

基于微分同胚变换的故障重构算法

何 静^{1,2}, 邱 静², 张昌凡¹

(1. 湖南工业大学 电气与信息工程学院, 湖南 株洲 412008; 2. 国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 针对一类含有未知输入扰动的不确定非线性系统提出一种鲁棒故障重构方案. 采用全局微分同胚变换, 将非线性系统变换为二个子系统, 使得其中一子系统不受故障影响, 状态部分可观, 另一子系统受故障影响但状态完全可观. 利用滑模变结构原理对两个子系统分别设计状态观测器消除扰动对系统的影响后, 再利用等值控制方法实现对故障的重构. 应用案例验证了所提方法的有效性.

关键词: 微分同胚; 故障重构; 观测器; 滑模

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Fault reconstruction based on global diffeomorphic coordination transformation

HE Jing^{1,2}, QIU Jing², ZHANG Chang-fan¹

(1. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University of Technology, Zhuzhou Hunan 412008, China;
2. College of Mechatronics and Automation, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: A robust fault diagnosis is presented for a class of uncertain nonlinear systems with unknown input disturbances. The system is transformed into two subsystems by means of the global diffeomorphic coordination transformation. One of the subsystems is free from faults whose states can be partially measured, while the other is subject to faults and all its states can be measured. In order to eliminate the effects of unknown disturbances, state observers are subsequently constructed for both subsystems based on the sliding mode variable structure theory, thus the studied system acquires its ability of reconstructing fault by applying the specific equivalent control methodology. Simulation examples demonstrate the effectiveness of the proposed design.

Key words: diffeomorphism; fault reconstruction; observers; sliding mode

1 引言(Introduction)

在基于模型的故障诊断技术中, 观测器方法应用较为普遍^[1,2]. 采用基于观测器的故障重构技术, 可根据已被故障影响的过程变量的测量值估计出故障值并对故障信号进行跟踪, 因此, 在实现故障检测和分离的同时, 还可以辨别故障类型、估计故障的严重程度, 为系统采取有效措施消除故障对生产过程的影响提供更充分的依据^[3,4]. 该技术逐渐成为了容错技术实现的基础^[5]. 由于使受控后的系统对外界扰动和内部摄动具有比鲁棒性更强的不变性, 近年来在控制领域得到了较好应用的滑模控制技术被成功地引入了基于模型的故障诊断方法中, 在提高故障诊断系统的鲁棒性方面表现出了很大的应用潜力. 从以往的文献中可看出, 基于滑模观测器的故障重构技术越来越为人们所重视^[6~10], 而针对这项技术的研究往往要先明确两个前提, 即: 是在线性系统

还是非线性系统中应用; 是否考虑系统中存在模型不确定性、外部环境影响等未知输入扰动. 一般说来, 考虑存在未知输入扰动时会使问题更加复杂, 而在非线性系统中实现故障重构也会比线性系统中难度更大. 针对线性系统中的应用, Edwards等^[11,12]在不考虑未知输入扰动的情况下提出一种基于等效输出注入(equivalent output injection)的方法, 可直接重构故障信号; Tan等^[13]则在此基础上考虑存在扰动, 并利用线性矩阵不等式(LMIs)^[14]令扰动对故障重构的影响最小化; Floquet等^[15]和Kok等^[16]也针对未知输入扰动提出了各自的故障重构方案. 而对于非线性系统, Chen等^[17]针对非线性满足Lipschitz条件或是存在结构非线性情况, 提出一种将Thau观测器和滑模观测器结合起来的新的诊断观测器技术; 而Xing等^[18]针对一类非线性系统提出基于滑模变结构的传感器故障重构方法, 其中收敛域大小取

决于未知输入扰动的界.

若是考虑在存在不确定性的非线性系统中进行精确的故障重构, 问题则变得更富有挑战性了. 这种所谓鲁棒故障重构的目标是: 系统既对未知输入扰动不敏感, 又能重构出尽可能小的故障. 然而由于故障和未知输入扰动之间往往相互耦合且密切相关, 目标的两个方面成为了矛盾. 过去的很大一部分研究是围绕着如何将矛盾的两个方面进行折衷展开的, 而近期的研究表明, 干扰解耦技术可能成为解决此矛盾的又一种有效方法^[19]. 特征向量配置的鲁棒故障检测与隔离(FDI)方法^[20]使故障检测系统与干扰信号完全解耦, 但要求模型中残差与未知输入扰动完全解耦, 这使得其在工程中的应用受到了一定的限制; 未知输入观测器方法^[21]通过观测器增益的设计使观测器输出残差与未知输入解耦, 但可能丢失部分故障信息. 除了这两种典型应用外, 采用坐标变换实现干扰解耦也在鲁棒故障重构中取得了较好的效果. Marino等^[22]针对一类非线性系统提出一种坐标变换方法, 并设计了相应的自适应观测器. Jiang等^[23]针对一类带有不确定性的非线性系统, 通过两个特殊的广义观测器分别对所发生的执行器故障和传感器故障进行重构, 效果较为理想. 但因需对系统输出求导, 其工程实现有一定困难.

