

非平衡拓扑结构的多智能体网络系统一致性协议

谭拂晓¹, 关新平¹, 刘德荣²

(1. 燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004; 2. 中国科学院 自动化研究所 复杂系统与智能科学重点实验室, 北京 100190)

摘要: 针对多智能体网络系统, 本文分别研究了非平衡拓扑结构的多智能体连续状态和离散状态下的一致性协议. 首先提出了能使用有向图表示的多智能体网络系统的拓扑结构, 并根据该拓扑结构建立了网络系统的1阶数学模型和提出了多智能体网络系统一致收敛准则. 对于多智能体网络连续系统, 该系统的一致平衡点最终收敛于初始状态的凸组合, 本文最终确定了非平衡拓扑结构的一致平衡点. 如果多智能体网络系统的拓扑结构没有改变, 在离散状态下系统的一致平衡点仍收敛于初始状态的凸组合, 并且离散状态下系统的一致平衡点与连续状态下系统的一致平衡点相等. 最后采用8个智能体组成的网络拓扑进行计算机仿真, 验证理论的正确性.

关键词: 多智能体网络系统; 有向图; 一致性协议; 一致平衡点; 凸组合

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Consensus protocol in networked multi-agent systems with non-balanced topology

TAN Fu-xiao¹, GUAN Xin-ping¹, LIU De-rong²

(1. College of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China;

2. The Key Laboratory of Complex Systems and Intelligence Science, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

Abstract: For non-balanced topology of networked multi-agent systems, the consensus protocols of continuous time-invariant systems and discrete-time systems are investigated, respectively. First, the digraph(directed graph) is used to represent the topology of multi-agent systems, and then, a first-order integrator model and a consensus convergence criterion of systems are established. Second, we prove that consensus value of continuous time-invariant systems converges globally asymptotically to the convex combination of initial states, thus, determining the consensus value of the non-balanced topology. If the topology is fixed and time-invariant, the consensus value of discrete-time systems also globally asymptotically converges to the convex combination of initial states, which is identical to continuous systems. Finally, two simulation examples of eight agents with different states verify the theory.

Key words: networked multi-agent systems; digraph(directed graph); consensus protocol; consensus value; convex combination

1 引言(Introduction)

近些年来, 多智能体网络系统的演化和协调控制问题吸引了众多学者, 成为复杂系统研究中十分活跃的领域^[1~5]. 在多智能体网络系统中, 每个智能体具有独立的感知、决策和通讯能力, 因而每个智能体都是控制器、被控对象和执行器的统一体, 具有相对独立的性能指标和行为准则. 但这种能力又是有限的, 从而导致系统控制律是分散的, 即每个智能体的决策只能实时的依赖自身所处的状态和其他相联系(耦合)的智能体信息. 这种智能体之间的信息传递将导致不同智能体的目标可能是相互冲突, 又可

能涌现出一致的群体动力学行为^[6~10].

目前, 针对生物群体行为的研究对多智能体网络系统提供了一些借鉴和引导作用. 生物群体现象是自然界中常见的, 例如编队迁徙的鸟群、结对巡游的鱼群、协同工作的蚂蚁等. 这些现象的共同特征是拥有一定数量的自主个体通过相互联系、相互合作和自组织组成的网络系统, 在集体层面上呈现出有序的协同运动的动力学行为^[11~13]. 1987年, C. Reynolds提出了一个模仿动物集结的计算机模型, 即Boid模型^[14]. Reynolds的模型给予了群体行为3条基本规则:

1) 分离性(separation): 避免与邻近的群体成员发生碰撞;

2) 队列性(alignment): 尽量与邻居范围内的群体成员保持速度匹配;

3) 聚合性(cohesion): 群体成员沿着一个平均位置进行聚合.

