第 26 卷第 11 期
2009 年 11 月

控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications

Vol. 26 No. 11
Nov. 2009

文章编号: 1000−8152(2009)11−1211−07

# 超空泡航行器稳定性分析及其非线性切换控制

范 辉, 张宇文

(西北工业大学 航海学院, 陕西 西安 710072)

**摘要**: 超空泡航行器在航行过程中绝大部分被超空泡包裹, 必然面临着航行器与空泡剧烈非线性作用力带来的稳定控制困难. 针对超空泡航行器的控制问题, 本文以Dzielski提出的航行器模型为研究对象, 首先通过一系列系统变换使其成为线性系统环节和非线性环节反馈连接的形式, 运用圆判据定理利用系统Nyquist曲线给出了系统绝对稳定的充分条件；而后结合工程实际, 分析了极点约束对系统性能的影响, 为进一步改善系统性能, 提出了加入非线性激励来削弱系统固有非线性特性的切换控制策略. 仿真结果表明, 超空化航行器在极点约束情况下完全可以通过非线性切换控制达到系统对所有非线性特性的绝对稳定, 且对于滑行力存在不确定性的情况切换控制依然有效.

**关键词**: 超空化航行器; 滑行力; 极点约束; 切换控制

**中图分类号**: TP273 **文献标识码**: A

# Stability analysis and nonlinear switching controller design for supercavitating vehicles

FAN Hui, ZHANG Yu-wen

(College of Marine Engineering, Northwestern Polytechnical University, Xi’an Shaanxi 710072, China)

**Abstract:** In the cruise phase, the supercavitating vehicle is enveloped almost completely by a cavity; it is confronted by the stable control problems caused by the nonlinear planing forces produced by reactions between the vehicle and cavity. To deal with the problems, a supercavitating vehicle model proposed by Dzielski is employed as our research object. This model is converted into the Lure’s form by a series of system transforms. The sufficient condition for the global stability of the system is obtained by using the Nyquist diagram based on the circle criterion. The influence on the system performance produced by the pole-placement is analyzed. To improve the system performance, a switching control strategy is proposed, in which a nonlinear excitation is introduced to weaken the inherent nonlinearity. The simulation results show that the supercavitating vehicle system with pole-placement can be stabilized globally by our nonlinear switching control strategy; and these results hold even when uncertainties in the modeling of planing force are existing.

**Key words:** supercavitating vehicles; planing force; poles restriction; switching control

## 1 引言(Introduction)

浸没于水中的物体, 当其表面局部压力降至水的饱和蒸汽压力以下, 将由于汽化作用而在其表面产生大量空泡, 这种现象称为空化. 超空化是空化充分发展的一种极端形式, 在超空化条件下, 水下航行体绝大部分被一单体空泡包裹, 沾湿面积急剧减小, 随之表面摩擦阻力也急剧降低[1]. 由于表面摩阻是限制水下航行器速度提升的最主要因素, 因而超空化作用使水下超高速航行成为可能. 超空化航行器(supercavitating vehicle)就是利用超空化作用, 极大地降低水下航行器的表面摩擦阻力, 从而实现超高速水下航行的一类航行器. 区别于常规水下航行器, 超空化航行器几乎整体包裹于空泡内而失去了绝大部分浮力支撑, 航行器与空泡之间存在强烈的非线性作用, 还包括空泡自身动态, 这都给超空化航行器的稳定控制和机动带来了极大的困难[2].

国外很多学者针对超空化航行器建立了不同的动力学模型. Dzielski[3]提出了一个垂直平面内的4状态2自由度模型, Kirschner[4]提出了一个12状态6自由度模型, Kulkarni[5]针对超高速水下射弹建立了一个垂直平面内的4状态3自由度模型, 以上模型的主要区别在于对空化器流体动力、尾控制面流体动力和空泡动态的建模各有不同. 本文将针对Dzielski提出的模型进行深入研究, 选择这个模型

收稿日期: 2008−09−05; 收修改稿日期: 2009−03−04.
基金项目: 国防预研基金资助项目(513040104).

的初衷有三: 一是该模型既简化又保留了航行体与空泡接触时的非线性滑行力, 此滑行力可在瞬间达到非常大的量值, 是造成航行体失去稳定的主要因素[2]; 二是Dzielski模型被众多文献引用[6~9], 作为研究超空化航行器控制问题的基准模型, 这进一步说明了该模型准确反应超空化航行器动态的可信性; 三是Dzielski的工作中并未给出使用线性状态反馈方法控制航行器的理论分析, 对应用于该模型控制方法的研究结果并不理想. Dzielski提出了状态反馈控制和输出反馈线性化控制两种控制策略, 其中状态反馈控制的给出带有一定的随意性, 且控制结果为航行器作有限幅值的高频震荡运动, 这并不是实际航行所期望的状态; 而输出反馈线性化控制的结果虽然比较理想, 但需要对滑行力的精确测量, 这在实际情况下也是很难做到的.