本文以文献[23]所提方法为基础, 着重针对需对系统输出求导的问题进行改进, 提出新的故障重构算法. 在一定条件下, 利用全局微分同胚变换将非线性系统变换为两个子系统, 其中一子系统不受故障直接影响, 状态部分可观, 而另一子系统受故障影响但状态完全可观, 由此故障与扰动可实现解耦. 对变换后的两个子系统分别设计滑模观测器, 直接利用滑模变结构特殊的等值原理实现对执行器故障和传感器故障的检测与重构, 从而避免了对系统输出求导. 给出的应用案例验证了所提算法的有效性.

2 系统的描述(System description)

考虑文献[23]所描述的多输入多输出仿射非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x) + d(x) + \sum_{i=1}^m q_i(x)u_i + \sum_{j=1}^r e_{aj}(x)f_{aj}l_{aj}(t - T_{aj}), \\ y = h(x) + \sum_{k=1}^q e_{sk}(x)f_{sk}l_{sk}(t - T_{sk}). \end{cases} \quad (1)$$

式中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为不可测状态向量, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 为可测输入向量, $y(t) \in \mathbb{R}^p$ 为可测输出向量, $f(x)$ 为已知的非线性函数. $d(x)$ 为未知的有界非线性函数, 代表系统未知输入扰动以及系统建模误差, 在此统

称为系统未知输入扰动.

$$f_a = [f_{a1}, f_{a2}, \dots, f_{ar}]^T \in \mathbb{R}^r$$

为未知的非线性函数, 代表系统执行器故障, e_{aj} 为已知的向量, 代表执行器故障分布矩阵.

$$f_s = [f_{s1}, f_{s2}, \dots, f_{sq}]^T \in \mathbb{R}^q$$

为未知的非线性函数, 代表系统传感器故障, e_{sk} 为已知的向量, 代表传感器故障分布矩阵. $q_i(x)$ 为已知的向量, 代表输入向量的增益. $h(x) = [h_1(x), h_2(x), \dots, h_l(x), h_{l+1}(x), \dots, h_p(x)]^T$ 为已知的向量, 代表系统输出函数. 设 $r, q \leq p < n$. $l_i(t - T_i)$ 表示系统故障发生的时间函数, T_i 表示系统发生故障时刻, 定义如下:

$$l_i(t - T_i) = \begin{cases} 0, & t < T_i, \\ 1, & t \geq T_i. \end{cases}$$

假设 1 在故障发生前后, 式(1)所示系统的状态和控制信号保持有界, 即存在某一稳定 $\Omega \subset \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m$, 使得 $(x(t), u(t)) \in \Omega, \forall t \geq 0$.

注 1 该假设意味着在无故障时, 系统(1)在常规控制下保持为输入-状态稳定(input-to-state stable, ISS)^[19]; 故障从时刻 T_i 发生到被检测出来之前, 系统中所有变量均有界; 故障被检测出来之后, 常规控制或重构容错控制能补偿故障对系统的影响, 即系统在存在故障的情况下也能恢复到ISS.

针对上述系统, 本文的设计目标为: 满足一定几何条件时, 对式(1)所示系统进行微分同胚坐标变换, 然后设计滑模观测器分别对执行器故障及传感器故障进行检测与重构.

3 坐标变换(Coordinate transformation)

发生执行器故障或传感器故障时, 将非线性系统(1)进行坐标变换所需满足的几何条件如下文中引理1所述.

3.1 执行器故障检测时的坐标变换(Coordinate transformation with actuator faults)

定义 1 当系统中发生执行器故障时, 系统(1)的观测规范型为^[23]:

$$\begin{cases} \dot{z} = \begin{bmatrix} 0_{l \times l} & 0_{l \times (n-l)} \\ 0_{(n-l) \times l} & A \end{bmatrix} z + \gamma(y, u) + \begin{bmatrix} d_1(z) \\ d_2(z) \end{bmatrix} + \sum_{j=1}^r \begin{bmatrix} \psi_j(z) \\ 0_{(n-l) \times l} \end{bmatrix} f_{aj}, \\ y = \begin{bmatrix} I_{l \times l} & 0_{l \times (n-l)} \\ 0_{(p-l) \times l} & C \end{bmatrix} z. \end{cases} \quad (2)$$

式中: $z = T(x)$ 为坐标变换, T 为全局微分同胚映射; 在新坐标系中, $\psi_j(z)$ 为执行器故障分布矩

阵, $\gamma(y, u)$ 为已知的非线性函数, $d_1(z), d_2(z)$ 为系统未知输入扰动; 其它参数的定义参见文献[23], 其中 $(A_i, C_i) (i = 1, 2, \dots, p-l)$ 是可观的。

假设 2^[23] 令 $\rho_1 = \dots = \rho_l = 1, \sum_{i=1}^p \rho_i = n$, 并假设系统(1)是可观的, 则

$$\text{rank}\{dh_i(x), \dots, d(L_f^{\rho_i-1} h_i(x)) : 1 \leq i \leq p\} = n.$$

