{R}^n$及任意正实数μ, 有

$$p^{\mathrm{T}}q + q^{\mathrm{T}}p \leqslant \mu p^{\mathrm{T}}p + \frac{1}{\mu}q^{\mathrm{T}}q.$$

引理1显然成立, 证明从略.

定理 2 对于时滞线性系统的最优控制问题(2) (3), 在最优反馈控制律(19)作用下的闭环系统(20)是不依赖于时滞渐近稳定的, 如果存在一个矩阵$T>0$, 使得下列线性矩阵不等式成立.

$$\begin{bmatrix}-Q-PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P+T+P^2 & PA_{\mathrm{d}} \\ A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P & -T\end{bmatrix} < 0. \tag{21}$$

证 选取系统(20)侯选的正定Lyapunov泛函为

$$\begin{aligned}V(x) = &x^{\mathrm{T}}Px + \int_{t-\tau}^{t}x^{\mathrm{T}}(\rho)Tx(\rho)\mathrm{d}\rho + \\ &\int_{t}^{\infty}h^{\mathrm{T}}(\mu)h(\mu)\mathrm{d}\mu,\end{aligned} \tag{22}$$

其中$T\in\mathbb{R}^{n\times n}$且$T>0$, $h(t) = -BR^{-1}B^{\mathrm{T}}\tilde{g}_{_N}(t)$. 将$V(x)$沿方程(20)对$t$求导并考虑式(10)及引理1得:

$$\dot{V}(x) \leqslant \begin{bmatrix}x^{\mathrm{T}}(t) & x^{\mathrm{T}}(t-\tau)\end{bmatrix}\begin{bmatrix}F & PA_{\mathrm{d}} \\ A_{\mathrm{d}}^{\mathrm{T}}P & -T\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x(t) \\ x(t-\tau)\end{bmatrix}.$$

式中$F = -Q - PBR^{-1}B^{\mathrm{T}}P + T + P^2$. 因此若条件(21)满足, 则$\dot{V}(x)$负定, 即闭环系统(20)是不依赖于时滞渐近稳定的. 证毕.

4 GROSMC的设计(Design of GROSMC)

方程(20)的解即为标称系统的最优轨线$x^*(t)$. 下面引入积分滑模控制, 使系统在不确定性存在的情况下运动轨迹与标称系统的最优轨迹相同.

4.1 最优积分滑模面的设计(Design of optimal integral sliding mode surface)

对于不确定性系统(1), 选择如下积分滑模面:

$$\begin{aligned}&s(t,x(t),x(t-\tau)) = \\ &G[x(t)-x(0)] - G\int_0^t[(A-BR^{-1}B^{\mathrm{T}}P)x(r) + \\ &A_{\mathrm{d}}x(r-\tau) - BR^{-1}B^{\mathrm{T}}\tilde{g}_{_N}(r)]\mathrm{d}r = 0,\end{aligned} \tag{23}$$

其中选择满秩矩阵$G \in \mathbb{R}^{m\times n}$使得矩阵$GB$是非奇异的. 对于任意给定初始条件$x(0)$, 都能满足$s(0) = 0$, 从而取消趋近模态. 当系统进入滑模后, 有$s(t) = 0, \dot{s}(t) = 0$. 考虑系统(1)可得等效控制:

$$u_{eq} = -(GB)^{-1}[GBR^{-1}B^{\mathrm{T}}Px(t) + GBR^{-1}B^{\mathrm{T}}\tilde{g}_{_N}(t) + G\delta + G\delta_{\mathrm{d}}]. \quad (24)$$

将式(24)代入式(1), 并考虑假设3可以导出理想滑动运动方程与标称系统的最优控制闭环方程(20)完全相同, 其稳定性可由定理2来判定. 式(23)被称为最优滑模面.

4.2 最优滑模控制律的设计(Design of optimal sliding mode control law)

取变结构控制律

$$\begin{cases} u = u_0 + u_1, \\ u_0 = -R^{-1}B^{\mathrm{T}}(Px + \tilde{g}_{_N}), \\ u_1 = -(GB)^{-1}[\eta + \gamma\|G\|\|x(t)\| + \\ \qquad \gamma_{\mathrm{d}}\|G\|\|x(t-\tau)\|]\mathrm{sgn}\, s. \end{cases} \quad (25)$$

其中: u_0为连续控制项, 用以镇定和优化标称系统(2); u_1为不连续控制项, 称为积分滑模补偿控制, 用以克服系统(1)中的不确定因素的影响, η为适当的正常数.