本文的研究以Dzielski模型为基础, 首先对模型进行一系列变换, 运用圆判据定理基于系统Nyquist曲线, 分析使用线形状态反馈的方法使系统达到全局绝对稳定的充分条件; 而后讨论由于极点约束使系统仅能在有限区域绝对稳定的情况, 考虑应用带有非线性激励的切换控制策略进一步改善系统性能, 拓宽稳定域的范围, 使系统在极点约束条件下达到全局绝对稳定.

## 2 航行器的数学模型及稳定性分析(Mathematic model and stability analysis of the vehicle)

### 2.1 系统的状态空间模型(State-space model of system)

Dzielski描述的超空化航行器航行状态如图1所示, 航行体大部分被空泡包裹, 仅头部空化器、尾舵和一部分后体沾湿, $\boldsymbol{F}_{\rm c}, \boldsymbol{G}, \boldsymbol{F}_{\rm f}$和$\boldsymbol{F}_{\rm p}$分别为空化器流体动力、重力、尾舵流体动力和后体滑行力. 这里延续Dzielski的工作, 给出一个研究超空化航行器控制问题的4状态系统模型(1).

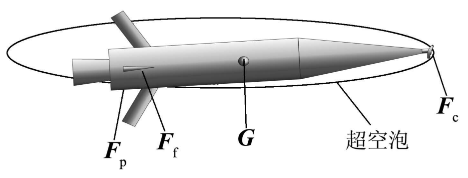



图 1 超空化航行器示意图

Fig. 1 Configuration of supercavitating vehicles

假定航行体水平方向速度$v_{\rm x}$恒定, 用$V$表示, 模型的4个状态为$y$(航行体深度), $v_{\rm y}$(航行体垂直方向速度), $\theta$(航行体俯仰角), $\omega_{\rm z}$(航行体俯仰角速度). 系统输入为空化器俯仰角$\delta_{\rm c}$和水平尾舵角$\delta_{\rm e}$. 模型中考虑的唯一非线性环节为航行体和空泡相互作用的滑水力$F_{\rm p}$. 该状态模型为

$$\begin{cases} \dot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} + \boldsymbol{G} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}_{\rm p}, \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{u}. \end{cases} \tag{1}$$

模型中相关参数参见附录A和附录B, 更多细节可参见参考文献[3]和文献[7].

假设4个状态均可测, 期望的系统平衡工作点为

$$\boldsymbol{x}_{\rm d} = [y_{\rm d}, v_{\rm yd}, \theta_{\rm d}, \omega_{\rm zd}]^{\rm T},$$

重新定义状态向量为

$$\tilde{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{\rm d} = [\tilde{x}_1\ \ \tilde{x}_2\ \ \tilde{x}_3\ \ \tilde{x}_4]^{\rm T},$$

则原系统(1)变为

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{A}\tilde{x} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} + (\boldsymbol{G} + \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{\rm d}) + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}_{\rm p}. \tag{2}$$

设计航行器控制律:

$$\boldsymbol{u} = -(\boldsymbol{B}^{\rm T}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\rm T}(\boldsymbol{G} + \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{\rm d}) + \boldsymbol{v}. \tag{3}$$

消去式(2)中的常量部分, 则系统变换为

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{Q}\boldsymbol{F}_{\rm p}. \tag{4}$$

定义$\boldsymbol{W} = -(\boldsymbol{B}^{\rm T}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\rm T}\boldsymbol{Q}$, 假设外部输入为零, 定义控制向量$\tilde{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{W}\boldsymbol{F}_{\rm p}$, 则系统可写成标准的状态空间形式:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = \boldsymbol{A}\tilde{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{u}}, \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}\tilde{\boldsymbol{u}}, \\ \tilde{\boldsymbol{u}} = \boldsymbol{v} - \boldsymbol{W}\boldsymbol{F}_{\rm p}. \end{cases} \tag{5}$$

这样系统(1)经变换成为系统(5)的状态空间形式, 可表示为如图2所示Lure形式的反馈连接.

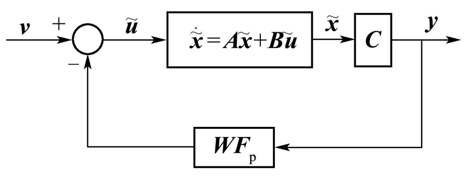



图 2 适用于圆判据的反馈连接

Fig. 2 Feedback connection suitable for circle criterion

### 2.2 系统绝对稳定的充分条件(Sufficient condition of absolute stability )

对状态空间形式的系统(5), 由于

$$\begin{cases} {\rm rank}([\boldsymbol{B}\ \ \boldsymbol{A}\boldsymbol{B}\ \ \boldsymbol{A}^2\boldsymbol{B}\ \ \boldsymbol{A}^3\boldsymbol{B}]) = 4, \\ {\rm rank}([\boldsymbol{C}\ \ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}\ \ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^2\ \ \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}^3]^{\rm T}) = 4, \end{cases} \tag{6}$$

因此系统是可控和可观测的.