式中, $\forall x \in \mathbb{R}^n, \rho_i (i = 1, 2, \dots, p)$ 为可观测指数。

引理 1^[23] 满足假设2的条件时, 存在一个全局微分同胚映射 $z = T(x), T(0) = 0, z \in \mathbb{R}^n$, 可将系统(1)变换为系统(2)。

定义 2

$$\begin{aligned} z &= [z_1, z_2]^T, z_1 \in \mathbb{R}^l, z_2 \in \mathbb{R}^{n-l}, \\ z_1 &= [z_{11}, z_{12}, \dots, z_{1l}]^T, \\ z_2 &= [z_{2l+1}, z_{2l+2}, \dots, z_{2l+n-l}]^T; \\ y &= [y_1, y_2]^T, y_1 \in \mathbb{R}^l, y_2 \in \mathbb{R}^{p-l}, \\ y_1 &= [y_{11}, y_{12}, \dots, y_{1l}]^T, \\ y_2 &= [y_{2l+1}, y_{2l+2}, \dots, y_{2l+p-l}]^T. \end{aligned}$$

则式(2)可进一步表示为如下两个子系统:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \gamma_1(y, u) + d_1(z) + E(z)f_a, \\ y_1 = z_1, \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_2 = Az_2 + \gamma_2(y, u) + d_2(z), \\ y_2 = Cz_2. \end{cases} \quad (4)$$

式中: $E(z)$ 为故障分布矩阵, 假设 $E(z)$ 为列满秩, 表示各执行器故障相互无关^[23]。

如文献[23]所述, 通过上述全局微分同胚映射, 可将系统(1)分解为由式(3)和式(4)表述的两个子系统。其中式(3)所述子系统受故障直接影响, 状态全部可观; 式(4)所述子系统状态部分可观, 但故障对系统的影响是通过状态 z 及未知输入扰动 $d_2(z)$ 来间接施加的, 因此影响的程度较为有限。

3.2 传感器故障检测时的坐标变换(Coordinate transformation with sensor faults)

与3.1节类似, 检测传感器故障时, 系统也可先经全局微分同胚映射转换成如下形式^[23]:

$$\begin{cases} \dot{z} = \begin{bmatrix} 0_{l \times l} & 0_{l \times (n-l)} \\ 0_{(n-l) \times l} & A \end{bmatrix} z + \eta(y_2, u) + \begin{bmatrix} d_1(z) \\ d_2(z) \end{bmatrix}, \\ y = \begin{bmatrix} I_{l \times l} & 0_{l \times (n-l)} \\ 0_{(p-l) \times l} & C \end{bmatrix} z + \sum_{k=1}^q \begin{bmatrix} \psi_k(z) \\ 0_{(p-l) \times l} \end{bmatrix} f_{sk}. \end{cases} \quad (5)$$

式中: A, C 定义同前, $\psi_k(z), \eta(y_2, u)$ 分别为新坐标系中的故障分布矩阵及已知非线性函数。同理,

式(5)可写为如下两个子系统:

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = \eta_1(y_2, u) + d_1(z), \\ y_1 = z_1 + D(z)f_s, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_2 = Az_2 + \eta_2(y_2, u) + d_2(z), \\ y_2 = Cz_2. \end{cases} \quad (7)$$

式中 $D(z)$ 为列满秩矩阵。同样, 这也意味着各传感器故障相互无关。

4 故障重构(Faults reconstruction)

本节为式(3)(4)所示系统以及式(6)(7)所示系统分别构造滑模变结构观测器, 从而分别实现对执行器故障以及传感器故障的重构。

4.1 执行器故障重构(Actuator faults reconstruction)

对变换后的式(3)(4)还须作如下假设^[23]:

假设 3 系统未知输入扰动 $d_1(z)$ 有界, 即

$$\|d_1(z)\| \leq \alpha_1(y, u).$$

假设 4 存在一个常数矩阵 B 和一个有界向量 $\bar{d}_2(z)$, 使 $d_2(z) = B\bar{d}_2, \|\bar{d}_2\| \leq \alpha_2(y, u)$ 。

假设 5 执行器故障 f_a 与故障分布矩阵 $E(z)$ 的矢量和有界, 即 $\|E(z)f_a(z)\| \leq \alpha_3(y, u)$ 。

假设 6 存在两个对称正定矩阵 P, Q , 使 $A_0^T P + PA_0 = -Q$ 。其中 $A_0 = A - LC$, 由于 (A, C) 为可观测矩阵, 即存在矩阵 L 使 A_0 为稳定矩阵。