定理 3　对于不确定性系统(1), 按式(23)选取滑模面, 滑模控制律(25)保证起始于任意点的系统的状态在有限时间内到达滑模面且随后一直保持在上面.

证　选取Lyapunov函数$V = s^{\mathrm{T}}s/2$, 沿方程(1)对t求导, 考虑假设3和假设4, 并注意到$\|s\|_1 \geqslant \|s\|$, ($\|\cdot\|_1$表示1–范数), 可得:

$$\dot{V} = s^{\mathrm{T}}\dot{s} \leqslant -\eta\|s\| < 0, \|s\| \neq 0, \quad (26)$$

即滑模存在条件和有限时间到达条件成立.

证毕.

注 3　对于不确定性时滞系统(1), 按式(23)构造积分滑模面, 按式(25)选取滑模变结构控制律, 则系统的整个动态过程对于给出的二次型性能指标(3)以及满足匹配条件的不确定性是全局鲁棒最优的.

5 仿真示例(A simulation example)

考虑一个形如式(1)的二阶线性时滞不确定性系统, 已知:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, A_{\mathrm{d}} = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$\delta = [1\ \ 1]^{\mathrm{T}}[0.2x_1(t) + 1.0\cos(0.5t)x_2(t)],$$

$$\delta_{\mathrm{d}} = [1\ \ 1]^{\mathrm{T}}[0.5\sin(0.5t)x_1(t-\tau)], \tau = 0.6\ \mathrm{s},$$

$$x(t) = [1\ \ 1]^{\mathrm{T}}, -0.6 \leqslant t \leqslant 0.$$

系统的二次型性能指标用式(3)描述, 其中

$$Q = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}, R = 2.$$

下面针对该系统分别采用LQR和GROSMC方法进行设计, 并对控制效果进行仿真比较.

选取最优指标逼近精度$\alpha = 0.001$, 求取标称系统最优控制律的递推过程的性能指标及精度如表1所示. 表中$E_{\mathrm{r}} = |(J_i - J_{i-1})/J_i|$. 随着逼近阶数的增加, 性能指标值逐渐减小, 并趋近最优性能指标. 当$i \geqslant 6$之后, $E_{\mathrm{r}} \leqslant \alpha$, 认为已经获得满足精度要求的最优控制律. 取$N = 8$递推的结果作为确定最优控制律的依据.

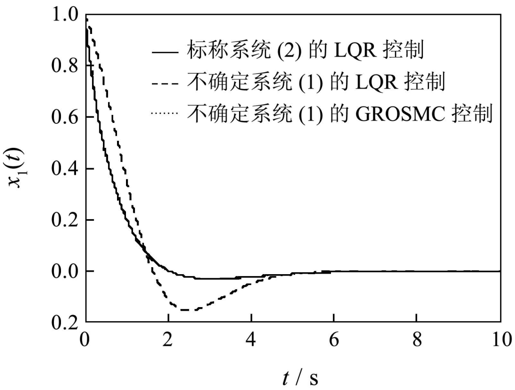
表 1　性能指标及相对精度

Table 1　Performance values and relative accuracy

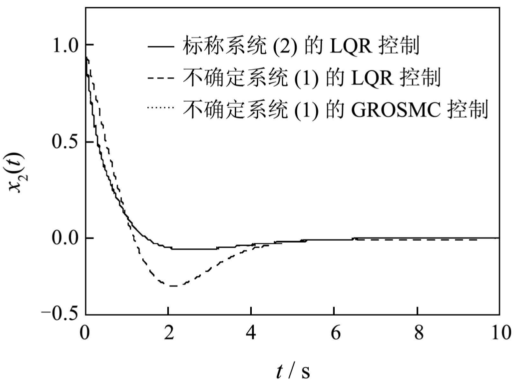
i	1	3	5
J_i	4.1623	3.9872	3.9597
E_{r}	—	1.63×10^{-3}	2.30×10^{-3}
i	6	7	8
J_i	3.9560	3.9547	3.9542
E_{r}	9.39×10^{-4}	3.26×10^{-4}	1.33×10^{-4}

取$G = [0\ \ 1]$, 由已知条件知, $\gamma = 1.2$, $\gamma_{\mathrm{d}} = 0.5$, 选$\eta = 0.1$.

