

交通网络弹复度与易碎度的测算与分析

汪定伟¹, 叶伟雄²

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004; 2. 香港理工大学 工业与系统工程系, 香港 红磡)

摘要: 弹性是系统在失效或被破坏之后能够恢复正常工作的能力. 弹性工程是当今国际上研究的热点. 本文提出了基于节点对间的独立路径可靠度和交通网络的弹复度的定量测算方法, 提出了反映节点和路段对交通网络影响大小的易碎性的概念和测算方法. 论文还就弹复度和易碎度的几个相关性质提出了几个重要定理. 针对我国的铁路网络, 计算了所有节点城市和路段的弹复度和易碎度, 并对弹复度和易碎度高的节点的分布规律进行了探讨, 得出了一些有益的结论.

关键词: 弹性工程; 系统安全; 性能测算; 可靠性; 交通网络; 铁路系统

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A

Evaluation and analysis of resilience and frangibility for transportation networks

WANG Ding-wei¹, W. H. IP²

(1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Liaoning Shenyang 110004, China;
2. Department of Industrial and Systems Engineering, the Hong Kong Polytechnic University, Hun Hom, Hong Kong, China)

Abstract: Resilience is the ability of a system to return to the normal state after a strong perturbation from failure, disaster or attack. Resilience Engineering is a hot topic attracting many researchers. A reliable independent path-based resilience evaluation approach for transportation networks is designed and recommended. The concept and evaluation approach of frangibility are introduced to represent the importance of edge or node failure to the whole network. To study the properties of independent paths, resilience and frangibility, we also prove several theorems. The evaluation approaches are applied to evaluate the resilience and frangibility of the railway network in China mainland. The location rules of the nodes and edges with highest resilience or frangibility are discussed. Some interesting conclusions are presented.

Key words: resilience engineering; system safety; performance evaluation; reliability; transportation network; railway system

1 引言(Introduction)

弹性(resilience)是系统在故障、失效或被破坏之后恢复到正常工作状态的能力^[1]. 自“911”事件之后, 国际社会对社会安全和灾害响应的研究工作十分重视. 弹性工程(resilience engineering)已经成为了国际上的一个新的研究热点^[2~4]. 自从弹性工程的概念提出之后, 各种不同系统的弹复性的定性分析见诸许多文献. 比如: 生态系统的弹性分析^[5], 计算机网络拓扑结构的弹性^[6,7], 医院增强弹复性的策略^[8], 社会经济系统的弹复性的概念^[9], 航班机组调度的弹性分析^[10], 等等, 这些工作不断涌现, 展现出了这个研究领域的勃勃生机.

交通系统是国民经济的重要行业, 交通网络的弱点, 抗灾性能, 可靠性始终是人们关注的热点^[11~15].

2008年年初的雪灾, 4月的铁路事故, 5月惨烈的四川大地震, 这一系列对我国的铁路和公路系统严峻考验启发笔者思考: 什么样的结构交通网络具有较好的自恢复能力, 即较好的弹性; 网络中什么线路和节点一旦失效对系统的影响最大, 即笔者定义的易碎性. 这些问题已经成为当前最迫切需要解决的问题.

弹性工程的定量研究还处在起步阶段. Rosenkrantz等提出“基于结构的弹性矩阵”来量化计算机网络的弹性^[16]. 作者提出物流系统的弹性取决于3个因素: 资源冗余性, 供应分散性和网路可靠性, 设计了一套物流网络弹复性的测量值-弹复度的定量测算方法^[17].

在以上工作的基础上, 本文提出基于节点间独立

路径可靠度的和的弹复度测算方法,提出了分析交通网络关键环节的易碎度的概念和测算方法,并据此对我国铁路网络系统的弹复度和易碎度进行了测算和分析,得出了一些有价值的研究成果.

2 交通网络弹复度的计算(Resilience evaluation approach for transportation networks)

2.1 独立路径的概念和寻找算法(Concept of independent paths and searching method)

交通网络可以表达为一个无向图 $G = \{V, E\}$, 其中: V 是节点(城市)的集合, $|V| = n$, E 是边(道路)的集合, $|E| = m$. 交通网络中的资源冗余可以用两个节点中独立的路径的条数来表达. 所谓独立的路径是指与其他路径没有任何共用路段的路径.