假设 7 $PB = C^T F^T$ 。

注 2 假设3~5中的 $\alpha_1(y, u), \alpha_2(y, u), \alpha_3(y, u)$ 均为已知的大于0的有界非线性标量函数, 且均为输出 y 和输入 u 的函数, 在应用案例中给出了它们的具体求法。与其它文献中要求它们为常数相比, 此处给出的“有界函数”条件更为宽松。此外, 假设4还说明系统未知输入扰动 $d_2(z)$ 满足匹配条件。假设7为滑模变结构观测器的一般假设^[24], 其中矩阵 P 存在的充分条件为: 传递函数 $G_F(s) = FC(sI - A_0)^{-1}B$ 严格正实(strictly positive real, SPR)。而 $G_F(s)$ 为严格正实的必要条件为 (A, C) 为可观测矩阵以及 CB 为列满秩^[25]。 CB 为列满秩条件则是故障诊断中常作的假设^[23, 26~28]。

对式(3)(4)分别构造以下滑模变结构观测器:

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_1 = \gamma_1(y, u) + w_1, \\ \hat{y}_1 = \hat{z}_1, \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_2 = A\hat{z}_2 + \gamma_2(y, u) + L(y_2 - \hat{y}_2) + Bw_2, \\ \hat{y}_2 = C\hat{z}_2. \end{cases} \quad (9)$$

式中, 上标“ $\hat{\cdot}$ ”代表相应值所对应的观测值; $w_1,$

w_2 为滑模变结构输入信号,其表达式为:

$$w_1 = \begin{cases} -k_1 \frac{(\hat{y}_1 - y_1)}{\|(\hat{y}_1 - y_1)\|}, & \text{如果 } \hat{y}_1 - y_1 \neq 0, \\ 0, & \text{如果 } \hat{y}_1 - y_1 = 0, \end{cases} \quad (10)$$

$$w_2 = \begin{cases} -k_2 \frac{F(\hat{y}_2 - y_2)}{\|F(\hat{y}_2 - y_2)\|}, & \text{如果 } \hat{y}_2 - y_2 \neq 0, \\ 0, & \text{如果 } \hat{y}_2 - y_2 = 0. \end{cases} \quad (11)$$

式中: 矩阵 F 由假设7确定, k_1, k_2 为待设计的标量函数.

定义3 观测器误差 $e_1 = \hat{z}_1 - z_1, e_2 = \hat{z}_2 - z_2$, 输出误差 $e_{y1} = \hat{y}_1 - y_1 = e_1, e_{y2} = \hat{y}_2 - y_2 = Ce_2$. 由式(3)(4)以及式(8)(9)可得相应偏差动态方程为:

$$\dot{e}_1 = w_1 - d_1(z) - E(z)f_a, \quad (12)$$

$$\dot{e}_2 = (A - LC)e_2 + Bw_2 - d_2(z). \quad (13)$$

定理1 基于前面所作的假设3~7, 对式(3)(4)构造如式(8)(9)所示滑模变结构观测器, 若该观测器参数 $k_1 \geq \alpha_1(y, u) + \alpha_3(y, u), k_2 \geq \alpha_2(y, u)$, 则观测器误差 e_1 和 e_2 都将按指数规律收敛到零点.

证 选取Lyapunov函数

$$V = e_1^T e_1 + e_2^T P e_2. \quad (14)$$

对上式求导并代入式(12)(13), 则

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -2(k_1 - \alpha_1(y, u) - \alpha_3(y, u)) \|e_1^T\| - \\ & 2(k_2 - \alpha_2(y, u)) \|F e_{y2}\| - \lambda_{\min}(Q) \|e_2\|^2. \end{aligned} \quad (15)$$

若取 $k_1 \geq \alpha_1(y, u) + \alpha_3(y, u), k_2 \geq \alpha_2(y, u)$, 则

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}(Q) \|e_2\|^2. \quad (16)$$

即 e_1, e_2 以指数规律收敛到零点. 证毕.

定义4

$$\begin{aligned} N &= (E(z)^T E(z))^{-1} E(z)^T, \\ w_{\sigma 1} &= -k_1 \frac{(\hat{y}_1 - y_1)}{\|(\hat{y}_1 - y_1)\| + \delta_1 \exp(-\delta_2 t)}, \end{aligned}$$

δ_1, δ_2 为大于零的常数. 设 $\hat{f}_a$ 为执行器故障 f_a 的重构值, 基于以上设计的滑模变结构观测器, 定理2给出了故障重构算法.

定理2 对式(3)(4)所描述的发生执行器故障的系统, 若选择故障重构算法为 $\hat{f}_a = (E(\hat{z})^T E(\hat{z}))^{-1} E(\hat{z})^T w_{\sigma 1}$, 则当系统未知输入扰动分量 d_1 为零时, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{f}_a - f_a\| = 0$; 当系统未知输入扰动分量 d_1 不为零时, $\|\hat{f}_a - f_a\| \leq \alpha_1(y, u) \|N\|$.