在此之后, T. Vicsek等人于1995年从统计力学的角度提出了Vicsek模型^[15]. 在该模型中智能体的方向是邻居范围内所有个体方向值的平均值, 这本质上是Reynolds的Boid模型特例. 2003年, A. Jadbabaie将Vicsek模型中方向角度的非线性部分用线性模型来迭代, 并且证明了: 如果系统中的个体在邻居规则下构成了随时间变化的无向图, 那么多智能体中所有个体的速度方向最终趋于一致^[16]. 因而利用代数图论和控制论对Vicsek模型做了理论分析. 此外, H. G. Tanner利用“势场”函数和力学方法, 分析了具有固定和动态拓扑的无向网络多智能体群集运动, 并利用了代数图论、控制论和非光滑理论等工具对多智能体网络系统进行了稳定性分析, 得出了一些相关结论^[17,18].

基于Fax和Murray的早期工作^[19], Olfati-Saber和Murray系统提出和解决了多智能体网络系统的一致性协议的框架^[20]. 所谓一致性是指随着时间的演化, 多智能体网络系统中所有智能体的状态最终趋于一致. 一致性协议(consensus protocol)是智能体相互作用的规则, 它描述了每个智能体与其他相邻的智能体之间的信息交换过程.

在多智能体网络系统中, 一个重要的研究领域是系统的一致平衡点问题. 即系统最终收敛于什么状态. 文献[4,19,20]论证了具有平衡拓扑结构的多智能体网络连续系统将收敛于系统初始状态的平均值, 并且初步分析了非平衡拓扑结构的多智能体一致性协议问题. 本文在此基础上研究了多智能体非平衡拓扑结构的一致收敛性和一致平衡点.

首先提出了使用有向图表示的多智能体网络系统的拓扑结构, 并根据该拓扑结构, 建立了网络1阶线性系统的数学模型和提出了多智能体网络系统的一致收敛准则. 然后分别研究了连续状态和离散状态下多智能体网络系统的一致性协议. 对于连续状态, 多智能体网络系统的一致平衡点最终收敛于初始状态的凸组合. 如果系统的拓扑结构没有改变, 那么离散状态下多智能体网络系统的一致平衡点与连续状态相等. 最后, 采用8个智能体组成的多智能体网络系统进行计算机仿真, 验证理论的正确性.

本文的主要工作在于: 确立了连续状态下多智能体网络系统一致平衡点凸组合系数, 并最终求得了非平衡拓扑结构的一致平衡点; 把多智能体连续

状态的一些结论推广到离散状态. 证明了: 如果系统的拓扑结构没有改变, 离散状态下多智能体网络系统一致平衡点与连续状态的一致平衡点相等.

2 问题描述(Problem formulation)

多智能体网络的拓扑结构通常用有向图 $G = (\nu, \varepsilon)$ 表示. 该有向图是由顶点集合 $\nu = \{1, 2, \dots, n\}$ 和边集合 $\varepsilon \subset \nu \times \nu$ 构成. 令 $\Sigma = \{\Sigma_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ 表示总数为 n 的多智能体系统. 定义该有向图的 n 个节点代表 n 个智能体 $\Sigma_1, \Sigma_2, \dots, \Sigma_n$. 在有向图中, 如果第 i 个节点有信息传递至第 j 个节点, 则第 i 个节点有一条边指向第 j 个节点(见图1).

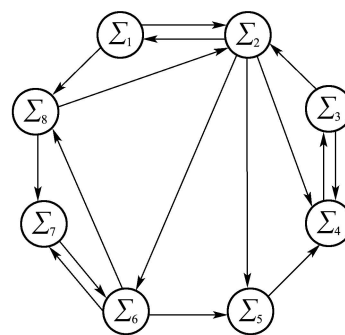


图1 8个智能体组成的网络拓扑结构

Fig. 1 The topology of eight agents

文献[4,9,10,20]给出了多智能体网络系统1阶数学模型. 单个智能体的信息状态可以用下式表示:

$$\dot{x}_i = u_i, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (1)$$

其中: $x_i \in \mathbb{R}^n$ 表示第 i 个智能体的信息状态, $u_i \in \mathbb{R}^n$ 代表控制输入.