观察到$\boldsymbol{W} = -(\boldsymbol{B}^{\rm T}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\rm T}\boldsymbol{Q}$, 考虑到$B$和$Q$的数值形式, 向量$\boldsymbol{W}$总可表示为$\boldsymbol{W} = [w_1\ 0]^{\rm T}$, 考

虑到外部输入为零的假设, 则控制向量$\tilde{\boldsymbol{u}}$可表示为$\tilde{\boldsymbol{u}}=[\tilde{u}_1\ \ 0]^{\mathrm{T}}$, 联系到系统输出中$\boldsymbol{C}$的形式, 由此对系统(5)的分析可以仅考虑系统传递函数矩阵中的一个元素, 即由输入$\tilde{u}_1$到输出$\tilde{x}_2$的标量系统$G_0(s)$.

接着考虑系统的非线性环节, 定义非线性环节

$$F_{\mathrm{w}}=w_1\boldsymbol{F}_{\mathrm{p}}=F_{\mathrm{w}}(t,y)=F_{\mathrm{w}}(t,\tilde{x}_2). \tag{7}$$

考虑到$\tilde{x}_2=v_{\mathrm{y}}-v_{\mathrm{yd}}$, 出于航行体运动稳定性的考虑总希望$v_{\mathrm{yd}}=0$, 因此有$F_{\mathrm{w}}=F_{\mathrm{w}}(t,v_{\mathrm{y}})$, 该非线性可由图3表示. 由于总有$v_{\mathrm{y}}F_{\mathrm{w}}(t,v_{\mathrm{y}})\geqslant 0$(即当函数$F_{\mathrm{w}}(t,v_{\mathrm{y}})$不为零时总属于一、三象限), 因此$F_{\mathrm{w}}$满足扇形区域条件$F_{\mathrm{w}}\in[0,\infty)$. 进一步地, 代入附录B中系统数值参量可计算得$\max(F_{\mathrm{w}}/v_{\mathrm{y}})=0.4762$, 因此有$F_{\mathrm{w}}\in[0,0.4762]$.

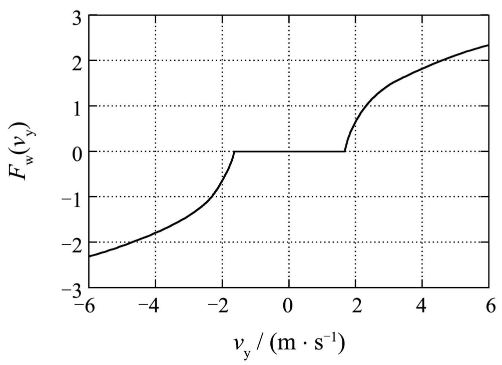



图 3　非线性环节$F_{\mathrm{W}}$特性图

Fig. 3　Diagram of nonlinear part $F_{\mathrm{W}}$

观察$G_0(s)$, 代入附录B中系统数值参量后可得到

$$G_0(s)=\frac{205.9s-1.825\times 10^4}{s^2+24.25s-434.8}.$$

可知 $G_0(s)$ 具有一个在右半复平面的极点11.9948, 因而$G_0(s)$不是Hurwitz的, 这里考虑应用状态反馈重新配置系统极点位置, 使$G_0(s)$成为Hurwitz的.

考虑使控制律(3)中的$\boldsymbol{v}$成为如下的形式:

$$\boldsymbol{v}=-\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}\tilde{\boldsymbol{x}}, \tag{8}$$

即设定航行器控制律为

$$\begin{bmatrix}\delta_{\mathrm{e}}\\ \delta_{\mathrm{c}}\end{bmatrix}=-(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B})^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{G}+\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}_{\mathrm{d}})-\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}\tilde{\boldsymbol{x}}.$$

加入线性状态反馈后的系统连接如图4所示, 这里$\boldsymbol{r}$为新的外部输入, 重新定义

$$\tilde{\boldsymbol{u}}=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}\tilde{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{W}\boldsymbol{F}_{\mathrm{p}}. \tag{9}$$

系统变换为如下形式:

$$\begin{cases}\dot{\tilde{\boldsymbol{x}}}=(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}})\tilde{\boldsymbol{x}}+\boldsymbol{B}\tilde{\boldsymbol{u}},\\ \boldsymbol{y}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{D}\tilde{\boldsymbol{u}},\\ \tilde{\boldsymbol{u}}=\boldsymbol{r}-\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}\tilde{\boldsymbol{x}}-\boldsymbol{W}\boldsymbol{F}_{\mathrm{p}}.\end{cases} \tag{10}$$

由于原系统(5)的可控性和可观测性, 因此通过适当地选择$\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}}$, 重新配置系统的极点位置, 可使$G_0(s)$成为Hurwitz的.