证 取 e_{y1} 作为线性滑模面, 而 $e_{y1} = e_1$, 选取Lyapunov函数 $V_s = e_1^T e_1$, 同定理1证明, 当 $k_1 \geq \alpha_1(y, u) + \alpha_3(y, u)$ 时, 有 $\dot{V}_s \leq 0$, 故满足滑模成立条

件. 当达到滑模面后, 由滑模变结构的等值原理^[24], 有 $e_1 = \dot{e}_1 = 0$, 此时, 式(12)变为:

$$w_{eq1} - d_1(z) - E(z)f_a = 0. \quad (17)$$

式中, $w_{eq1} = -k_1 \frac{(\hat{y}_1 - y_1)}{\|(\hat{y}_1 - y_1)\|}$ 为不连续项 w_1 的等效输出注入值(equivalent output injection, EOI). 因为, $E(z)$ 为列满秩, 则式(17)变换为:

$$f_a = (E(z)^T E(z))^{-1} E(z)^T (w_{eq1} - d_1(z)). \quad (18)$$

构造如下故障观测器:

$$\dot{\hat{f}}_a = (E(\hat{z})^T E(\hat{z}))^{-1} E(\hat{z})^T w_{\sigma 1}. \quad (19)$$

式中, $w_{\sigma 1}$ 为不连续项 w_{eq1} 的近似替代, 用于减少滑模运动的抖动, 其表达式在定义4中给出. 由于

$$\begin{aligned} \hat{N} &= (E(\hat{z})^T E(\hat{z}))^{-1} E(\hat{z})^T = \\ &= (E(y_1, \hat{z}_2)^T E(y_1, \hat{z}_2))^{-1} E(y_1, \hat{z}_2)^T. \end{aligned}$$

由式(18)(19)得故障观测器误差方程

$$\dot{\hat{f}}_a - f_a = \hat{N} w_{\sigma 1} - N(w_{eq1} - d_1(z)). \quad (20)$$

当 e_2 收敛到零点, 有 $\hat{z}_2 \rightarrow z_2, \hat{N} \rightarrow N$, 则式(20)为

$$\dot{\hat{f}}_a - f_a = N(w_{\sigma 1} - w_{eq1}) + N d_1(z). \quad (21)$$

由于 δ_1, δ_2 大于零, 故

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|w_{\sigma 1} - w_{eq1}\| = 0. \quad (22)$$

因此, 当时间趋向无穷大时, 有

$$\begin{aligned} \|\hat{f}_a - f_a\| &\leq \alpha_1(y, u) \|N\| = \\ &= \alpha_1(y, u) \sqrt{\lambda_{\min}(N^T N)}. \end{aligned} \quad (23)$$

当系统未知输入扰动分量 d_1 为零时,

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|\hat{f}_a - f_a\| = 0.$$

证毕.

注3 故障观测误差与系统未知输入扰动分量 d_1 成正比, 若经坐标变换后能使矩阵 N 的范数最小, 则可减少故障观测误差. 当 $d_1 = 0$ 时, 在由式(3)表述的第一个子系统中, 故障和系统未知输入扰动实现了完全解耦, 从而可精确重构执行器故障 f_a . 参数 δ_1, δ_2 选择由 $w_{\sigma 1}$ 收敛到 w_{eq1} 的速率以及减少滑模抖动这两个条件折衷决定, 通常 δ_1 取值较小, δ_2 取值较大^[4].

注4 文献[23]给出了如下执行器故障重构算式:

$$\hat{f}_a = (E(\hat{z})^T E(\hat{z}))^{-1} E(\hat{z})^T (\dot{\hat{y}}_1 - \gamma_1(y, u)). \quad (24)$$

相应故障观测误差为

$$\|\hat{f}_a - f_a\| \leq \alpha_1(y, u) \|N\| = \varepsilon + \alpha_1(y, u) \sqrt{\lambda_{\min}(N^T N)}. \quad (25)$$

式中: $\varepsilon > 0$. 该故障重构算式需对系统输出求导, 因此工程实现困难. 本文提出的算式在确保故障观测误差不超过文献[23]所提方法的前提下, 避免了对系统输出求导.

4.2 传感器故障重构(Sensor faults reconstruction)

定理3 传感器故障重构算式为

$$\hat{f}_s = (D(\hat{z})^T D(\hat{z}))^{-1} D(\hat{z})^T (y_1 - \hat{z}_1). \quad (26)$$

证 由于 $D(z)$ 为列满秩矩阵, 故由式(6), 可得如下传感器故障重构算式:

$$\hat{f}_s = (D(\hat{z})^T D(\hat{z}))^{-1} D(\hat{z})^T (y_1 - \hat{z}_1).$$

式中: $\hat{z}_1, \hat{z}_2$ 的求取方法与式(8)(9)类似. 证毕.

5 应用举例(Example of application)

为便于比较, 本文以文献[23]所给出的具有不确定性的非线性四阶系统为例进行应用研究, 如式(27)所示. 受篇幅所限, 只对执行器故障的重构问题进行系统设计以及仿真验证.

