

航天器近距离相对运动的鲁棒约束模型预测控制

朱彦伟, 杨乐平

(国防科技大学 航天与材料工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要: 航天器在轨服务对近距离相对运动精确控制的需求越来越强. 通过引入集合理论, 采用鲁棒可变时域模型预测控制和混合整数线性规划, 解决了航天器近距离相对运动的鲁棒控制问题, 便于处理控制约束和状态约束, 对未知有界干扰、推力误差和导航误差具有鲁棒性. 首先, 针对航天器近距离相对运动过程中向任意目标集的有限时间机动问题, 采用离散化C-W(Clohessey-Wiltshire)动力学模型、时间—能量组合优化目标函数和线性约束表示建立了控制问题模型; 其次, 给出了基于约束压缩的鲁棒可变时域模型预测控制算法, 可以确保鲁棒可行和鲁棒完成; 引入 i -步鲁棒可控集分析问题可行性, 通过集合运算将导航误差处理成有界干扰, 采用混合整数线性规划完成了控制器设计. 最后, 数值仿真验证了模型的有效性.

关键词: 航天器; 相对运动; 约束压缩; 模型预测控制; 混合整数线性规划

中图分类号: V448.2

文献标识码: A

Spacecraft proximity relative motion under robust constrained model predictive control

ZHU Yan-wei, YANG Le-ping

(College of Aerospace and Material Engineering, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China)

Abstract: With the development of on-orbit service, there is an increasing desire to control spacecraft proximity operations precisely. By employing the set theory, the mixed-integer linear programming(MILP) and the variable horizon model predictive control(MPC), we solve the robust control problem of spacecraft proximity operations, considering control constraints, state constraints, unknown bounded disturbance, control error and navigation error. Firstly, the finite-time maneuvering with a predetermined target set is formulated by the discrete C-W dynamics, the time-fuel cost function and the linear constraints. Secondly, the robust variable horizon MPC algorithm is introduced to ensure the robust feasibility and the finite-time entry of the target set. The feasibility is analyzed by using the i -step robust controllable set. The navigation error is treated as a bounded disturbance by set operations. The controller is implemented using MILP optimization. Finally, the simulation results show that the controller is efficient and robust.

Key words: spacecraft; relative motion; constraint tightening; MPC; MILP

1 引言(Introduction)

随着航天器在轨服务的快速发展, 航天器近距离相对运动控制问题得到了学术界的普遍关注. 为避免碰撞发生, 确保任务完成, 控制精度要求高, 必须考虑各种不确定因素(导航误差、推力误差和未知干扰等)的影响, 使控制器具有强鲁棒性.

近年来, 针对航天器相对运动的高精度控制, 出现了很多方法, 如PD, LQR和非线性反馈等. 这些方法对预先规划出的任务轨迹实施跟踪控制, 存在以下不足: 一是测量误差与未知干扰的不确定性通常会引起较高的燃料消耗, 二是难以处理复杂的状态约束和控制约束. 鲁棒约束模型预测控制为解决以

上不足提供了一种方法. 模型预测控制(MPC)广泛应用于过程控制, 属于规划类控制器, 包含模型预测、滚动优化和反馈校正3个主要部分, 综合了前馈与反馈控制, 每步的控制输入均依据最新的状态优化求解得到, 有效降低了不确定性因素的累积作用. MPC可以考虑各种约束, 使得受控系统更接近约束边界, 从而获取更好的性能. 目前, 约束MPC的稳定性、鲁棒性依然是研究热点. 约束压缩是获取鲁棒性的有效方法, 但过于保守. Richards^[1]针对包含不确定约束的线性系统, 通过灵活处理约束压缩和终端约束, 降低了约束压缩的保守性.

MPC控制器对计算资源的要求高, 将MPC转化

为线性规划(LP)求解, 为降低MPC控制器的计算复杂性提供了有效途径. 因此, 已有学者对MPC在航天器轨迹优化与控制中的应用开展研究. 曹喜滨^[2]采用基于相对轨道根数的相对运动方程, 研究了编队构形保持的MPC, 属于固定时域MPC.

本文采用C-W动力学方程, 依据基于约束压缩的鲁棒可变时域MPC, 利用集合理论和混合整数线性规划(MILP), 解决航天器近距离相对运动过程中向某一指定区域机动的鲁棒控制问题.

2 问题建模(Problem formulation)

追踪航天器在目标航天器附近运动, 从当前状态 $\mathbf{x}_0$ 向特定的目标集 $\mathcal{T}$ 机动, 基于继电型推力模式控制, 考虑状态约束、控制约束、未知有界干扰、推力误差和导航误差等, 设计控制器, 使追踪航天器在有限时间内到达目标集, 并优化某些性能指标.

2.1 相对动力学(Relative dynamics)

Tillerson^[3,4]通过大量仿真表明, 对小偏心率参考轨道, 在控制器中采用C-W方程, 所增加的燃料消耗很小, 但可显著降低计算量. 因此, 本文选用线性时不变的C-W方程作为MPC的动力学模型, 既适用于圆参考轨道, 也适用于小偏心率参考轨道.