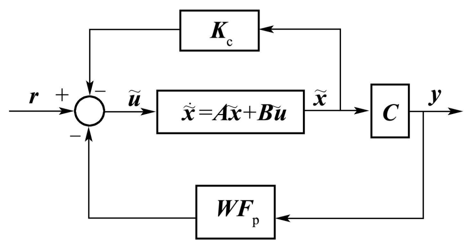



图 4　加入状态反馈后的系统连接

Fig. 4　System connection with state feedback

综合以上所述, 设由输入$\tilde{u}_1$到输出$\tilde{x}_2$的标量系统$G_0(s)$, 经极点配置后变为$G_{\mathrm{d}}(s)$而为Hurwitz的, 又由于原系统(5)是可控和可观测的, 保证了$\{\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}\boldsymbol{K}_{\mathrm{c}},\boldsymbol{B},\boldsymbol{C},\boldsymbol{D}\}$是$G_{\mathrm{d}}(s)$的一个最小实现, 则如图5所示的Lure形式的标量系统根据圆判据定理[10], 只要$G_{\mathrm{d}}(s)$的Nyquist曲线全部位于直线$\mathrm{Re}[s]=-1/\beta(\beta>0.4672)$的右侧, 则系统对于扇形区域$[0,\beta]$内的非线性特性是全局绝对稳定的; 如果$G_{\mathrm{d}}(s)$的Nyquist曲线部分位于直线$\mathrm{Re}[s]=-1/\beta$ $(\beta<0.4672)$的右侧, 那么系统对于扇形区域$[0,\beta]$内的非线性特性是有限区域绝对稳定的.

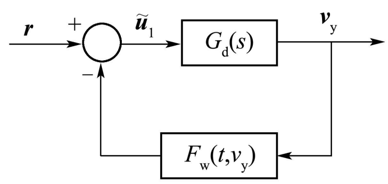



图 5　Lure形式反馈连接的标量系统

Fig. 5　Feedback connection of scalar system in Lure's form

## 3　非线性切换控制设计及仿真验证(Nonlinear switching control design and simulation)

如上所述, 由于与滑行力相关的非线性函数全局满足扇形区域条件$F_{\mathrm{w}}\in[0,0.4762]$, 适当地选择系统极点的位置, 使系统传递函数的Nyquist曲线全部位于直线$\mathrm{Re}[s]=-1/\beta(\beta>0.4672)$的右侧, 则系统总可实现对所有非线性特性的全局绝对稳定性.

然而, 由于系统极点的选择需要考虑的因素很多, 一些情况下由于特定的极点约束而只能使系统在有限区域内绝对稳定, 特别是稳定域相对狭窄的

情况, 系统性能将极大地下降. 基于圆判据来看, 由于极点约束, 系统Nyquist曲线的位置是固定的, 因此可使系统全局稳定的扇形区域也相应固定, 改善系统性能只能依靠调整非线性特性$F_{\rm w}$的形状, 使其在更大范围内满足这个扇形区域条件. 这里考虑采用切换控制策略, 在控制量中加入一个非线性分段函数, 用以削弱系统固有的非线性特性, 从而进一步改善系统性能, 以下结合具体实例说明非线性切换控制的应用.

### 3.1 问题—极点约束造成的稳定域狭窄(Problem—narrow stable region caused by poles restriction)

假设由于系统需求,约束极点位置为$P=[-15,-25,-45,-55]$, 式(11)为经极点配置后的传递函数$G_{\rm d}(s)$, 其Nyquist曲线绘制于图6:

$$G_{\rm d}(s)=\frac{205.9s^3+9134s^2-8.369{\rm e}4s-3.094{\rm e}6}{s^4+140s^3+6850s^2+1.365{\rm e}5s+9.281{\rm e}5}. \tag{11}$$

可见, 图6所示的$G_{\rm d}(s)$的Nyquist曲线的最左侧为$-3.33$, 选择直线${\rm Re}[s]=-1/\beta(\beta=1/3.34)$, 则可保证$G_{\rm d}^{\rm P_1}(s)$的Nyquist曲线完全位于其右侧. 将斜率为$\beta=1/3.34$的直线绘制于非线性函数$F_{\rm w}(v_{\rm y})$的特性图中(图7), 可见该直线与$F_{\rm w}(v_{\rm y})$交于(-1.89, -0.5559) 和 (1.89,0.5559) 两点, 因此对于 $v_{\rm y}\in[-1.89,1.89]$的值, 都可保证$F_{\rm w}\in[0,1/3.34]$的扇形区域条件, 因而对于$v_{\rm y}\in[-1.89,1.89]$非线性特性系统是绝对稳定的.

