

输出重定义下的非线性非最小相位系统迭代学习控制

陈冰玉, 孙明轩, 朱 胜

(浙江工业大学 信息工程学院, 浙江 杭州 310023)

摘要: 讨论非线性非最小相位系统实现完全跟踪的迭代学习控制方法, 适于在有限作业区间上重复运行的受控系统. 在控制器设计时, 通过输出重定义以使非最小相位系统的零动态变成渐近稳定特性. 分别采用部分限幅和完全限幅两种学习算法设计控制器, 理论分析表明两种算法能够保证学习系统中所有变量的有界性和跟踪误差在整个作业区间上渐近收敛于零. 数值仿真验证了两种迭代学习控制系统的跟踪性能.

关键词: 非最小相位系统; 输出重定义; 迭代学习控制;

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Output-redefinition-based iterative learning control for nonlinear non-minimum phase systems

CHEN Bing-yu, SUN Ming-xuan, ZHU Sheng

(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310023, China)

Abstract: An iterative learning control is presented for nonlinear non-minimum phase systems. The systems undertaken are assumed to perform the same tasks repeatedly. Output redefinition is carried out and the zero-dynamics with respect to the redefined output exhibit a stable behavior. Both methodologies of partially saturated and fully saturated learning are adopted in designing the learning controllers. Stability and convergence of the learning systems are established, ensuring the zero-convergence of the tracking error and the boundedness of all variables in the closed-loop. Numerical results are presented for demonstrating the effectiveness of the proposed two learning control methods.

Key words: non-minimum phase systems; output redefinition; iterative learning control

1 引言(Introduction)

非最小相位特性存在于柔性机械臂^[1]、飞行器^[2]、逆变器^[3]等许多实际控制系统中. 关于非最小相位系统控制方法的研究一直受到人们关注^[4,5]. 非最小相位系统区别于一般系统在于其零动态的不稳定性, 这类系统的控制器设计是十分困难的. 现有两种主要方法处理系统的非最小相位特性: 一种是文献[6]提到的近似方法, 该方法忽略“弱”非最小相位系统中含输入的项直到输出微分的次数等于系统阶数, 近似于没有零动态; 另一种是输出重定义方法^[7,8], 该方法重新定义输出函数以使得零动态稳定, 非最小相位系统因此被转化为一最小相位系统, 便于应用传统控制方法. 输出重定义方法在柔性机械臂控制^[9]和飞行器控制^[10]方面已有文献报道.

实际系统往往在有限作业区间上执行重复任务, 这种任务要求跟踪误差在整个作业区间上均为零, 即完全跟踪. 迭代学习控制是针对这类控制任务提

出的^[11]. 它适用于在有限作业区间上重复作业的受控对象, 其特点是, 随着重复次数的增加, 系统的重复性干扰可以得到完全补偿, 系统跟踪性能得以提高, 最终达到“零误差”的控制目标. 文献[12]较早讨论了非最小相位控制系统的学习控制问题.

本文针对一类SISO非线性非最小相位系统, 采用输出重定义方法, 将非最小相位系统的不稳定零动态变换为一渐近稳定的子系统. 采用迭代学习方法设计控制器, 实现系统输出对期望轨迹的完全跟踪. 依照文献[13]提出的限幅学习控制设计方法, 分别提出采用部分饱和和完全饱和学习律的控制器设计方案. 理论证明两种学习算法的收敛性, 并保证闭环系统中所有变量的有界性.

2 问题的提出(Problem formulation)

考虑下述SISO非线性非最小相位系统:

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(u + w(x, t)), \quad (1)$$

$$y = h(x). \quad (2)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$ 为状态向量, u 和 y 分别为系统输入和输出, $f(x), g(x), h(x)$ 是关于 x 的光滑函数, $w(x, t)$ 是关于 x 和 t 连续的干扰函数. 假设系统的相对阶为 $0 < \rho < n$, 对其作如下坐标变换^[5]:

$$z = T(x) = \begin{bmatrix} \phi_{\eta^*}(x) \\ \vdots \\ \phi_{\xi^*}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \eta^* \\ \vdots \\ \xi^* \end{bmatrix}, \quad (3)$$