在多智能体网络拓扑中, 多智能体系统的信息状态能够达到一致, 是由于 n 个单积分智能体的信息状态可以用 n 阶线性系统表示. 因而可以得到

$$u_i = - \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_i(t) - x_j(t)), \quad x_i(0) \in \mathbb{R}. \quad (2)$$

其中: a_{ij} 是在 t 时刻有向图中邻接矩阵中第 ij 个元素(即在每个相邻位置, 控制输入 u_i 驱动状态 x_i); N_i 代表智能体 Σ_i 在 t 时刻所获得相邻智能体信息的状态集合.

根据式(1)(2), 可以得到

$$\dot{x}(t) = -Lx(t). \quad (3)$$

其中: $x = [x_1^T, \dots, x_n^T]^T$ 为多智能体状态向量的集合; $L = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 代表多智能体网络拓扑结构的Laplacian矩阵.

2.1 代数图论的基本概念(Concepts of algebraic graph)

如果在有向图中, 任意由一个顶点到其他每一个

顶点都有一有向路径连接, 那么该有向图是强连通. 在连通图中, 如果有一有向路径, 把所有顶点连接起来, 则该有向路径称为有向树. 而连接所有顶点的各边所构成的有向树称为有向生成树.

具有顶点集合 $N = \{1, \dots, n\}$ 的有向图的邻接矩阵 $A = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 定义为: 如果 $(x_i, x_j) \in \varepsilon$, 且第 i 个节点有信息传递至第 j 个节点, 则 $a_{ij} = 1$; 如果 $(x_i, x_j) \notin \varepsilon$ 则 $a_{ij} = 0$.

令 $G = (\nu, \varepsilon)$ 为具有 n 个节点的有向图. 顶点 v_i 的入度和出度分别定义为

$$\deg_{\text{in}}(v_i) = \sum_{j=1}^n a_{ji}, \quad \deg_{\text{out}}(v_i) = \sum_{j=1}^n a_{ij}.$$

由于有向图中邻接矩阵中只有 0-1 元素, 那么有向图 $G = (\nu, \varepsilon)$ 的度数矩阵是一个对角阵 $D = [D_{ij}]$, 对于 $i \neq j$, 该度数矩阵将满足 $D_{ij} = 0$ 并且 $D_{ij} = \deg_{\text{out}}(v_i)$. 因此有向图 $G = (\nu, \varepsilon)$ 所对应的 Laplacian 矩阵为 $L(G) = D - A$.

2.2 一致收敛准则(Consensus convergence criterion)

令 $x = [x_1^T, \dots, x_n^T]^T$, $x_i \in \mathbb{R}$ 为顶点 v_i 的值. 如果有 $x_i = x_j$, 则顶点 v_i 和顶点 v_j 的信息达到一致. 如果对于任意 $i, j \in \Sigma$, $i \neq j$, $x_i = x_j$, 那么多智能体网络拓扑中的所有智能体达到了一致. 因此, 可以得到以下定义.

定义 1 一致收敛^[21].

给定初始时刻 t_0 , 对于智能体每一状态 (x_i, x_j) : $i, j = 1, 2, \dots, n$, 如果当 $t \geq t_0$ 时, 系统满足 $\|x_i - x_j\| = 0$, 则多智能体集合 $\Sigma = \{\Sigma_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ 在时刻 t_0 时状态达到了一致. 若任意给定初始状态 $x_i(0)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 对于每一状态 (x_i, x_j) : $i, j = 1, 2, \dots, n$, 当 $t \geq t_0$ 时满足 $\|x_i - x_j\| \rightarrow 0$, 则系统大范围渐进稳定到一致. 对于每个状态 (x_i, x_j) : $i, j = 1, 2, \dots, n$, 如果存在某种信息协议, 使多智能体系统能够保证大范围渐进一致, 那么整个多智能体系统就能够大范围渐进一致.

引理 1 Laplacian 矩阵性质^[20].

如果多智能体系统(3)的拓扑结构是强连通, 并且存在最小有向生成树, 那么该系统的 Laplacian 矩阵 L 满足

1) $\lambda_1 = 0$ 是 L 的一个零特征值; 而其他的所有特征值都具有非负实部;

2) 矩阵 L 的核满足 $\text{Kernel}(-L) = \text{span}\{\mathbf{1}\}$. 其中 $\mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^n$;

3) 因为 $\sum_{j=1}^n L_{ij} = 0$, 故 L 的 0 特征值对应的右特

征向量是 $\alpha = \mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^n$, $L\alpha = 0$;

4) Laplacian 矩阵 L 的秩为 $\text{rank}(L) = n - 1$.