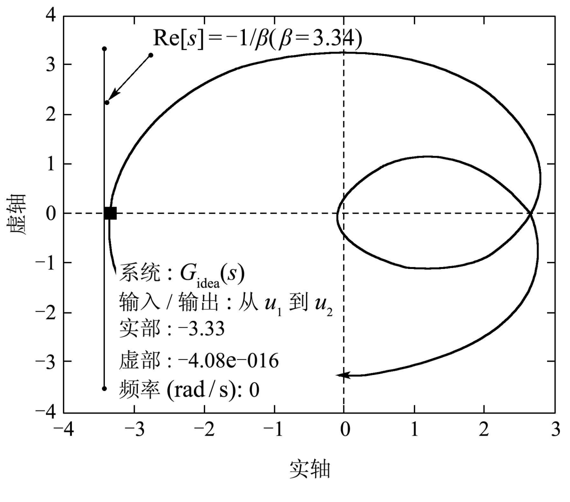



图 6　系统Nyquist曲线和直线Re[s]=-1/$\beta$

Fig. 6　Nyquist plot of system and line Re[s]=-1/$\beta$

然而, 可以看到这个系统的稳定域是相对较小的, 因为如图7中所示, 当航行器垂直方向速度的绝对值超出1.64时出现非线性滑行力, $[-1.89,1.89]$的稳定区域显然太过狭窄了. 由图3可知, 超空泡航行器后体滑行力的出现与其垂直方向速度有直接关系, 假定航行器具有5 m/s的初始垂直方向速度, 即初始条件$x_0=[0,5,0,0]$, 期望航行状态为垂直方向速度为零, 同时深度上有所变化, 设定$x_{\rm d}=[0.1,0,0,0]$, 仿真结果如图8所示, 可见系统发散, 由于较大滑行力的作用, 超空泡航行器尾部在空泡上下壁面交替滑水, 形成"尾击"运动, 且震荡幅度逐步加大, 不能稳定于期望的航行状态.

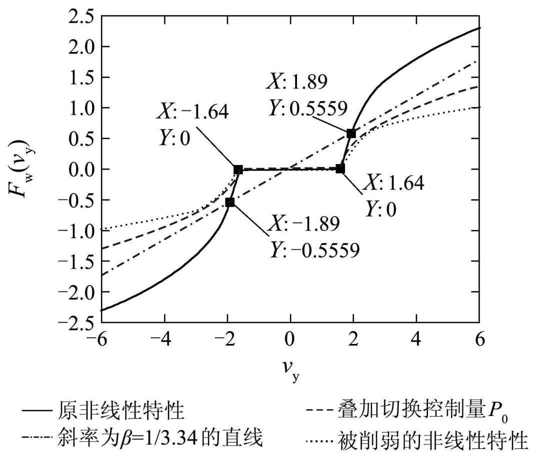
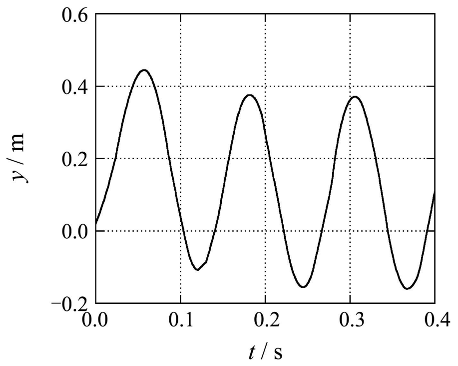
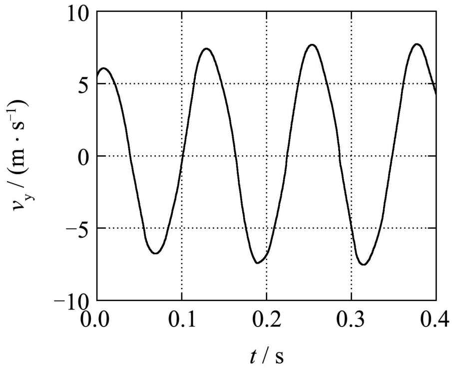



图 7　非线性特性$F_{\rm w}$及分段切换函数$p_0$

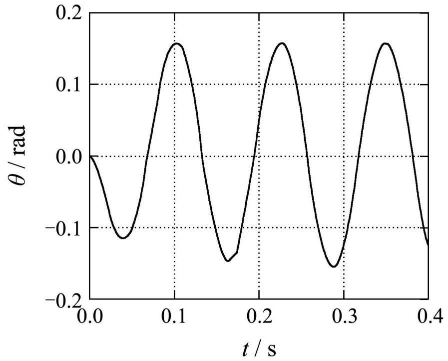
Fig. 7　Nonliear part $F_{\rm w}$ and switching function $p_0$



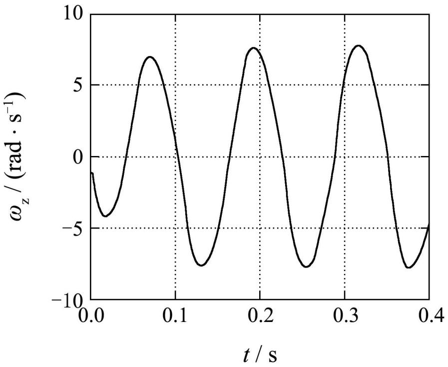

(a) $y$




(b) $v_y$




(c) $\theta$




(d) $\omega_{\rm z}$

图 8　初始条件为$x_0$未加入切换控制的仿真结果

Fig. 8　Simulation results without switching control under initial condition $x_0$