这里:

$$\begin{aligned} \phi_{\xi^*}(x) &= [\xi_1^* := h(x) \quad \xi_2^* := L_f h(x) \quad \cdots \\ &\quad \xi_\rho^* := L_f^{\rho-1} h(x)]^T, \\ \phi_{\eta^*}(x) &= [\eta_1^*(x) \quad \cdots \quad \eta_{n-\rho}^*(x)]^T \end{aligned}$$

满足

$$\frac{\partial \eta_i^*}{\partial x} g(x) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n - \rho.$$

通过坐标变换, 系统的状态空间表达式可写成

$$\dot{\eta}^* = q(\xi^*, \eta^*), \quad (4)$$

$$\dot{\xi}^* = A_1 \xi^* + B_1 [\alpha(x) + \beta(x)(u + w(x, t))], \quad (5)$$

$$y = C_1 \xi^*. \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} \alpha(x) &= L_f^\rho h(x), \beta(x) = L_g L_f^{\rho-1} h(x), \\ q(z) &= \frac{\partial \eta^*}{\partial x} f(x) \Big|_{x=T^{-1}(z)}. \end{aligned}$$

由于考虑非最小相位系统, 系统的零动态 $\dot{\eta}^* = q(0, \eta^*)$ 是不稳定的. A_1, B_1, C_1 具有 ρ 个积分器链的参数矩阵形式:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}_{\rho \times \rho}, \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{\rho \times 1},$$

$$C_1 = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad 0]_{1 \times \rho},$$

选择适当的参数 $c_1, \dots, c_{\rho-1}$ 使得多项式 $c_{\rho-1}s^{\rho-1} + \cdots + c_1 s^{\rho-2} + s^{\rho-1}$ 是 Hurwitz 的. 定义 ξ 为

$$\xi = y^{\rho-1} + c_1 y^{\rho-2} + \cdots + c_{\rho-1} y, \quad (7)$$

并记 $\eta^T = [\xi_1^* \quad \xi_2^* \quad \cdots \quad \xi_{\rho-1}^* \quad \eta^{*T}]$. 这样, 得到如下状态方程:

$$\dot{\eta} = q'(\xi, \eta), \quad (8)$$

$$\dot{\xi} = \alpha'(x) + \beta(x)(u + w(x, t)). \quad (9)$$

其中: $\alpha'(x) = L_f^\rho h(x) + c_1 L_f^{\rho-1} h(x) + \cdots +$

$c_{\rho-1} L_f h(x)$. 为了分析方便, 将式(8)写成

$$\dot{\eta} = A\eta + B\xi + q_1(\xi, \eta). \quad (10)$$

由于系统的非最小相位特性, A 不是稳定矩阵. 这时, 进行输出重定义^[7]. 选择合适的向量 K 使得矩阵 $BK + A$ 是稳定矩阵. 重新定义系统输出为

$$y_m = \xi_m,$$

其中

$$\xi_m = \xi - K\eta, \quad (11)$$

所讨论的状态方程可相应地写成

$$\dot{\eta} = B\xi_m + (BK + A)\eta + q_1(\xi_m + K\eta, \eta), \quad (12)$$

$$\dot{\xi}_m = \alpha_m(\xi_m, \eta) + \beta(\xi_m, \eta)(u + w(\xi_m, \eta, t)). \quad (13)$$

本文设计的控制器可保证闭环系统中所有变量的有界性, 因而仅要求所作的模型转化是局部的.

作如下假设:

假设 1 系统(12)(13)的所有状态量都是可量测的.

假设 2 干扰项 $w(\xi_m, \eta, t)$ 是可参数化的, 即, $w(\xi_m, \eta, t) = p(t)^T \psi(\xi_m, \eta)$. 其中: $\psi(\xi_m, \eta)$ 是已知的函数向量, $p(t)$ 是未知的连续时变参数向量.

给定期望轨迹 $y_d(t)$, $t \in [0, T]$, 本文的控制目标是寻找控制输入 $u(t)$, $t \in [0, T]$, 使得系统输出能够在 $[0, T]$ 上完全跟踪期望轨迹, 并保证闭环系统中的所有变量均有界. 记状态量 ξ 的期望值 ξ_d , 将 y_d 替代式(7)的 y 可计算出 ξ_d .