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 - 2x_4 + 2x_3 f_a + 1.9x_3^2 \sin(x_2) \xi_1(t) + 9.5x_3^2 \cos(x_2) \xi_2(t), \\ \dot{x}_2 = x_4 + x_1 x_4 - x_3 f_a + 1.48x_3^2 \sin(x_1) \xi_1(t) + 7.4x_3^2 \cos(x_2) \xi_2(t), \\ \dot{x}_3 = x_1 + 2x_3^2 + 5.9x_3^2 \cos(x_2) \xi_2(t) + 1.18x_3^2 \sin(x_1) \xi_1(t), \\ \dot{x}_4 = x_3 + u - f_a - 1.18x_3 x_4 \sin(x_1) \xi_1 - 5.9x_3 x_4 \cos(x_2) \xi_2, \\ y_1 = x_4, \\ y_2 = x_3. \end{cases} \quad (27)$$

式中: $\xi_i = [0, 1](i = 1, 2)$ 代表系统未知输入扰动, f_a 代表执行器故障. 可观指数 $\rho_1 = 3, \rho_2 = 1, l = 1$. 选择

$$g_1 = \frac{\partial}{\partial x_1}, g_2 = 2x_3 \frac{\partial}{\partial x_1} - x_3 \frac{\partial}{\partial x_2} - \frac{\partial}{\partial x_4},$$

则全局微分同胚映射 $z = T(x)$ 为

$$\begin{cases} z_1 = x_3, \\ z_2 = x_1 + 2x_3 x_4, \\ z_3 = x_2 - x_3 x_4, \\ z_4 = x_4. \end{cases} \quad (28)$$

式(27)变换为

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - 2y_1 y_2 + 2y_2^2 + 1.18z_1^2 \sin(z_2 - 2z_1 z_4) \xi_1(t) + 5.9z_1^2 \cos(z_3 + z_1 z_4) \xi_2(t), \\ \dot{z}_2 = z_3 + 2y_2^2 - 2y_1 + y_1 y_2 + 4y_2^2 y_1 + 2y_2 u + 9.5z_1^2 \cos(z_3 + z_1 z_4) \xi_2(t) + 1.9z_1^2 \sin(z_2 - 2z_1 z_4) \xi_1(t), \\ \dot{z}_3 = y_1 - y_2^2 - 2y_2^2 y_1 - y_2 u + 1.48z_1^2 \sin(z_2 - 2z_1 z_4) \xi_1(t) + 7.4z_1^2 \cos(z_3 + z_1 z_4) \xi_2(t), \\ y_2 = z_1. \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} \dot{z}_4 = y_2 + u - f_a - 1.18z_1 z_4 \sin(z_2 - 2z_1 z_4) \times \\ \quad \xi_1(t) - 5.9z_1 z_4 \cos(z_3 + z_1 z_4) \xi_2(t), \\ y_1 = z_4. \end{cases} \quad (30)$$

经过全局微分同胚映射, 将式(27)变换成为式(29)(30)确定的两个子系统. 其中

$$\alpha_1(y, u) = 3|y_1 y_2|, \alpha_2(y, u) = \frac{\sqrt{2}}{2} y_2^2, \alpha_3(y, u) = 1.$$

选取

$$L = [6 \ 12 \ 8]^T, F = [1.87 \ 0.37]^T.$$

这样, 基于前面所给出的设计方法, 可构造滑模观测器并进行故障重构. 仿真初始值 $z(0), \hat{z}(0)$ 均取为零, 仿真步距为 10^{-3} , 算法为ode45, 系统未知输入扰动 $\xi_1(t), \xi_2(t)$ 分别用幅度在 $[0, 1]$ 范围内的随机噪声来模拟. 仿真实验考虑3种不同类型的执行器故障, 来检验本文所提故障重构方法的有效性.

1) 故障类型1.

$$f_a(t) = \begin{cases} 0, & \text{如果 } 0 \leq t \leq 2, \\ \sin(\pi t), & \text{如果 } 2 < t. \end{cases} \quad (31)$$

图1中给出本设计中故障 f_a 及重构值 $\hat{f}_a$ 的仿真结果. 可以看出, 无论是故障初发阶段值较小的时刻, 还是在故障期间的其它时刻, 本文提出的算法都能快速跟踪故障值, 且重构精度较高.

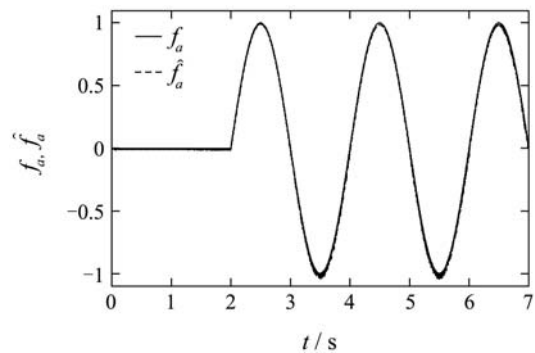


图1 故障类型1时故障 f_a 及重构值 $\hat{f}_a$ 仿真波形

Fig.1 Fault reconstruction of fault case 1

2) 故障类型2.