### 3.2　解决方案—非线性切换控制设计(Solution–nonlinear swtiching control design)

由上节的仿真结果可见, 对超出稳定域的初始条件, 不能保证系统的稳定性. 如果期望在不改变系统极点位置的条件下使系统的稳定域拓宽, 或变为全局绝对稳定的, 唯一的办法只能是削弱非线性特性, 使其全局地属于$[0, 1/3.34]$的扇形区域内. 最理想的情况是滑行力可精确测量, 这样即可直接将其作为反馈控制量而使其最大化地削弱, 但这在实际情况下是非常困难的. 因此, 考虑在控制量中加入一个类似非线特性$F_{\rm w}$的非线性切换控制量, 用以削弱该非线性. 可以观察图中非线性特性曲线的形状特征, 选择如下非线性分段切换控制函数用于削弱滑行力:

$$p_{\rm o}(v_{\rm y}) = \begin{cases} \sqrt{2K_{\rm o}(v_{\rm y}-v_{\rm y0})}, & v_{\rm y} > v_{\rm y0}, \\ 0, & |v_{\rm y}| \leqslant v_{\rm y0}, \\ -\sqrt{|2K_{\rm o}(v_{\rm y}+v_{\rm y0})|}, & v_{\rm y} < -v_{\rm y0}. \end{cases} \tag{12}$$

式(12)中$v_{\rm y0} = 1.64$, 为临界切换值, $K_{\rm o}$为待确定常量, 用以决定切换控制函数$p_{\rm o}(v_{\rm y})$形状, 这里选择$K_{\rm o} = 0.25$.

下面讨论切换控制的设计. 为式(8)中加入一个附加切换控制量, 变为

$$\boldsymbol{v}_{\rm s} = -\boldsymbol{K}_{\rm c}\tilde{\boldsymbol{x}} + \boldsymbol{W}P_{\rm o}' + \boldsymbol{r}. \tag{13}$$

重新定义式(9)的控制向量为$\tilde{\boldsymbol{u}}_{\bf s}$:

$$\tilde{\boldsymbol{u}}_{\rm s} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{K}_{\rm c}\tilde{\boldsymbol{x}} - (\boldsymbol{W}\boldsymbol{F}_{\rm p} - \boldsymbol{W}P_{\rm o}'). \tag{14}$$

这样系统(10)成为如下形式:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\boldsymbol{x}}} = (\boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}K_{\rm c})\tilde{\boldsymbol{x}} + \tilde{\boldsymbol{u}}_{\rm s}, \\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{C}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{D}\tilde{\boldsymbol{u}}_{\rm s}, \\ \tilde{\boldsymbol{u}}_{\rm s} = \boldsymbol{r} - \boldsymbol{K}_{\rm c}\tilde{\boldsymbol{x}} - (\boldsymbol{W}F_{\rm p} - \boldsymbol{W}P_{\rm o}'). \end{cases} \tag{15}$$

类似非线性环节$F_{\rm w}(t, v_{\rm y})$的定义, 令$w_1 P_{\rm o}' = p_{\rm o}(v_{\rm y})$, 可得到图9所示的标量系统, 对应图5所示标量系统可以看出, 切换控制函数$p_{\rm o}(v_{\rm y})$已与原非线性特性$F_{\rm w}$实现了叠加. 将此函数叠加$F_{\rm w}(t, v_{\rm y})$绘制于图7中, 可以看出, 原非线性特性与$p_{\rm o}(v_{\rm y})$叠加后被削弱, 而全局属于[0, 1/3.34]的扇形区域, 根据圆判据定理可得到系统全局绝对稳定的结论.

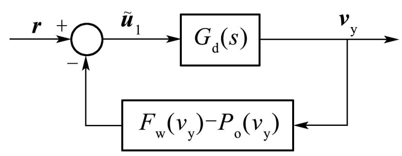
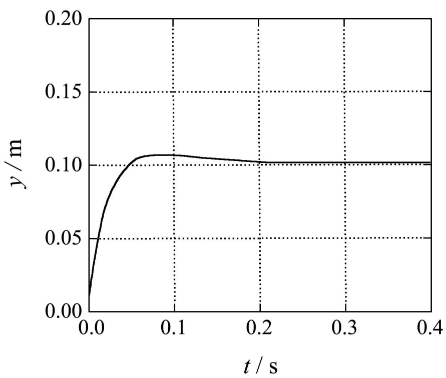