定义误差变量 $\tilde{\xi} = \xi_d - \xi$, $e = y_d - y$, 误差方程可写成

$$\tilde{\xi} = e^{(\rho-1)} + c_1 e^{(\rho-2)} + \cdots + c_{\rho-1} e. \quad (14)$$

由于式(14)是 Hurwitz 的, 当 $\tilde{\xi}$ 收敛于零时, e 也如此. 当 ξ 与其期望轨迹 ξ_d 一致时, 相应的 η (记为 η_d) 满足

$$\dot{\eta}_d = A\eta_d + B\xi_d + q_1(\xi_d, \eta_d). \quad (15)$$

由式(11)定义的 ξ_m 知, 其期望值为 $\xi_{md} = \xi_d - K\eta_d$.

3 迭代学习控制(Iterative learning control)

针对在有限时间区间内重复运行的系统, 本节将设计迭代学习控制器, 并给出相应闭环系统性能分析. 记 k 为迭代次数. 考虑在第 k 次迭代时由式(12),(13)描述的系统:

$$\dot{\xi}_{mk} = \alpha_{mk} + \beta_k(u_k + p^T \psi_k), \quad (16)$$

$$\dot{\eta}_k = B\xi_{mk} + (BK + A)\eta_k + q_{1k}. \quad (17)$$

式中: $\alpha_{mk} = \alpha_m(\xi_{mk}, \eta_k)$, $\beta_k = \beta(\xi_{mk}, \eta_k)$, $\psi_k = \psi(\xi_{mk}, \eta_k)$, $q_{1k} = q_1(\xi_{mk} + K\eta_k, \eta_k)$.

选取控制律和学习律为

$$u_k = \beta_k^{-1} [\dot{\xi}_{md} + c\tilde{\xi}_{mk} - \alpha_{m,k} - \beta_k \hat{p}_k^T \psi_k], \quad (18)$$

$$\hat{p}_k = \text{sat}_{\bar{p}}(\hat{p}_{k-1}) + \gamma \beta_k \psi_k^T \tilde{\xi}_{mk}. \quad (19)$$

其中: $c > 0, \gamma > 0, \tilde{\xi}_{mk} = \xi_{md} - \xi_{mk}, \hat{p}_k(t)$ 为 $p(t)$ 的估计, 取 $\hat{p}_{-1}(t) = 0$. $\text{sat}(\cdot)$ 为饱和函数, 对于标量 a ,

$$\text{sat}_{\bar{a}}(a) = \begin{cases} \bar{a}^1, & a < \bar{a}^1, \\ a, & \bar{a}^1 \leq a \leq \bar{a}^2, \\ \bar{a}^2, & a > \bar{a}^2. \end{cases} \quad (20)$$

其中: $\bar{a} = \{\bar{a}^1, \bar{a}^2\}$ 为饱和函数的限幅值, 满足 $\bar{a}^1 < \bar{a}^2$ 且 $\bar{a}^1 \neq \bar{a}^2$. 对于向量 $a \in \mathbb{R}^m$, $\text{sat}_{\bar{a}}(a) = [\text{sat}_{\bar{a}_1}(a_1) \text{ sat}_{\bar{a}_2}(a_2) \cdots \text{sat}_{\bar{a}_m}(a_m)]^T$, 其中 $\bar{a} = \{\bar{a}_1 \bar{a}_2 \cdots \bar{a}_m\}$. 在式(19)中, $\bar{p} = [\bar{p}^1 \bar{p}^2]$ 为饱和函数的限幅值. 这里, 假设 $p(t)$ 满足 $p(t) = \text{sat}_{\bar{p}}(p(t))$.

由文献[13]可知, 上述饱和函数具有如下性质.

引理 1 对于 $a, b \in \mathbb{R}^m$, 当 $\bar{b}_i^1 \leq a \leq \bar{b}_i^2, i = 1, 2, \dots, m$ 时, $[(\gamma + 1)a - (\gamma b + \text{sat}_{\bar{b}}(b))]^T \Lambda [b - \text{sat}_{\bar{b}}(b)] \leq 0$, 其中: $\gamma \geq 0$ 是一标量, $\Lambda > 0$ 是一对称矩阵.