定义 1 在一个交通网络图 G 中, 如果节点对 (i, j) 的一条路径和该节点对其他独立路径没有公共边, 则称其为独立路径(independent path). 节点对 (i, j) 的第 k 条独立路径记为 $L_k(i, j)$.

如图1中, 节点5到节点8的独立的路径数是2条, 6, 5, 10和9, 11, 12, 见加粗的线路. 图中, 虚线加标记 C_k 表示该路网的部分割集.

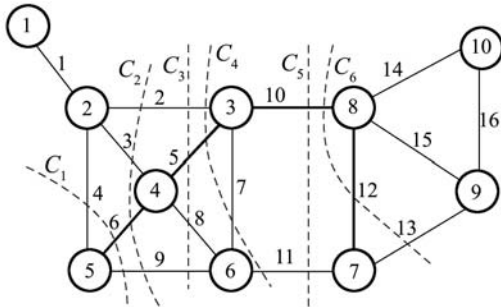


图1 交通网络的独立路径举例

Fig. 1 Illustrations of independent path of transportation networks

定理 1 交通网络图 G 中, 连接节点 i 和 j 的独立路径数的上界为2个节点度数和分离两节点的割集的元素个数的最小值. 即

$$N(i, j) = \min\{d_i, d_j, nc(i, j)\}. \quad (1)$$

其中: $N(I, j)$ 是独立路径数的上界, d_i 和 d_j 分别为节点 i 和 j 的度数, $nc(i, j)$ 是分离两个节点的最小割集的元素个数, 即 $nc(i, j) = \min\{|C_k|, C_k \text{ 分离节点 } i \text{ 和 } j\}$.

证 假设在节点对 (i, j) 间存在 $N(i, j) + 1$ 条独立路.

情况 1 $N(i, j) = d_i$ 或 d_j : 由于 $N(i, j) + 1$ 条独立路没有公共边, 则必有 $N(i, j) + 1$ 条边连接节

点 i 和 j , 这与 d_i 或 d_j 等于 $N(i, j)$ 矛盾.

情况 2 $N(i, j) = nc(i, j)$: 设 C_k 为分离 i 和 j 的最小的割集, 则有 $|C_k| = nc(i, j) = N(i, j)$. 由于 $N(i, j) + 1$ 条独立路没有公共边, 每条路必有一条边是 C_k 的元素, 故 C_k 中应有 $N(i, j) + 1$ 条边. 这与 $|C_k| = nc(i, j) = N(i, j)$ 矛盾.

由图1可见, 由于 C_5 分离节点5和8, 且 $|C_5| = 2$, 故虽然 d_5 和 d_8 大于2, 但节点5和8之间独立路径的上界为2条.

交通网络中所有节点对的独立路径可以按基于经典的Dijkstra最短路算法来寻找^[18].

算法PS:

Step 1 对所有节点 $i, j = 1, 2, \dots, n, j \neq i$, 构成节点对 (i, j) , 并设所有边的长度为1.

Step 2 按公式(1)确定节点对 (i, j) 的独立路径的上界, 设独立路的标号 $k = 1$.

Step 3 用Dijkstra算法找出节点 i 和 j 间最短路, 记为 $L_k(i, j)$.

Step 4 删去最短路 $L_k(i, j)$ 上的所有边.

Step 5 如果 $k = N(i, j)$ 或者节点 i 和 j 不连通, 恢复所有删去的边, 转Step 2; 否则转Step 3.

Step 6 所有节点对完成后, 输出结果.

2.2 城市节点和交通网络的弹复度的测算(Resilience evaluation approach for node and transportation networks)

设节点 i 和 j 的独立路径的可靠度的和为 $NP(i, j)$, 则有

$$NP(i, j) = \sum_{\forall k \text{ link}(i, j)} p_k(i, j) = \sum_{\forall k \text{ link}(i, j)} \prod_{l \in L_k(i, j)} q_l. \quad (2)$$

其中: $P_k(i, j)$ 为 i 和 j 间的第 k 条独立路径的可靠度, q_l 为路径上第 l 条边的可靠度.