3 连续状态下一致性协议(Consensus protocol for continuous states)

对于多智能体连续系统, 由于图 Laplacian 矩阵 L 具有 $\lambda_1 = 0$ 的特征值, 那么设该特征值所对应的左特征向量是 $\gamma = [\gamma_1, \dots, \gamma_n]^T$, 右特征向量是 $\alpha = \mathbf{1}$. 根据文献[9]和文献[20], 存在以下定理.

定理 1 设 $G = (\nu, \varepsilon)$ 代表强连通的多智能体网络有向拓扑结构, 该有向拓扑的 Laplacian 矩阵为 L . 令 $\gamma = [\gamma_1, \dots, \gamma_n]^T$ 和 $\alpha = \mathbf{1}$ 分是 Laplacian 矩阵的零特征值 $\lambda_1 = 0$ 所对应的左特征向量和右特征向量. 那么, 系统(3)的解满足: $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-Lt} = \alpha \gamma^T$. 并且系统的一致平衡点为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \gamma^T [x_1(0), \dots, x_n(0)]^T,$$

其中 $\sum_{j=1}^n \gamma_j = 1$.

证 根据常微分知识可得系统(3)的解为

$$x(t) = e^{-Lt} x(0), \quad (4)$$

其中 $e^{(-Lt)}$ 为 $n \times n$ 阶指数矩阵.

设 γ 和 $\alpha = \mathbf{1}$ 分别为 Laplacian 矩阵 $\lambda_1 = 0$ 的左特征向量和右特征向量. 令 J 是该有向拓扑网络 Laplacian 矩阵的 Jordan 标准型, 即

$$-L = PJP^{-1}, \quad (5)$$

其中: $P = [p_1, p_2, \dots, p_n]$, 并且选取向量 p_1 为 $\lambda_1 = 0$ 的左特征向量 $\alpha = \mathbf{1}$, 那么对于式(4)中的 e^{-Lt} 将满足 $e^{-Lt} = Pe^{Jt}P^{-1}$.

根据 Laplacian 矩阵特征值的性质可知: $-L$ 除零以外的特征值的实部 $\text{Re}(\lambda_i) < 0$: $i = 1, \dots, n$. 那么根据文献[22]中矩阵的收敛性可知: 当 $t \rightarrow +\infty$ 时, e^{Jt} 将收敛到只有一个非零元素 $q_{11} = 1$ 的矩阵 $Q = [q_{ij}]$, 其中

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}.$$

根据式(5)可得 $(-L)P = PJ$. 而矩阵 P 的第 1 列 p_1 为 $\lambda_1 = 0$ 的右特征向量 $\alpha = \mathbf{1}$, 因而可以得到当 $P^{-1}(-L) = JP^{-1}$ 时, P^{-1} 的第 1 行是 $\lambda_1 = 0$ 的左特征向量 γ^T . 所以可以得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} e^{-Lt} = \alpha \gamma^T$.

又由于 $P^{-1}P = I$, 故可得 $\gamma^T \alpha = 1$. 因此有 $\sum_{j=1}^n \gamma_j = 1$. 故最终可以得到系统的一致平衡点为:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \gamma^T [x_1(0), \dots, x_n(0)]^T.$$

证毕.

推论 1 如果多智能体网络拓扑结构是固定不变的, 且又是强连通, 那么该系统的一致平衡点是初始状态的凸组合.

对于非平衡结构的多智能体网络系统, 其最终平衡点的计算, 由以下定理给出.

定理 2 多智能体网络系统非平衡拓扑结构一致平衡点的凸组合系数满足以下方程组的解:

$$\begin{cases} \gamma^T L = 0, \\ \sum_{j=1}^n \gamma_j = 1, \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\gamma = [\gamma_1, \dots, \gamma_n]^T$ 是 L 的特征值 $\lambda_1 = 0$ 对应的左特征向量.