定理 1 对满足假设1及假设2的系统(16)(17), 施加控制律(18)和学习律(19), 若迭代初态与期望初态一致, 即 $\xi_{mk}(0) = \xi_{md}(0), \eta_k(0) = \eta_d(0)$. 则当 $k \rightarrow \infty$ 时, $y_k(t)$ 在区间 $[0, T]$ 上收敛于 $y_d(t)$, 即, $\lim_{k \rightarrow \infty} y_k(t) = y_d(t), t \in [0, T]$.

证 选取 $L_k(t)$ 为

$$L_k(t) = \frac{1}{2} \tilde{\xi}_{mk}^2(t) + \frac{1}{2\gamma} \int_0^t \tilde{p}_k^T(\tau) \tilde{p}_k(\tau) d\tau,$$

式中

$$\tilde{p}_k(t) = p(t) - \hat{p}_k(t).$$

记

$$\begin{aligned} \Delta L_k &= L_k - L_{k-1}, \\ \Delta L_k &= \frac{1}{2} \tilde{\xi}_{mk}^2(t) + \frac{1}{2\gamma} \int_0^t (\tilde{p}_k^T \tilde{p}_k - \tilde{p}_{k-1}^T \tilde{p}_{k-1}) d\tau - \\ &\quad \frac{1}{2} \tilde{\xi}_{mk-1}^2. \end{aligned} \quad (21)$$

利用初始条件, $\tilde{\xi}_{mk}(0) = 0$. 将控制律代入式(21)等号右边第1项, 得

$$\frac{1}{2} \tilde{\xi}_{mk}^2 = \int_0^t (-c\tilde{\xi}_{mk}^2 - \beta_k \tilde{p}_k^T \psi_k \tilde{\xi}_{mk}) d\tau. \quad (22)$$

根据引理1, 式(21)等号右边第2项可写成

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2\gamma} \int_0^t (\tilde{p}_k^T \tilde{p}_k - \tilde{p}_{k-1}^T \tilde{p}_{k-1}) d\tau \leq \\ &\int_0^t (\beta_k \tilde{p}_k^T \psi_k \tilde{\xi}_{mk} - \frac{\gamma}{2} \beta_k^2 \psi_k^T \psi_k \tilde{\xi}_{mk}^2) d\tau. \end{aligned} \quad (23)$$

将式(22)和(23)代入式(21), 得

$$\Delta L_k \leq -\frac{1}{2} \tilde{\xi}_{mk-1}^2. \quad (24)$$

由上式可知, L_k 随迭代次数 k 递减. 因此, 为证明 L_k 的有界性, 只需证明 L_0 是有界的. 据 L_k 的定义, 对 L_0 求导可得

$$\dot{L}_0 = \tilde{\xi}_{m0} \dot{\xi}_{m0} + \frac{1}{2\gamma} \tilde{p}_0^T \dot{\tilde{p}}_0.$$

由式(22)知

$$\tilde{\xi}_{m0} \dot{\xi}_{m0} = -c\tilde{\xi}_{m0}^2 - \beta_0 \tilde{p}_0^T \psi_0 \tilde{\xi}_{m0}.$$

据式(23)有

$$\begin{aligned} &\frac{1}{2\gamma} \tilde{p}_0^T \dot{\tilde{p}}_0 = \\ &\beta_0 \tilde{p}_0^T \psi_0 \tilde{\xi}_{m0} - \frac{\gamma}{2} \beta_0^2 \psi_0^T \psi_0 \tilde{\xi}_{m0}^2 + \frac{1}{2\gamma} \dot{p}^T p, \end{aligned}$$

因此

$$\dot{L}_0 \leq \frac{1}{2\gamma} \dot{p}^T p. \quad (25)$$

由于 $p(t)$ 在区间 $[0, T]$ 上有界, $L_0(0)$ 有界, 故 $L_0(t)$ 在 $[0, T]$ 上有界, 由此可知, $L_k(t)$ 在 $[0, T]$ 上有界. 进一步地, 可知 ξ_{mk}, η_k 和 $\hat{p}_k$ 均有界.