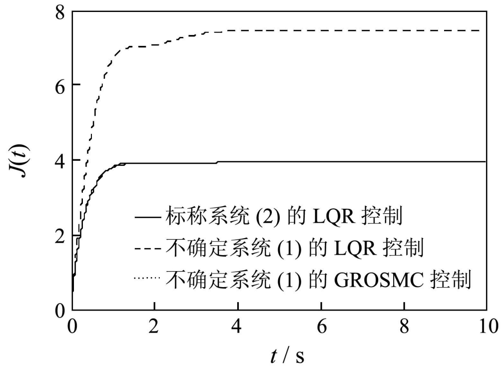
为便于比较, 图1示出了以下3种情况的响应曲线: 标称系统(2)在LQR控制下的动态响应、不确定性系统(1)分别在LQR和GROSMC控制下的动态响应. 可以看出, 系统在有不确定性因素影响时, 最优控制下的动态响应偏离了原最优轨线, 二次型性能指标也大大超过了原最优值, 而GROSMC的状态轨线几乎不受不确定性的影响, 性能指标与标称系统的最优轨线相差不大, 充分说明了所提出的控制方法的优越性.



(a) 状态$x_1(t)$



(b) 状态$x_2(t)$



(c) 性能指标$J(t)$

图 1 LQR与GROSMC比较

Fig. 1 Comparison between LQR and GROSMC

6 结论 (Conclusion)

本文将滑模控制理论应用于LQR的设计, 在研究了基于级数近似方法设计时滞系统最优调节器的基础上, 针对时滞不确定性系统提出了一种鲁棒积分最优滑模面和滑模控制律的设计方法, 使得最优调节器在不确定性存在的情况下, 具有积分滑模的全局鲁棒性, 同时理想滑动运动对于给定的二次型性能指标保持最小值.

参考文献(References):

[1] TANG G Y. Suboptimal control for nonlinear systems: a successive approximation approach[J]. *Systems & Control Letters*, 2005, 54(5): 429 – 434.

[2] 张宝琳, 唐功友. 含正弦扰动奇异摄动时滞系统的最优减振控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(2): 255 – 260.
(ZHANG Baolin, TANG Gongyou. Optimal damping control for singularly perturbed time-delay systems with sinusoidal disturbances[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(2): 255 – 260.)

[3] 唐功友, 李超, 高洪伟. 线性时滞系统基于观测器的最优输出跟踪控制器近似设计[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(1): 120 – 124.
(TANG Gongyou, LI Chao, GAO Hongwei. Observer-based approximate design of optimal output-tracking controller for linear systems with time-delay[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(1): 120 – 124.)

[4] 刘金琨, 孙富春. 滑模变结构控制理论及其算法研究与进展[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(3): 407 – 418.
(LIU Jinkun, SUN Fuchun. Research and development on theory and algorithms of sliding mode control[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 407 – 418.)

[5] LEE J H, KO J S, CHUNG S K, et al. Continuous variable structure controller for BLDDSM position control with prescribed tracking performance[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 1994, 41(5): 483 – 491.

[6] UTKIN V, SHI J. Integral sliding mode in systems operating under uncertainty conditions[C] //*Proceedings of the 35th IEEE Conference on Decision and Control*. Kobe, Japan, NJ: IEEE, 1996, 4: 4591 – 4596.

[7] YU G R, TSENG M H, LIN Y K. Optimal positioning control of a DC servo motor using sliding mode[C] //*Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Control Applications*. Taipei, Taiwan, NJ: IEEE, 2004, 1: 272 – 277.

[8] LEE J H. Highly robust position control of BLDDSM using an improved integral variable structure system[J]. *Automatica*, 2006, 42(6): 929 – 935.

[9] BASIN M, RODRIGUEZ-GONZALEZ J. Robust integral sliding mode regulator for linear systems with multiple time delays in control input[C] //*Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control*. Hawaii, USA, NJ: IEEE, 2003: 4056 – 4061.

[10] BASIN M, RODRIGUEZ-GONZALEZ J, FRIDMAN L. Optimal and robust control for linear state-delay systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2007, 344(6): 830 – 845.

[11] TANG G, FAN M. Series-based approximate approach of optimal tracking control for nonlinear systems with time-delay[J]. *Progress in Natural Science*, 2008, 18(12): 1571 – 1576.

作者简介:

唐功友 (1953—), 男, 中国海洋大学教授, 博士生导师, 从事时滞系统、非线性系统及网络控制系统的分析与综合、故障诊断与容错控制等研究, E-mail: gtang@ouc.edu.cn;

逄海萍 (1964—), 女, 博士, 青岛科技大学副教授, 从事时滞系统和非线性系统的滑模变结构控制理论与应用的研究, E-mail: panghp@qust.edu.cn;

孙慧影 (1974—), 女, 博士, 山东科技大学副教授, 从事时滞系统及随机系统最优控制等研究, E-mail: sunhying@gmail.com.