设 $u_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 为城市节点 i 的人口数, 节点 i 的一般权重 w_i 和排自权重 v_i 可按下式计算:

$$\begin{cases} w_i = u_i / \sum_{j=1}^n u_j, \\ v_i = u_i / (\sum_{j=1}^n u_j - u_i), \\ i = 1, 2, \dots, n. \end{cases} \quad (3)$$

定义 2 交通网络中城市节点的弹复性的测量值-弹复度定义为该城市与其他所有城市的独立路径可靠度和的加权平均值, 即

$$r_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n v_j NP(i, j) =$$

$$\sum_{j=1, j \neq i}^n v_j \sum_{\forall k \text{ link}(i, j)} \prod_{i \in L_k(i, j)} q_i, \quad (4)$$

$$i = 1, 2, \dots, n.$$

定义3 图 G 表达的交通网络的弹复度, $R(G)$, 定义为网络中所有城市节点的弹复度的加权平均和, 即

$$R(G) = \sum_{i=1}^n w_i r_i = \sum_{i=1}^n w_i \sum_{j=1, j \neq i}^n v_j \sum_{\forall k \text{ link}(i, j)} \prod_{i \in L_k(i, j)} q_i, \quad (5)$$

定理2 设 $H = V, E_H$ 是和图 $G = V, E$ 具有相同节点集的图 G 的真子图, 则 H 的弹复度不大于 G 的弹复度. 即, 如果 $E_H \subset E$, 则, $R(H) \leq R(G)$.

证 由于子图 H 的边少于图 G , 其所有节点对的独立路径可靠度和必然不大于 G 的相应的可靠度和, 即

$NP^H(i, j) \leq NP(i, j)$, 所有节点对 (i, j) , 于是有

$$R(H) = \sum_{i=1}^n w_i r_i^H = \sum_{i=1}^n w_i NP^H(i, j) \leq$$

$$\sum_{i=1}^n w_i NP(i, j) = R(G).$$

交通网络弹复度的计算步骤如下:

算法RE:

Step 1 按公式(3)计算所有城市节点的一般权重 w_i 和排自权重 v_i , $i = 1, 2, \dots, n$.

Step 2 调用算法PS找出所有节点对之间的独立路径, 并按公式(2)计算包含可靠度的独立路径可靠度和 $NP(i, j)$, 所有节点对 (i, j) .

Step 3 按公式(4)计算所有城市节点的弹复度, $r_i, i = 1, 2, \dots, n$.

Step 4 按公式(5)计算整个交通网络的弹复度 $R(G)$, 输出结果, 停止.

2.3 计算举例(Computational example)

对于图1中的简单的网络, 假设所有节点城市的人口都是10万, 则所有的节点都有: $w_i = 0.1$, $v_i = 0.1111$, $i = 1, 2, \dots, n$. 所有边的可靠度 $q_k = 0.99$, $k = 1, 2, \dots, m$, 计算得到各个城市的弹复度见表1.

表1 交通网络中城市节点弹复度的测算结果

Table 1 Experimental results of city nodes in transportation network

节点 i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r_i	0.9725	2.2761	2.4983	2.4950	2.2750	2.4960	2.0583	2.0648	2.0561	1.8329

整个网络的弹复度为: $R(G) = 2.1025$. 笔者看到, 这个网络的主要问题是边10和11组成的割集将两个城市密集区分开, 使得两区间的城市对的独立路径可靠度和不可能超过2, 从而抑制了整个网络的弹复度. 弹复度最高的节点是节点3和6, 它们都处在网络的中部并偏向城市多的区域一侧. 最低的是节点1和10, 显然它们都在网络的边缘, 而且节点的度数也是最低的.

3 交通网络易碎性的概念与测算(Concept and evaluation of fragility in transportation network)

对于一个交通网络, 人们除了关心整个网络和各个节点抗破坏的能力外, 更关心哪个路段或那个节点一旦破坏对整个网络的影响最大. 为此, 笔者提出了易碎性(friability)的概念和测算方法.