对式(24)由1到 k 进行累加:

$$L_k \leq L_0 + \sum_{j=1}^k \Delta L_j,$$

因而

$$\lim_{k \rightarrow \infty} L_k \leq L_0 - \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \tilde{\xi}_{m(j-1)}^2.$$

由 $L_0(t)$ 的有界性和 $L_k(t)$ 的非负性可知 $\sum_{j=1}^{\infty} \tilde{\xi}_{m(j-1)}^2(t)$ 收敛. 从而

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\xi}_{mk}(t) = 0, t \in [0, T].$$

此时, 将 ξ_{md} 和 ξ_{mk} 两表达式相减, 可得

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \xi_k = \lim_{k \rightarrow \infty} \xi_d - K \tilde{\eta}_k, \quad (26)$$

其中 $\tilde{\eta}_k = \eta_d - \eta_k$. 对 $\tilde{\eta}_k$ 求导得

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \dot{\tilde{\eta}}_k = \lim_{k \rightarrow \infty} (BK + A) \tilde{\eta}_k + q_{3,k},$$

其中

$$q_{3,k} = q_1(\xi_{md} + K \tilde{\eta}_k, \tilde{\eta}_k + \eta_d) - q_1(\xi_{md}, \eta_d).$$

容易证明, q_1 关于 $\tilde{\eta}_k$ 是局部 Lipschitz 的. 由 $\tilde{\eta}_k(0) = 0$, 并选取 $(BK + A)$ 的特征值具负实部可以保证

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \tilde{\eta}_k(t) = 0, t \in [0, T]. \quad (27)$$

因此, 由式(26)可解得, $\lim_{k \rightarrow \infty} \xi_k(t) = \xi_d(t)$, $t \in [0, T]$. 进一步地, 由 ξ_k 的定义知, $\lim_{k \rightarrow \infty} y_k(t) = y_d(t)$, $t \in [0, T]$. 证毕.

4 全饱和学习(Fully-saturated learning)

本节在迭代学习控制器中使用全饱和学习学习律. 由于学习律表达式的右端被限幅, 时变参数的估计值被限定在预先设定的范围内. 考虑如下全饱和学习律

$$\hat{p}_k = \text{sat}_{\bar{p}^*}(\hat{p}_k^*), \quad (28)$$

$$\hat{p}_k^* = \hat{p}_{k-1} + \gamma \beta_k \psi_k^T \tilde{\xi}_{mk}, \quad (29)$$

其中 $\bar{p}^*$ 表示 $\hat{p}_k^*(t)$ 的限幅值. 同样选取 L_k 为

$$L_k = \frac{1}{2} \tilde{\xi}_{mk}^2 + \frac{1}{2\gamma} \int_0^t \tilde{p}_k^T \tilde{p}_k d\tau.$$

计算 L_k 与 L_{k-1} 的差, 有

$$\begin{aligned} \Delta L_k &= \frac{1}{2} \tilde{\xi}_{mk}^2 + \frac{1}{2\gamma} \int_0^t \tilde{p}_k^T \tilde{p}_k - \tilde{p}_{k-1}^T \tilde{p}_{k-1} d\tau - \\ &\quad \frac{1}{2} \tilde{\xi}_{mk-1}^2. \end{aligned} \quad (30)$$

将控制律(18)代入上式右端第1项, 可得

$$\frac{1}{2} \tilde{\xi}_{mk}^2 = \int_0^t (-c \tilde{\xi}_{mk}^2 - \beta_k \tilde{p}_k^T \psi_k \tilde{\xi}_{mk}) d\tau. \quad (31)$$

利用学习律(28)(29), 可得

$$\begin{aligned} &\tilde{p}_k^T \tilde{p}_k - \tilde{p}_{k-1}^T \tilde{p}_{k-1} \leq \\ &2[p - \text{sat}_{\bar{p}^*}(\hat{p}_k^*)]^T [p - \text{sat}_{\bar{p}^*}(\hat{p}_k^*)] - \\ &[\hat{p}_k - \hat{p}_{k-1}]^T [\hat{p}_k - \hat{p}_{k-1}] + 2\gamma \beta_k \tilde{p}_k^T \psi_k \tilde{\xi}_{mk}. \end{aligned} \quad (32)$$

据引理1,

$$[p - \text{sat}_{\bar{p}^*}(\hat{p}_k^*)]^T [p - \text{sat}_{\bar{p}^*}(\hat{p}_k^*)] \leq 0,$$