证 设 $\gamma = [\gamma_1, \dots, \gamma_n]^T$ 和 $\alpha = [1, \dots, 1]^T$ 分别是 L 的特征值 $\lambda_1 = 0$ 对应的左特征向量和右特征向量. 由以上分析可得: $\gamma^T \alpha = 1$, $\gamma^T L = 0$ 和 $L\alpha = 0$. 又因为 $\text{rank}(L) = n - 1$, 那么以 $\gamma = [\gamma_1, \dots, \gamma_n]^T$ 为 n 个未知变量的齐次方程组 $\gamma^T L = 0$ 只有零解, 或者无穷多解. 而其扩展方程组(6)是非齐次方程组. 该非齐次方程组的系数矩阵和增广矩阵的秩相等, 并且等于未知变量个数, 则该非齐次方程组有唯一的非零解. 该非零解 $\gamma = [\gamma_1, \dots, \gamma_n]^T$ 即为一致平衡点的凸组合系数. 证毕.

4 离散状态下一致性协议(Consensus protocol for discrete-time states)

离散状态下, 多智能体的一致性协议可以表示成

$$x_i(k+1) = x_i(k) + \varepsilon \sum_{j \in N_i} a_{ij}(x_j(k) - x_i(k)).$$

其中: a_{ij} 是系统所对应的拓扑结构的邻接矩阵中第 (i, j) 个元素, ε 是步长, N_i 代表智能体 i 在 k 时刻所获得相邻智能体信息的状态集合.

因而, 整个多智能体网络系统在离散状态下的方程可以写成

$$x(k+1) = Px(k). \quad (7)$$

其中: P 为拓扑 G 的 Perron 矩阵, 且 $P = I - \varepsilon L$ (I 是单位阵); $0 < \varepsilon < \frac{1}{\deg_{\max}(G)}$ ($\deg_{\max}(G)$ 是有向网络拓扑 G 中的最大出度).

令: $\mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^n$. 由于 $P = I - \varepsilon L$, 因此可以得到 $P\mathbf{1} = I\mathbf{1} - \varepsilon L\mathbf{1} = \mathbf{1}$. 故矩阵 P 是行代数和为 1 的 Perron 矩阵.

如果一个非负矩阵的行(或列)的代数和等于 1, 那么, 该矩阵称为行(或列)的随机矩阵. 因此离散状

态下多智能体网络系统的 Perron 矩阵 P 满足以下性质.

引理 2 Perron 矩阵性质^[22].

多智能体网络系统的拓扑 G 是由 n 个节点组成的有向图, 并且该拓扑结构是强连通的, 那么 Perron 矩阵 P 满足

- 1) P 是具有特征值为 1 的行随机非负矩阵. 特征值 1 所对应的特征向量是 $\mathbf{1} = [1, 1, \dots, 1]^T \in \mathbb{R}^n$;
- 2) P 的所有特征值在单位圆内;
- 3) P 为素(primitive)矩阵, 并且为不可约矩阵.

引理 3 Perron-Frobenius 定理^[22].

令 γ 和 μ 分别是非负矩阵 P 所对应的左和右特征向量, 它们满足: $P\mu = \mu$, $\gamma^T P = \gamma^T$ 和 $\mu^T \gamma = 1$, 并且可以得到 $\lim_{k \rightarrow \infty} P^k = \mu \gamma^T$.

与连续状态下的一致收敛准则类似, 离散状态下的一致收敛准则为: 如果任意给定初始状态 $x_i(0)$, 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 满足 $\|x_i(k) - x_j(k)\| \rightarrow 0$, 那么多智能体离散系统达到一致.