定义4 交通网络的节点或边的易碎性的测量值-易碎度定义为从网络中去除该节点或边所带来的网络弹复度的减少. 对于一条边 $e_k \in E$, 去

除 e_k 后的子图记为 $G \setminus e_k$, 则其易碎度 f_k 为

$$f_k = R_G - R(G \setminus e_k), \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (6)$$

对于一个城市节点 i , 除去 i 将使所有与 i 连接的路段失效. 设所有与 i 相连的边的集合为: $H_i = \{e_k | e_k \text{ 连接节点 } i\}$, 则节点 i 的易碎度 F_i 为

$$F_i = R_G - R(G \setminus H_i). \quad (7)$$

注1 当城市的交通完全失效后, 但其对交通的需求仍在, 所以该城市仍将以弹复度为零参加子图的网络弹复度 $R(G \setminus H_i)$ 的计算.

整个交通网络的易碎度 $F(G)$ 可以按下式计算, 即定义为节点易碎度的加权和:

$$F(G) = \sum_{l=1}^n w_l F_l. \quad (8)$$

对于交通管理部门和社会公众最关心的是网络中易碎度最高的路段和城市, 即

$$f_{\max} = \max\{f_k | k \in E\} \text{ 和 } F_{\max} = \max\{F_i | i \in V\}. \quad (9)$$

定理3 对于任何交通网络, 节点的易碎性的最大值始终不小于边的易碎度的最大值, 即: $F_{\max} \geq f_{\max}$.

证 假设 $f_{\max} > F_{\max}$, $f_{\max}$ 是边 k 的易碎度 f_k . 如果 i 是边 k 的一个端点, 除去节点 i 的子图 $G \setminus H_i$ 是除去边 k 的子图 $G \setminus e_k$ 的子图, $G \setminus H_i \subseteq G \setminus e_k$. 由定理2, 有 $R(G \setminus H_i) \leq R(G \setminus e_k)$, 那么, 节点 i 的易碎度为

$$F_i = R(G) - R(G \setminus H_i) \geq R(G) - R(G \setminus e_k) = f_k = f_{\max} > F_{\max},$$

这与 $F_{\max}$ 是所有 F_i 的最大值矛盾. 定理3说明整个网络的易碎度的最大值必然发生在节点城市上, 其含义是交通枢纽的重要性要大于任何路段.

4 我国铁路网的弹复度与易碎度的测算与分析(Evaluation and analysis of resilience and fragility of the railway network in China mainland)

提出的测算方法首先应用于我国的铁路系统的弹复度与易碎度的分析. 全国铁路主要干线网络见图2, 该图是从指南针网站上抽取绘制的^[20], 其中包含有71个城市节点和109条铁路路段. 节点圆圈中的数字是节点城市的编号, 比如12是北京, 32是郑州, 44是上海. 各条边上的数字是路段(边)的编号, 比如: {35}是胶济线, 路段{31, 43, 53, 65, 80, 86, 97, 101}组成京广线. 71个城市的人口数据来源于: 世界经理人网站上的: 2007中国城市人口估计(国外版)^[21].