因此

$$\begin{aligned} &\tilde{p}_k^T \tilde{p}_k - \tilde{p}_{k-1}^T \tilde{p}_{k-1} \leq \\ &-[\hat{p}_k - \hat{p}_{k-1}]^T [\hat{p}_k - \hat{p}_{k-1}] + 2\gamma \beta_k \tilde{p}_k^T(t) \psi_k \tilde{\xi}_{mk}. \end{aligned} \quad (33)$$

将式(31)(33)代入式(30), 得

$$\Delta L_k \leq -\frac{1}{2} \tilde{\xi}_{mk-1}^2. \quad (34)$$

由上式知, L_k 沿迭代轴递减. 这样, L_k 的有界性取决于 L_0 的有界性. 关于 L_0 的有界性证明与上一节类似, 这里不再赘述. 归纳上述有界性和收敛性的证明过程, 得到如下定理:

定理 2 对满足假设1及假设2的系统(16)(17), 如果初始定位误差为零, 即 $\tilde{\xi}_{mk}(0) = 0$ 和 $\tilde{\eta}_k(0) = 0$. 则控制律(18)和完全饱和学习律(28)(29)可使得,

当 $k \rightarrow \infty$ 时, $y_k(t)$ 在 $[0, T]$ 上收敛于 $y_d(t)$, 且闭环系统中的所有变量有界.

5 数值结果(Numerical results)

考虑文献 [7]的非线性非最小相位系统:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1^* &= \xi_2^*, \\ \dot{\xi}_2^* &= u + w, \\ \dot{\eta}^* &= \eta^* + \xi_1^* + \xi_2^{*2}, \\ y &= \xi_1^*. \end{aligned}$$

对其作坐标变换:

$$\begin{aligned} \xi &= \xi_1^* + \xi_2^*, \\ \eta &= [\xi_1^* \quad \eta^*]^T. \end{aligned}$$

可将系统变换为

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \xi - \eta_1 + (u + w), \\ \dot{\eta} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \xi + \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \eta + \begin{bmatrix} 0 \\ (\xi - \eta_1)^2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

此时系统的零动态方程是不稳定的. 重新定义输出

$$\xi_m = \xi - K\eta,$$

其中 $K = [K_1 \ K_2]$. 选取 $K_1 = -7$, $K_2 = -20$, 以使系统零动态的特征值为 $-3, -4$, 保证系统的内动态渐近稳定性. 设系统的不确定干扰项为

$$w(\xi_m, \eta) = \sin t \sin(\xi_m + \eta_1 + \eta_2).$$

选取系统的期望轨迹为

$$y_d(t) = t(1-t)e^{-t}, \quad t \in [0, 1].$$

由期望轨迹 y_d 构造新的期望输出 ξ_d , 并由式(15)解得理想内动态 η_d , 如图1所示. 置 $\xi_{mk}(0) = \xi_{md}(0)$, $\eta_k(0) = \eta_d(0)$. 在控制律和学习律中, 取 $c = 2$, $\gamma = 5$. 经过迭代(次数为 $k = 100$), 运行结果见图2、图3. 可以看出, 通过迭代学习, 两种饱和迭代学习控制方案均能使系统的输出在整个区间上跟踪上期望轨迹.