定理 3 如果离散状态下多智能体网络系统(7)所对应的拓扑结构 G 是强连通的, $\gamma = [\gamma_1 \dots \gamma_n]^T$ 和 μ 分别是 Perron 矩阵 P 中特征值 1 所对应的左特征向量和右特征向量, 那么离散状态下, 多智能体网络系统(7)的一致平衡点满足

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \gamma^T [x_1(0), \dots, x_n(0)]^T.$$

证 如果 $\lim_{k \rightarrow \infty} P^k$ 存在, 那么多智能体离散系统(7)的解满足 $x(k) = P(k)P(k-1) \dots P(1)x(0) = P^k x(0)$. 又由于 P 是素矩阵, 基于引理 3, 可以得到

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \mu(\gamma^T x(0)),$$

其中 μ 为 1 特征值所对应的右特征向量 $\mathbf{1}$. 那么, 对于所有智能体 Σ_i , 当 $k \rightarrow \infty$ 时, $x_i \rightarrow \gamma^T x(0)$. 又由于 $\mu \gamma^T = \mathbf{1} \gamma^T$, 可以得到 $\sum_{j=1}^n \gamma_j = 1$. 因此, 多智能体离散系统(7)最终收敛于 $\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \gamma^T [x_1(0), \dots, x_n(0)]^T$. 证毕.

推论 2 如果多智能体网络拓扑结构 G 是固定的, 并且是强连通的, 那么在离散状态下, 多智能体网络系统(7)的一致平衡点是初始状态的凸组合.

定理 4 多智能体网络离散系统(7)中 Perron 矩阵 P 的特征值为 1 的左特征向量与多智能体连续系统(3)的 Laplacian 矩阵 L 特征值为 0 的左特征向量相同.

证 假设 γ 是系统(3)中 Laplacian 矩阵 L 的特征值为 0 的左特征向量, 那么它将满足 $\gamma^T L = 0$. 又由于

系统(7)的Perron矩阵 $P = I - \varepsilon L$ (I 是单位阵), 因此可以得到 $\gamma^T \frac{1}{\varepsilon} (P - I) = 0$. 故可以得到 $\gamma^T P = \gamma^T I = \gamma^T$. 根据引理3, γ 即为离散系统(7)中Perron矩阵 P 的特征值为1的左特征向量. 证毕.

定理 5 多智能体网络离散状态(7)的一致平衡状态的凸组合系数满足线性方程组(6)的解.

证 根据定理3, 离散系统(7)的解满足 $\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = \gamma^T x(0)$. 其中 γ 为Perron矩阵特征值1的左特征向量. 根据定理4, 离散系统(7)的Perron矩阵 P 特征值为1的左特征向量与连续系统(3)的Laplacian矩阵 L 特征值为0的左特征向量相等, 并且 $\sum_{j=1}^n \gamma_j = 1$. 因此, 线性方程组(6)的解即为多智能体离散系统(7)的一致平衡点的凸组合系数. 证毕.

5 计算机仿真研究(Simulation study)

图1所示是由8个智能体组成的多智能体网络拓扑结构. 该拓扑结构是用有向图表示. 根据图1所示多智能体网络系统, 分别对连续状态和离散状态进行计算机仿真研究.

1) 当多智能体网络系统处于连续状态时, 根据式(3), 系统的状态方程为

$$\dot{x}(t) = -Lx(t).$$

连续状态下系统的Laplacian矩阵 L 为

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 4 & 0 & -1 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

设8个智能体的初始状态为 $[0.2 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.8 \ 1.0 \ 1.2 \ 1.4 \ 1.6]^T$. 根据定理2, 通过计算可以得到一致平衡点的凸组合系数为

$$\left[\frac{2}{66} \ \frac{4}{66} \ \frac{13}{66} \ \frac{26}{66} \ \frac{9}{66} \ \frac{5}{66} \ \frac{6}{66} \ \frac{1}{66} \right].$$

那么图1所示的多智能体网络系统, 在连续状态下最终一致平衡点为

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = & \left[\frac{2}{66} x_1(0) + \frac{4}{66} x_2(0) + \frac{13}{66} x_3(0) + \right. \\ & \left. \frac{26}{66} x_4(0) + \frac{9}{66} x_5(0) + \frac{5}{66} x_6(0) + \right. \\ & \left. \frac{6}{66} x_7(0) + \frac{1}{66} x_8(0) \right] = 0.8424. \end{aligned}$$

计算机仿真见图2所示.