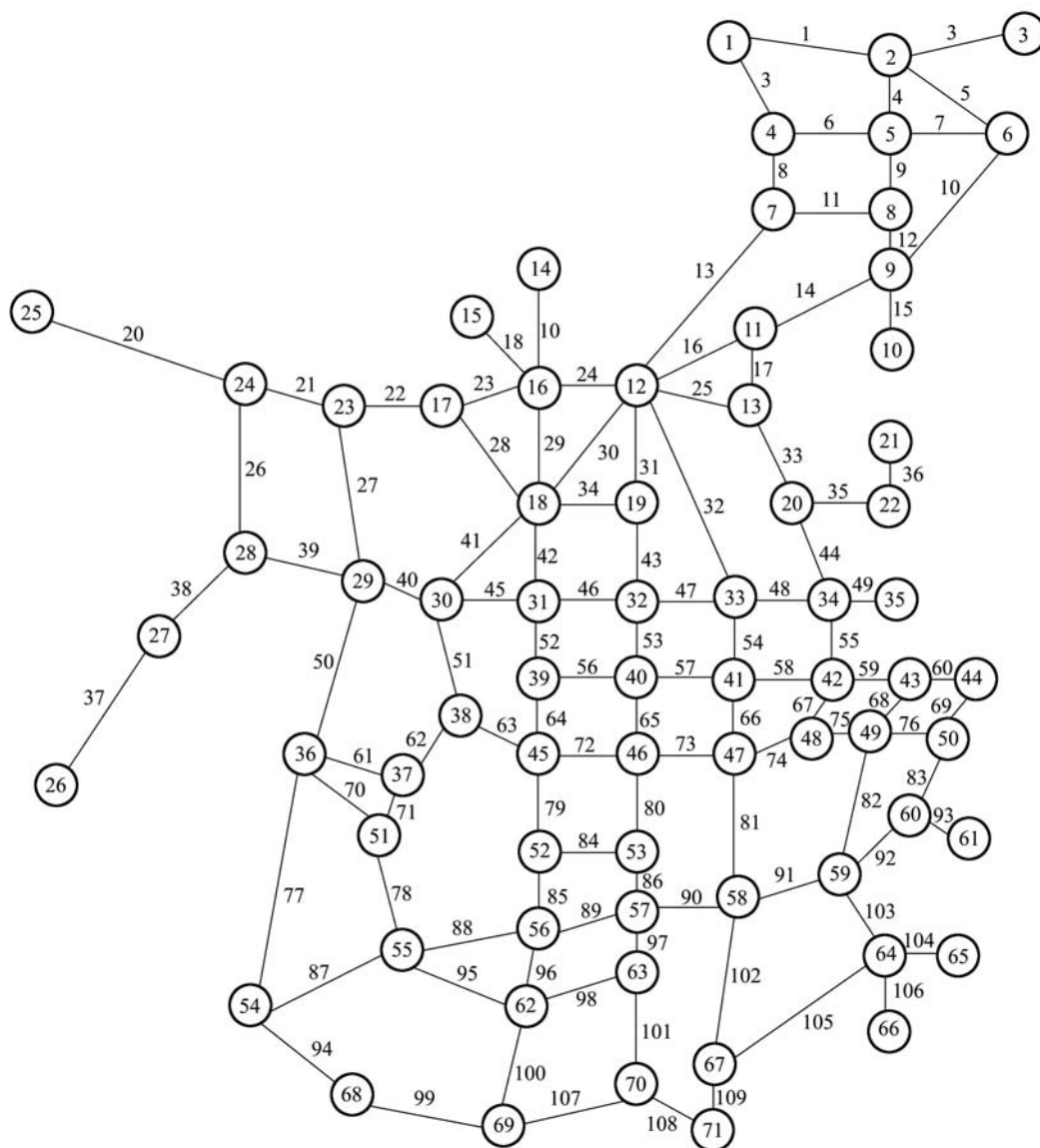


图2 中国铁路干线网

Fig. 2 Trunk railway network in China mainland

在缺乏可靠数据的前提下, 所有线路的可靠度都设为0.99, 测算得到: 全国铁路网的整体弹复度为: $R(G) = 2.03039$.

这个指标的含义是, 铁路网中的每对城市节点间接人口数量加权平均有2.03039条可靠的路径连通。

表 2 全国弹复度最好10个城市

Table 2 Ten cities with better resilience in China mainland

排名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
节点 <i>i</i>	18	40	41	47	33	45	31	32	57	42
城市名	太原	漯河	阜阳	九江	商丘	襄樊	洛阳	郑州	株洲	蚌埠
r_i	2.6545	2.5759	2.5723	2.5696	2.5690	2.5674	2.5590	2.5576	2.5543	2.5514

4.1 节点城市的弹复度(Resilience of railway nodes)

弹复度最好的前10个节点城市见表2。

由表2可见, 近年来新建的一些铁路线路使不少过去名不见经传的城市, 如阜阳、怀化、商丘等也成为了新的交通枢纽, 表现出了较高的弹复度。可以看到这些高弹复度的城市节点, 其节点的度数无一例外的都在4以上; 且基本上都处在网络的中部, 这样他们在故障时, 很容易找到旁路和其他的节点相通。

4.2 路段的易碎度(Resilience of edges)