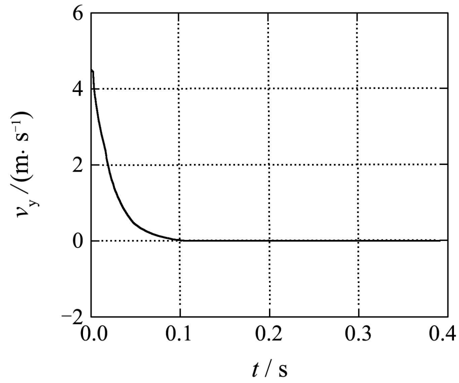

图 9　加入切换控制的标量系统

Fig. 9　Scalar system under switching control

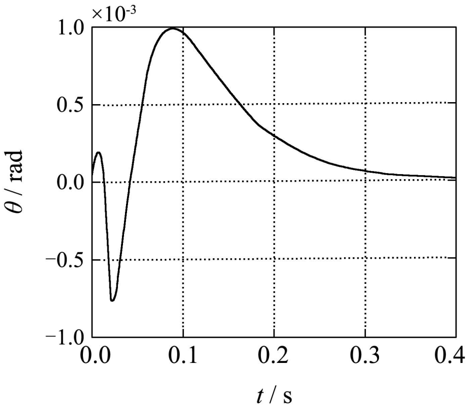
为了验证切换控制策略的有效性, 采用与上节相同的仿真参数, 初始条件$x_0 = [0, 5, 0, 0]$和期望航行状态$x_{\rm d} = [0.1, 0, 0, 0]$, 仿真结果如图10所示, 可见在非线性切换控制下, 航行体实现迅速镇定, 垂直方向速度迅速归零, 俯仰角z轴角速度经小幅波动后也回零, 证明超空泡航行器迅速由初始状态恢复至稳定直航状态.



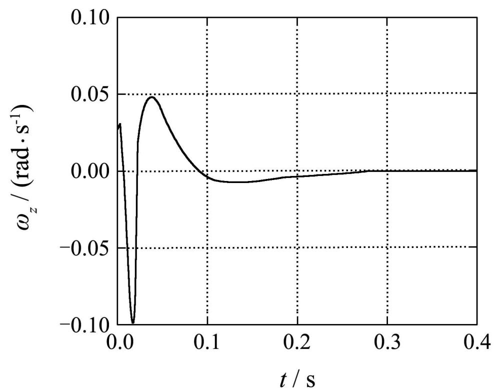

(a) $y$




(b) $v_y$




(c) $\theta$




(d) $\omega_z$

图 10 初始条件为$x_0$加入切换控制的仿真结果

Fig. 10 Simulation results with switching control under initial condition $x_0$

## 4 总结(Summary)

本文选择Dzielski提出的模型作为分析超空化航行器控制问题的研究对象, 经过一系列系统变换, 运用圆判据定理得出了超空化航行器系统绝对稳定的充分条件. 此后, 着重考虑了极点约束条件下系统稳定域狭窄的问题, 由图8仿真结果可以看出, 过于狭窄的稳定域使系统几乎无稳定性可言.

为了在极点约束条件下保证系统性能, 引入带有非线性激励的切换控制函数$p_{\rm o}(v_{\rm y})$, 与滑行力的固有非线性特性进行叠加, 使用切换控制策略成功地拓宽了稳定域的范围, 实现了系统全局绝对稳定. 通过图10的仿真结果可以看出, 切换控制策略对超空化航行器的镇定效果是极佳的. 进一步地, 与文献[3]中的反馈线性化方法不同, 由于非线性分段切换控制函数的基本用意是“叠加削弱”, 因而对滑行力建模的精确性要求不高. 在滑行力存在不确定性的情况下, 可以想见切换控制依然是有效的.

## 参考文献(References):

[1] SAVCHENKO YU N. *Control of supercavitation flow and stability of supercavitating motion of bodies*[R]. Paper presented at the RTO AVT Lecture Series on “Supercavitating Flows”, held at the von Kármán Institute(VKI) in Brussels, Belgium, February 12 – 16, 2001.

[2] KIRSCHNER I N, UHLMAN J S. Overview of high-speed supercavitating vehicle control[C] //*Proceedings of the AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. Keystone, Colorado: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006: 3100 – 3116.

[3] JOHN DZIELSKI, ANDREW KURDILA. A Benchmark control problem for supercavitating vehicles and an initial investigation of solutions[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2003, 9(7): 791 – 804.

[4] KIRSCHNER I N, KRING D C, STORKES A W, et al. Control strategies for supercavitating vehicles[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2002, 8(2): 219 – 242.

[5] KULKARNI S S, PRATAP R. Studies on the dynamics of a supercavitating projectile[J]. *Applied Mathematical Modeling*, 2000, 24(2): 113 - 129.

[6] SHAO Y, MESBAHI M, BALAS G J. Planing, switching and supercavitating flight control[C] //*Proceedings of AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit*. Austin, Texas: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003: 1 – 8.

[7] LIN G J, BALACHANDRAN B, ABED E H. Nonlinear dynamics and bifurcations of a supercavitating vehicle[J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2007, 32(4): 753 – 761.

[8] BÁVANEK L, BOKOR J, BALAS G. Theoretical aspects of high-speed supercavitation vehicle control[C] //*Proceedings of the 2006 American Control conference*. Minneapolis, Minnesota, USA: IEEE, 2006: 5263 – 5268.

[9] BALAS G J, BOK J O, VANEK B A, et al. *Control of High-Speed Underwater Vehicles*[M]. Heidelberg, Berlin: Springer, 2006, 329: 25 – 44.