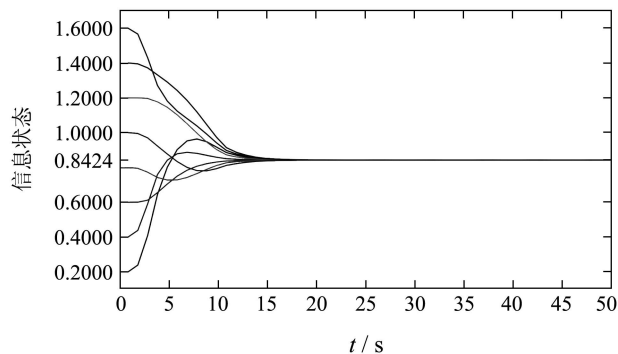


图2 连续状态下8个智能体网络系统仿真

Fig. 2 Simulation of eight agents with continuous states

2) 当多智能体网络系统处于离散状态时, 由图1可知智能体 Σ_2 的出度为系统的最大出度: $\deg_{\max}(G) = 4$. 因此离散系统的采样步长应满足 $0 < \varepsilon < \frac{1}{4}$. 取 $\varepsilon = \frac{1}{8}$ 可以满足要求.

多智能体离散状态方程为

$$x(k+1) = Px(k),$$

其中Perron矩阵 P 为

$$\frac{1}{8} \begin{pmatrix} 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 6 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 7 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

设8个智能体的初始状态仍为 $[0.2 \ 0.4 \ 0.6 \ 0.8 \ 1.0 \ 1.2 \ 1.4 \ 1.6]^T$. 根据定理4和定理5, 离散状态下系统最终收敛于0.8424.

离散状态下8个智能体组成的多智能体网络系统的一致性协议见图3.

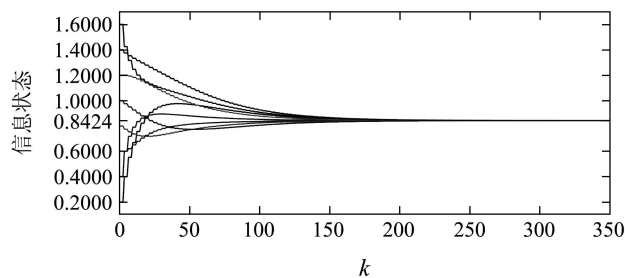


图3 离散状态下8个智能体网络系统仿真

Fig. 3 Simulation of eight agents with discrete-time states

6 结论(Conclusion)

本文根据代数图论和控制理论研究了非平衡拓扑结构的多智能体网络系统的一致性协议. 根据

图Laplacian理论,研究了连续状态下多智能体网络系统的一致收敛性.对于连续状态,多智能体网络系统最终收敛于系统初始状态的凸组合.本文确定了非平衡拓扑结构一致平衡点的凸组合系数,并最终确定了非平衡拓扑的多智能体网络系统的一致平衡点.根据Perron矩阵理论,研究了多智能体网络系统离散状态下的一致收敛性.如果系统的拓扑结构是固定不变且为时不变的,那么离散状态下系统的一致平衡点仍收敛于系统初始状态的凸组合.本文证明了离散状态下系统一致平衡点的凸组合系数与连续状态下凸组合系数相等.最后用8个智能体组成的多智能体网络系统进行计算机仿真,验证理论的正确性.

参考文献(References):