故障由信号 $0.6 \cos(6t)$ 与幅度为0.4, 周期为1 s, 占空比为50%的方波信号叠加, 同样在 $t = 2$ s时加入. 图2为故障 f_a 及重构值 $\hat{f}_a$ 的仿真波形, 图3为状态变量 z_4 和观测值 $\hat{z}_4$ 的仿真波形. 从仿真结果可看出, 尽管 z_4 出现了跳变, 该设计仍能对故障 f_a 进行重构. 而文献[23]中为实现对此类故障的重构, 须对 z_4 的导数进行计算, 从而引入了一定的计算误差.

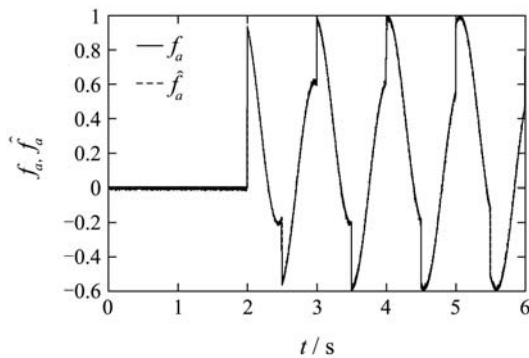
图2 故障类型2时故障 f_a 及重构值 $\hat{f}_a$ 仿真波形

Fig.2 Fault reconstruction of fault case 2

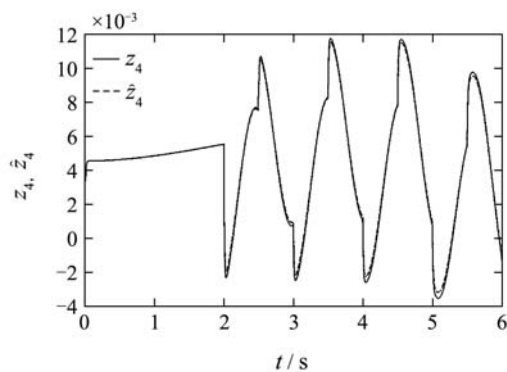
图3 故障类型2时状态变量 z_4 和观测值 $\hat{z}_4$ 仿真波形

Fig.3 State estimation of fault case 2

3) 故障类型3.

故障诊断过程会产生一定的时延, 这段时延过长有可能会对故障系统的动态性能甚至稳定性产生严重的影响, 因而, 快速而高效的算法也是本文故障诊断算法的设计目标之一. 故障类型3选用幅度在 $[0, 1]$ 范围内的随机噪声代表快速变化的故障, 能否对其进行重构可校核本文所提算法的快速性与高效性. 该故障在 $t = 0.02$ s时加入, 图4为故障 f_a 及重构值 $\hat{f}_a$ 的仿真结果. 可以看出, 尽管故障为一个快速变化的随机噪声信号, 系统仍能对其实现重构.

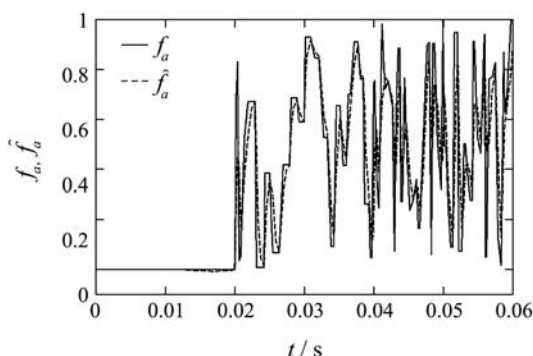
图4 故障类型3时故障 f_a 及重构值 $\hat{f}_a$ 仿真波形

Fig.4 Fault reconstruction of fault case 3

由上述仿真结果可以看出, 尽管系统存在未知输入扰动, 但无需对观测器参数做任何变动, 即可实现对各类故障的重构, 说明本方法一方面对不确定性具有鲁棒性, 另一方面对执行器故障具有较强的跟踪能力.

6 结论(Conclusion)