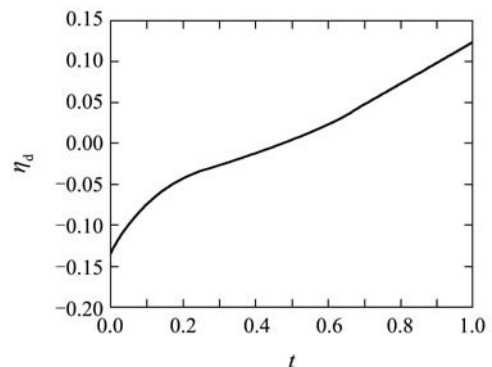


图1 理想内动态 η_d

Fig. 1 Desired internal dynamics η_d

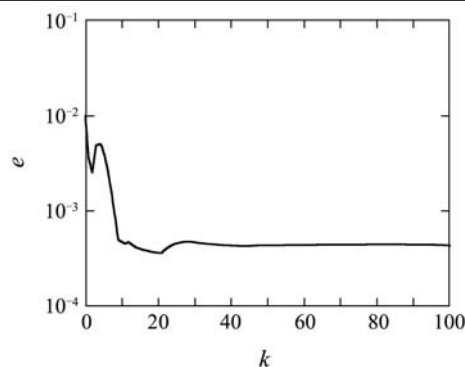


图2 部分饱和学习律下的跟踪误差

Fig. 2 Tracking error by partially-saturated learning law

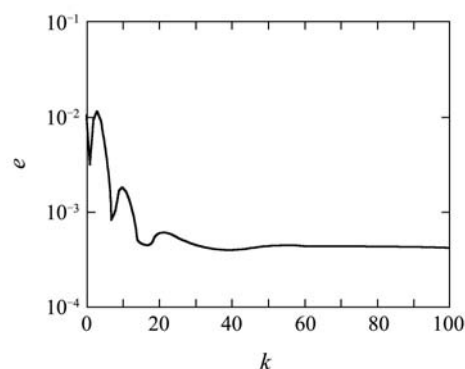


图3 完全饱和学习律下的跟踪误差

Fig. 3 Tracking error by the fully-saturated learning law

6 结论(Conclusion)

按照输出重定义方法,通过对SISO非最小相位系统进行坐标变换,得到相对阶为1的子系统,系统内动态具有稳定特性.针对在有限作业区间重复控制任务,分别采用部分饱和及完全饱和学习律设计迭代学习控制器,使得子系统的输出完全跟踪期望轨迹.内动态性能可通过选择合适的控制器参数得以改善,从而改善原系统的学习控制性能.

参考文献(References):

- [1] MOALLEM M, PATEL R V, KHORASANI K. An inverse dynamics control strategy for tip position tracking of flexible multi-link manipulators[J]. *Journal of Robotic Systems*, 1997, 14(9): 649 – 658.
- [2] ZOU Q Z, DEVASIA S. Precision preview-based stable-inversion for nonlinear nonminimum-phase systems: the VTOL example[J]. *Automatica*, 2007, 43(1): 117 – 127.
- [3] SHTESSEL Y B, ZIMOBBER A, SHKOLNIKOV I A, et al. Sliding mode control of boost and buck-boost power converters using method of stable system centre[J]. *Automatica*, 2003, 39(6): 1061 – 1067.
- [4] SLOTINE J J E, LI W P. *Applied Nonlinear Control*[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1991.
- [5] KHALIL H K. *Nonlinear Systems*[M]. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [6] HAUSER J, SASTRY S, MEYER G. Nonlinear control design for slightly nonminimum phase system: application to V/STOL aircraft[J]. *Automatica*, 1992, 28(4): 665 – 679.
- [7] GOPALSWAMY S, HEDRICK J K. Tracking nonlinear nonminimum phase system using sliding control[J]. *International Journal of Control*, 1993, 37(5): 1141 – 1158.
- [8] SHKOLNIKOV I A, SHTESSEL Y B. Tracking in a class of nonminimum-phase systems with nonlinear internal dynamics via sliding mode control using method of system center[J]. *Automatica*, 2002, 38(5): 837 – 842.
- [9] YANG H, KRISHNAN H, ANG M H. Tip-trajectory tracking control of single-link flexible robots by output redefinition[J]. *Modelling and control of flexible manipulators*, 2000, 147(6): 580 – 587.
- [10] RYU J H, PARK C S, TANK M J. Plant inversion control of tail-controlled missiles[C] // *Proceedings of the AIAA Guidance Control and Dynamics Conference*. New Orleans, LA: AIAA, 1997: 1691 – 1696.
- [11] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robotics by learning[J]. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123 – 140.
- [12] GHOSH J, PADEN B. A pseudoinverse-based iterative learning control[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(5): 831 – 836.
- [13] SUN M X, GE S S. Adaptive repetitive control for a class of nonlinearly parametrized systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 563 – 568.

作者简介:

陈冰玉 (1984—), 男, 目前研究方向为非线性系统的学习控制, E-mail: cbyboy1984@163.com;

孙明轩 (1961—), 男, 教授, 博士, 博士生导师, 研究领域为学习控制理论与应用, E-mail: mxsun@zjut.edu.cn;

朱胜 (1982—), 男, 博士研究生, 目前研究方向为非线性系统的学习控制, E-mail: zuseng@163.com.