全国易碎度最高的前10条路段见表3。

表 3 全国易碎度最高10条路段

Table 3 Ten edges with higher frangibility in China mainland

排名	路段编号	连接的城市对	易碎度
1	60	南京-上海	0.22328
2	69	上海-杭州	0.22119
3	109	龙川-深圳	0.20867
4	108	广州-深圳	0.20730
5	14	沈阳-秦皇岛	0.16316
6	13	通辽-北京	0.16276
7	44	济南-徐州	0.07959
8	33	天津-济南	0.07932
9	101	衡阳-广州	0.06421
10	107	湛江-广州	0.06278

从表中可以看到, 这些易碎性高的路段基本上都是与节点度数低的人口密集的城市相连接, 如连接上海的2条路段60和69, 连接深圳的2条路段109和108, 分别占据了前4位。这些路段一旦失效就会带来这些权重大的节点的弹复度大幅下降, 从而造成网络弹复度的显著下降。而路段13和14是保持东北和关内联通的两条动脉, 占到了表中的第5和第6位。它们的失效则会使权重较大的整个东北区域和关内的连接中断。可以看到, 2008年雪灾造成的衡阳到广州的路段101, 排在表中的第9位。未在表中列出的2008年4月发生事故的济南到青岛的路段35排在第11位, 5月在四川地震中受损的宝成线50排在第27位, 因此它们的失效在全国都造成了重大的影响。

4.3 节点的易碎度(Friability of nodes)

全国易碎度最高的前10个城市见表4。

从表4中可见, 全国的重要城市几乎全部囊括在内。这些易碎度较高的城市基本上都是分布在网络的边缘, 网络边沿的旁路通道较少。这样, 一旦城市缺失, 会造成部分区域的连通性能显著下降。另外, 这些城市人口数量相对较大, 既有较高的权重, 一旦其所有通路全部断开, 弹复度降为零, 势必对整个网络的弹复度造成大的影响。网络中部的城市几乎很少被列入, 这是因为中部城市的旁路通道多, 即使城市缺失也不会给网络带来过大的影响。

表 4 全国易碎度最高10个城市

Table 4 Ten edges with higher frangibility in China mainland

排名	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
节点 <i>i</i>	12	44	70	71	43	50	9	13	67	11
城市名	北京	上海	广州	深圳	南京	杭州	沈阳	天津	龙川	秦皇岛
r_i	0.73184	0.42792	0.41373	0.37637	0.31383	0.28552	0.26539	0.22511	0.22418	0.22418

易碎度最高的节点是北京,其易碎度比其他重要城市几乎高出一倍。北京是多条铁路的枢纽节点,节点度数高达7,从安全的角度看这种交通枢纽高度集中的网络布局模式是不值得提倡的。

5 结论(Conclusions)

交通网络是国民经济的重要部门。本文从弹性工程的角度研究了交通网络的弹复性的评估问题,提出了一种基于加权的独立路径可靠度和的弹复度的定量测算方法。为了评估交通网络中线路和节点的失效对整个网络的影响程度,本文还提出了易碎度的概念及其定量测算方法。以上测算方法对于例题和实际交通网络进行测算都出得了符合实际的结果。

针对独立路径、弹复度和易碎度的几个相关性质提出了几个重要定理,这些定理为测算方法的设计打好了理论基础。

运用以上方法对我国铁路网络的弹复度和易碎度进行了测算,得出的结果和实际经验有很好的符合性。测算的结果可以用来分析我国铁路网络的特征,找出重要环节,包括路段和枢纽城市。对于这些重点部位提高防灾等级,加以重点保护,对于保障铁路网络的安全有重要的意义。

提出的方法还可以直接用来分析高速公路网、城市公共交通网、城市地铁网、空中航线网,以及水运网络的弹复度和易碎度。基于以上测算方法还可以用来对各种交通网络的结构设计、线路的扩展规划、线路的改线进行优化。这些将是下一步将要开展的工作。

参考文献(References):