[10] KHALIL H K. 非线性系统(第3版)[M]. 朱义胜, 懂辉, 李作洲, 译. 北京: 电子工业出版社, 2005, 7: 166 – 205.
(KHALIL H K. *Nonlinear Systems(Third Edition)*[M]. ZHU Yisheng, DONG Hui, LI Zuozhou, translated. Beijing: Electrical Industry Press, 2005, 7: 166 – 205.)

## 附录 A　超空化航行器模型参数具体表达式(Appendix A　Expression of model parameters)

$$\boldsymbol{x}=[y\ \ v_{\rm y}\ \ \theta\ \ \omega_{\rm z}]^{\rm T},\ \boldsymbol{u}=[\delta_{\rm e}\ \ \delta_{\rm c}]^{\rm T},$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & 1 & -v_{\rm x} & 0\\ 0 & a_{22} & 0 & a_{24}\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44}\end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ b_{21} & b_{22}\\ 0 & 0\\ b_{41} & b_{42}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{G}=[0\ \ g\ \ 0\ \ 0]^{\rm T},\ \boldsymbol{Q}=[0\ \ q_2\ \ 0\ \ q_4]^{\rm T},$$

$$\boldsymbol{C}=[0\ \ 1\ \ 0\ \ 0],\ \boldsymbol{D}=[0\ \ 0],$$

$$C_{\rm x}=C_{x0}(1+\sigma),\ C_n=0.5C_{\rm x}\frac{R_n^2}{R^2},$$

$$S=\frac{11}{60}R^2+\frac{133L^2}{405},$$

$$T=\frac{1}{7S/9-289L^2/1296},$$

$$a_{22}=-\frac{C_nVS(1+n)}{mL}+\frac{17nL}{36},$$

$$a_{24}=VTS(\frac{7}{9}-\frac{nC_n}{m})-VT(\frac{17}{36}-\frac{nC_n}{m})\frac{17}{36}L^2,$$

$$a_{42}=\frac{C_nV^2T}{m}(\frac{17}{36}-\frac{11n}{36}),$$

$$a_{44}=\frac{-11C_nVTnL}{36m},$$

$$b_{21}=\frac{C_nV^2Tn}{m}(\frac{17L}{36}-\frac{S}{L}),$$

$$b_{22}=\frac{-C_nV^2TS}{mL},$$

$$b_{41}=\frac{-C_nV^2Tn}{36m},\ b_{42}=\frac{17C_nV^2T}{36m},$$

$$q_2=-\frac{T}{m}(\frac{S}{L}-\frac{17L}{36}),\ q_4=\frac{-11T}{36m},$$

$$K_1=\frac{L}{R_n(1.92/\sigma-3)}-1,$$

$$K_2=\sqrt{1-(1-\frac{4.5\sigma}{1+\sigma})K_1^{40/17}},$$

$$R_{\rm c}=R_n\sqrt{0.82\frac{1+\sigma}{\sigma}}K_2,$$

$$\dot{R}_{\rm c}=\frac{-\frac{20}{17}(0.82\frac{1+\sigma}{\sigma})^{0.5}V(1-\frac{4.5\sigma}{1+\sigma})K_1^{23/17}}{K_2(1.92/\sigma-3)}.$$

用于计算滑行力的相对浸没深度$h'$和浸没角$\alpha$表示为

$$h'=\begin{cases}0, & \dfrac{R_{\rm c}-R}{R}>\dfrac{L|v_{\rm y}|}{RV},\\ \dfrac{L|v_{\rm y}|}{RV}-\dfrac{R_{\rm c}-R}{R}, & 其他,\end{cases}$$

$$\alpha=\begin{cases}\dfrac{v_{\rm y}-\dot{R}_{\rm c}}{V}, & \dfrac{v_{\rm y}}{V}>0,\\ \dfrac{v_{\rm y}+\dot{R}_{\rm c}}{V}, & 其他.\end{cases}$$

滑行力表达式为

$$F_{\rm p}=V^2[1-(\frac{R_{\rm c}-R}{h'R+R_{\rm c}-R})^2]\frac{1+h'}{1+2h'}\alpha.$$

## 附录 B　超空化航行器仿真总体参数(Appendix B　General parameters for simulation)

表 1　超空化航行器总体参数

Table 1　General parameters of supercavitating vehicle

| 参数符号 | 参数名称 | 数值及单位 |
|---|---|---|
| $g$ | 重力加速度 | 9.81 m/s$^2$ |
| $m$ | 密度比 | 2 |
| $n$ | 尾翼相似系数 | 0.5 |
| $R_n$ | 空化器半径 | 0.0191 m |
| $R$ | 航行体柱段半径 | 0.0508 m |
| $L$ | 航行体总长 | 1.8 m |
| $V$ | 航行体水平速度 | 75 m/s |
| $\sigma$ | 空化数 | 0.03 |
| $C_{\rm x0}$ | 升力系数 | 0.82 |

## 作者简介:

**范　辉**　(1981—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为超空化航行器建模与控制技术, E-mail: drfanhui@foxmail.com;

**张宇文**　(1958—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为水中兵器总体设计、超空化技术应用等, E-mail: aooooaooooi@foxmail.com.