- [1] LIN Z Y, FRANCIS B, MAGGIORE M. State agreement for continuous-time coupled nonlinear system[J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2007, 46(1): 288 – 307.
- [2] 李海刚, 吴启迪. 多Agent系统研究综述[J]. 同济大学学报, 2003, 31(6): 728 – 732.
(LI Haigang, WU Qidi. Summary on research of multi-agent system[J]. *Journal of Tongji University*, 2003, 31(6): 728 – 732.)
- [3] HONG Y G, HU J P, GAO L X. Tracking control for multi-agent consensus with an active leader and variable topology[J]. *Automatic*, 2006, 42(7): 1177 – 1182.
- [4] SUN Y G, WANG L, XIE G M. Average consensus in networks of dynamic agents with switching topologies and multiple time-varying delays[J]. *Systems & Control Letters*, 2008, 57(2): 175 – 183.
- [5] LIN Z Y, FRANCIS B, MAGGIORE M. Necessary and sufficient graphical conditions for formation control of unicycles[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(1): 121 – 127.
- [6] 李韬, 张纪峰. 一类多智能体系统的渐进最优分散控制[C] //第25届中国控制会议论文集, 哈尔滨. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006: 346 – 350.
(LI Tao, ZHANG Jifeng. Asymptotically optimal decentralized control for a class of multi-agent systems[C] //*Proceedings of the 25th Chinese Control Conference, Harbin*. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2006: 346 – 351.)
- [7] WANG X F, CHEN G R. Synchronization in scale-free dynamical networks: robustness and fragility[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I*, 2002, 49(1): 54 – 61.
- [8] 臧传治, 梁鞅, 于海斌. 无线传感器网络中基于移动智能体目标跟踪[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(4): 601 – 605.
(ZANG Chuazhi, LIANG Wei, YU Haibin. Target tracking based on moving agent in wireless sensor network[J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(4): 601 – 605.)
- [9] REN W, MCLAIN R W. Coordination variables and consensus building in multiple vehicles systems[M] //*Lecture Notes in Control and Information Sciences*. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2005, 309: 171 – 188.
- [10] 杨文, 汪小凡, 李翔. 一致性问题综述[C] //第25届中国控制会议论文集, 哈尔滨. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2006: 1482 – 1486.
(YANG Wen, WANG Xiaofan, LI Xiang. A survey of consensus problem in multi-agent systems[C] //*Proceedings of the 25th Chinese Control Conference, Harbin*. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 2006: 1482 – 1486.)
- [11] 俞辉, 王永骥, 程磊. 基于有向网络的智能群体群集控制[J]. 控制理论与应用, 2007, 24(1): 79 – 83.
(YU Hui, WANG Yongji, CHENG Lei. Flocking motion control of flock in directed networks[J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(1): 79 – 83.)
- [12] REN W, BEARD R W. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(5): 655 – 661.
- [13] LIN Z Y, BROUKE M, FRANICS B. Local control strategies for groups of mobile autonomous agents[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(4): 622 – 629.
- [14] REYNOLDS C. Flocks, herds, and schools: A distributed behavioral model[J]. *Computer Graphics*, 1987, 21(4): 25 – 34.
- [15] VICSEK T, CZIROK A, BEN-JACOB E, et al. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles[J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75(6): 1226 – 1229.
- [16] JADBABAIE A, LIN J, MORSE A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(6): 988 – 1001.
- [17] TANNER H G, JADBABAIE A, PAPPAS G J. Stable flocking of mobile agents, Part I: fixed topology[C] //*Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Hawaii, USA*. [S.l.]: [s.n.], 2003: 2010 – 2015.
- [18] TANNER H G, JADBABAIE A, PAPPAS G J. Stable flocking of mobile agents, Part II: dynamic topology[C] //*Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, USA*. [S.l.]: [s.n.], 2003: 2016 – 2021.
- [19] FAX J A, MURRAY R M. Information flow and cooperative control of vehicle formations[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1465 – 1476.
- [20] OLFATI SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520 – 1533.
- [21] BEARD R W, STEPANYAN V. Information consensus in distributed multiple vehicle coordinated control[C] //*Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control, Maui, Hawaii, USA*. [S.l.]: [s.n.], 2003: 2029 – 2034.
- [22] ROGER A H, CHARLES R J. *Matrix Analysis*[M]. London: Cambridge University Press, 1985.

作者简介:

谭拂晓 (1971—), 男, 博士研究生, 主要研究方向是非线性系统的鲁棒控制、多智能体网络系统一致性协议与合作控制, E-mail: Tanfxme@163.com;

关新平 (1963—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要研究方向是非线性系统的鲁棒控制、多智能体网络系统的一致性与合作控制、复杂网络控制等;

刘德荣 (1963—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 在中国科学院自动化研究所复杂系统与智能科学重点实验室工作, 主要研究方向是智能控制理论及应用、人工神经网络、电力系统运行与控制、无线通讯与无线网络等.