- [1] BURSZEIN E, GOUBAULT-LARRECQ J. A logical framework for evaluating network resilience against faults and attacks[J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2007, 4846: 212 – 227.
- [2] HOLLNAGEL E, WOODS D D, LEVESON N. *Resilience Engineering: Concepts and Precepts*[M]. Aldershot, UK: Ashgate Publishing, 2006.
- [3] PATTERSON E S, WOODS D D, COOK R I, et al. Collaborative cross-checking to enhance resilience[J]. *Cognition, Technology & Work*, 2007, 9(3): 155 – 162.
- [4] HAWES C, REED C. Theoretical steps towards modeling resilience in complex systems[J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2006, 3980: 644 – 653.
- [5] VERGANO L, NUNES P A L D. Analysis and evaluation of ecosystem resilience: an economic perspective with an application to the Venice lagoon[M]//*Biodiversity and Conservation in Europe*. Dordrecht, Netherlands: Springer, 2007, 16: 35 – 39.
- [6] SCHEFFEL M C, GRUBER C G, SCHWABE T, et al. Analysis and evaluation of ecosystem resilience: an economic perspective with an application to the Venice lagoon[J]. *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, 2006(1), 60(1): 35 – 39.
- [7] SIMONIS H. Constraint based resilience analysis[J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2006, 4204: 16 – 28.
- [8] MILLER A, XIAO Y. Multi-level strategies to achieve resilience for an organization operating at capacity: a case study at a trauma centre[J]. *Cognition, Technology & Work*, 2007, 9(2): 51 – 66.
- [9] REGGIANI A. Resilience: an evolutionary approach to spatial economic systems[J]. *Networks and Spatial Economics*, 2002, 2(2): 211 – 229.
- [10] DELAITRE D, NOUVEL D, POULIQUEN Y, et al. Contribution of resilience to the analysis of flight crew decision-making: example of a near-CFIT in public transport[C]//*Proceedings of the Resilience Engineering Workshop, Vadstena, Sweden*. [S.l.]: [s.n.], 2007: 13 – 22.
- [11] BERDICA K. An introduction to road vulnerability: what has been done, is done and should be done[J]. *Transport Policy*, 2002, 9(2): 117 – 127.
- [12] CHANG S E, NOJIMA N. Measuring post-disaster transportation system performance: the 1995 Kobe earthquake in comparative perspective[J]. *Transportation Research Part A*, 2001, 35(6): 475 – 494.
- [13] 许良, 高自友. 基于路段能力可靠性的城市交通网络设计[J]. *中国公路学报*, 2006, 19(2): 86 – 90.
(XU Liang, GAO Ziyu. Urban transport network design based on link capacity reliability[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2006, 19(2): 86 – 90.)
- [14] VROMANS M J C M, DEKKER R, KROON L G. Reliability and heterogeneity of railway services[J]. *European Journal of Scientific Research*, 2006, 172(2): 647 – 655.
- [15] MORLOK E K, CHANG D J. Measuring capacity flexibility of a transportation system[J]. *Transportation Research Part A*, 2004, 38(6): 405 – 420.
- [16] ROSENKRANTZ D J, GOEL S, RAVI S S, et al. Structure-based resilience metrics for service-oriented networks[J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2005, 3463: 345 – 362.
- [17] WANG D, IP W H. Evaluation and analysis of logistic network resilience with application to aircraft servicing[J]. *IEEE Systems Journal*, 2009, 3(2): 166 – 173.
- [18] DIESTEL R. *Graph Theory*[M]. Third edition. Berlin, Germany: Springer-Verlag, 2005.
- [19] EVANS J R, MINIEKA E. *Optimization Algorithms for Networks and Graphs*[M]. Second edition, revised and expanded. New York, USA: Marcel Dekker, Inc, 1992.
- [20] 指南针网站: <http://www.ly321.com/news/lymap/>.
(Compass Website: <http://www.ly321.com/news/lymap/>.)
- [21] 世界经理人网站: <http://blog.icxo.com/read.jsp?aid=47136&uid=271>.
(World Executive Website: <http://blog.icxo.com/read.jsp?aid=47136&uid=271>.)

作者简介:

汪定伟 (1948—), 男, 教授, 博士生导师, 目前主要研究建模与优化方法、弹性工程、电子商务、网络拍卖等, E-mail: dwwang@mail.neu.edu.cn;

W. H. IP (1957—), 副教授, 目前主要研究生产计划与调度、智能优化方法、机器视觉, E-mail: mfwhip@polyu.edu.hk.