本文针对一类含有模型不确定和未知输入扰动的非线性系统, 在满足一定几何条件下, 基于全局微分同胚变换, 将原系统分解成两个不同子系统, 利用滑模观测器和等值原理对执行器故障和传感器故障分别进行了重构. 本文提出的故障重构算法快速而高效, 并且避免了对系统输出求导, 从而具有更强的工程实用性. 仿真结果验证了所提方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] FRANK P M, DING X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems[J]. *Journal of Process Control*, 1997, 7(6): 403 – 424.
- [2] CHEN W, SAIF M. Actuator fault diagnosis for uncertain linear systems using a high-order sliding-mode robust differentiator[J]. *International Journal Robust and Nonlinear Control*, 2008, 18(4): 413 – 426.
- [3] YAN X, EDWARDS C. Nonlinear robust fault reconstruction and estimation using a sliding mode observer[J]. *Automatica*, 2007, 43(9): 1605 – 1614.
- [4] 陈茂银, 周东华. 线性系统的鲁棒故障诊断[J]. *控制理论与应用*, 2005, 22(5): 718 – 722.
(CHEN Maoyin, ZHOU Donghun. Robust fault diagnosis of linear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(5): 718 – 722.)
- [5] JIANG B, STAROSWIECKI M, COCQUEMPOT V. Fault accommodation for nonlinear dynamic systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(9): 1578 – 1583.
- [6] FLOQUET T, EDWARDS C, SPURGEON S K. On sliding mode observers for systems with unknown inputs[J]. *International Journal Adaptive Control and Signal Processing*, 2007, 21(8): 638 – 656.
- [7] CHEN W, SAIF M. Actuator fault diagnosis for uncertain linear systems using a high-order sliding-mode robust differentiator[J]. *International Journal Robust Nonlinear Control*, 2008, 18(4): 413 – 426.
- [8] EDWARDS C, SPURGEON S K. On the development of discontinuous observers[J]. *International Journal Control*, 1994, 59(5): 1211 – 1229.
- [9] CORRADINI M L, ORLANDO G. Actuator failure identification and compensation through sliding modes[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2007, 15(1): 184 – 190.
- [10] WALCOTT B L, CORLESS M J, ZAK S H. Comparative study of nonlinear state-observation techniques[J]. *International Journal Control*, 1987, 45(6): 2109 – 2132.
- [11] EDWARDS C, CHEE P. Fault tolerant control using sliding mode observers[C] // *The 43rd IEEE Conference on Decision and Control*. Nassau Bahamas: IEEE Piscataway NJ ETATS-UNIS, 2004, 5: 5254 – 5259.
- [12] EDWARDS C, SPURGEON S K, PATTON R J. Sliding mode observers for fault detection and isolation[J]. *Automatica*, 2000, 36(4): 541 – 553.

- [13] TAN C P, EDWARDS C. Sliding mode observers for robust detection and reconstruction of actuator and sensor faults[J]. *International Journal Robust and Nonlinear Control*, 2003, 13(5): 443 – 463.
- [14] BOYD S P, EL G L, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*[M]. Philadelphia PA: SIAM, 1994.
- [15] FLOQUET T, EDWARDS C, SPURGEON S K. On sliding mode observers for systems with unknown inputs[J]. *International Journal Adapt Control Signal Process*, 2007, 21(8): 638 – 656.
- [16] NG K Y, TAN C P, EDWARDS C, et al. New results in robust actuator fault reconstruction for linear uncertain systems using sliding mode observers[J]. *International Journal Robust and Nonlinear Control*, 2007, 17(4): 1294 – 1319.
- [17] CHEN W, SAIF M, SOH Y C. A variable structure adaptive observer approach for actuator fault detection and diagnosis in uncertain nonlinear systems[C] // *Proceeding of the 2000 American Control Conference*. Chicago, Illinois: IEEE, 2000: 2674 – 2678.
- [18] YAN X, EDWARDS C. Sensor fault detection and isolation for nonlinear systems based on a sliding mode observer[J]. *International Journal Adaptive Control and Signal Processing*, 2007, 21(8): 657 – 673.
- [19] WILSON J R. *Nonlinear System Theory*[M]. London: Johns Hopkins University Press, 2002.
- [20] 周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
(ZHOU Donghua, YE Yinzong. *Modern Fault Diagnosis and Fault Tolerant Control*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000.)
- [21] CHEN J, PATTON R J, ZHANG H Y. Designing of unknown input observers and robust fault detection filters[J]. *International Journal Control*, 1996, 63(1): 85 – 105.
- [22] MARINO R, TOMEI P. *Nonlinear Control Design – Geometric, Adaptive and Robust*[M]. London: Prentice Hall, 1995: 220 – 234.
- [23] JIANG B, STAROSWIECKI M, COCQUEMPOT V. Fault estimation in nonlinear uncertain systems using robust/sliding-mode observers[J]. *IEEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2004, 151(1): 29 – 37.
- [24] UTKIN V I. *Sliding Mode in Control Optimization*[M]. New York: Springer Verlag, 1992.
- [25] YANG H, JIANG B, COCQUEMPOT V. A fault tolerant control framework for periodic switched nonlinear systems[J]. *International Journal Control*, 2009, 82(1): 117 – 129.
- [26] CHEN R, SPEYER J. Robust multiple-fault detection filter[J]. *International Journal Robust Nonlinear Control*, 2002, 12(8): 675 – 696.
- [27] WHITE J, SPEYER J. Detection filter design: spectral theory and algorithms[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1987, 32(6): 593 – 603.
- [28] BLANKE M, KINNAERT M, LUNZE J, et al. *Diagnosis and Fault-Tolerant Control*[M]. Berlin: Springer Verlag, 2003.

作者简介:

何 静 (1971—), 女, 博士研究生, 主要研究方向为机械状态监控与故障诊断, E-mail: hejingzcn@yahoo.com.cn;

邱 静 (1964—), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 主要研究方向为机械状态监控与故障诊断, E-mail: qiuqing16@sina.com;

张昌凡 (1960—), 男, 教授, 博士, 主要研究方向为非线性控制及应用, E-mail: zhangchangfan@263.net.