C-W方程可表示为矩阵形式 $\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) + \mathbf{B}_d \mathbf{d}(t)$, 采用零阶保持采样, 取采样周期为 T_s , 则离散化动力学模型($t = kT_s$)为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A} \mathbf{x}(k) + \mathbf{B} \mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k). \quad (1)$$

式中: $\mathbf{x}(k) \in \mathcal{X} \subset \mathbb{R}^6$ 为状态向量, $\mathbf{u}(k) \in \mathcal{U} \subset \mathbb{R}^3$ 为输入向量, $\mathbf{w}(k) \in \mathcal{W} \subset \mathbb{R}^3$ 为有界干扰向量; $\mathcal{X}, \mathcal{U}, \mathcal{W}$ 分别为状态集、输入集和干扰集.

2.2 目标函数(Cost function)

假设追踪航天器3个方向均有推力器, 优化指标取为能量-时间组合最优, 则目标函数为

$$J = \sum_{k=0}^{N_F} (1 + \gamma \|\mathbf{u}_k\|_1) = \sum_{k=0}^{N_F} (1 + \gamma \mathbf{p}^T \mathbf{v}_k). \quad (2)$$

式中: γ 为加权系数, $\mathbf{u}_k = \mathbf{u}(k)$, N_F 为进入目标集的时间步长数, $\mathbf{x}(N_F) \in \mathcal{T}$, $\mathbf{p} = [1 \ 1 \ 1]^T$, v_{ki} ($i = 1, 2, 3$) 为松弛变量, 满足 $u_{ki} \leq v_{ki}$, $-u_{ki} \leq v_{ki}$, 便于应用LP求解.

2.3 约束表示(Constraints)

将各种约束(凸约束、非凸约束)写成线性形式. 非凸约束通过大数和二进制变量处理.

1) 终端状态约束(凸约束).

终端状态 $\mathbf{x}_F \in \mathcal{T} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^6 | \mathbf{P} \mathbf{x} \leq \mathbf{q}\} \subset \mathbb{R}^6$, $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{m_1 \times 6}$ 为常值矩阵, $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^{m_1}$ 为常值列向量, m_1 为线性约束的个数.

2) 控制输入饱和约束(凸约束).

控制输入不超过推力器的最大输出 $\mathbf{u}_{\max}$:

$$\begin{bmatrix} I_{3 \times 3} \\ -I_{3 \times 3} \end{bmatrix} \mathbf{u}_k \leq \begin{bmatrix} \mathbf{u}_R \\ \mathbf{u}_L \end{bmatrix}. \quad (3)$$

式中: I 表示单位矩阵, $\mathbf{u}_R, \mathbf{u}_L$ 分别为控制输入的上、下边界, 通常有 $-\mathbf{u}_L = \mathbf{u}_R = \mathbf{u}_{\max}$.

3) 最小脉冲比特约束(非凸约束).

表征推力器的最小输出 $\mathbf{u}_{\min}$ 限制, 通过松弛变量 v_{ki} 和二进制变量 d_{ki} 处理:

$$\begin{cases} -d_{ki} u_{\max i} + v_{ki} \leq 0, \\ v_{ki} - (d_{ki} - 1) u_{\min i} \geq u_{\min i}. \end{cases} \quad (4)$$

当 $d_{ki} = 0$ 时, $v_{ki} = 0, u_{ki} = 0$; 否则 $v_{ki} \geq u_{\min i}$.

4) 碰撞避免约束(非凸约束)^[5].

为避免碰撞, 引入飞行禁区, 其设置以追踪航天器、目标航天器的形状为依据. 任意形状的飞行禁区均可采用多面体近似, 由 N 个半平面空间 $a_j x + b_j y + c_j z + d_j \leq 0$ ($j = 1, \dots, N$) 相交形成. 若飞行禁区为凸多面体, 则碰撞避免约束表示为

$$\begin{cases} a_1 x(k) + b_1 y(k) + c_1 z(k) + d_1 \leq 0, \\ \text{or} \\ a_2 x(k) + b_2 y(k) + c_2 z(k) + d_2 \leq 0, \\ \vdots \\ \text{or} \\ a_N x(k) + b_N y(k) + c_N z(k) + d_N \leq 0. \end{cases} \quad (5)$$

引入二进制变量 $s_i(k)$ 和大数 M , 将 “or” 约束变为 “and” 约束:

$$\begin{cases} a_1 x(k) + b_1 y(k) + c_1 z(k) + d_1 \leq M s_1(k), \\ \text{and} \\ a_2 x(k) + b_2 y(k) + c_2 z(k) + d_2 \leq M s_1(k), \\ \vdots \\ \text{and} \\ a_N x(k) + b_N y(k) + c_N z(k) + d_N \leq M s_N(k), \\ \text{and} \\ \sum_{i=0}^N s_i(k) \leq N - 1. \end{cases} \quad (6)$$

若飞行禁区为非凸多面体, 仍可采用上述方式表示, 但要在式(5)中增加 “and” 约束.

为避免相邻离散点之间的轨迹与飞行禁区相交, 引入安全包络的概念, 即对飞行禁区进行合理放大.

5) 干扰约束(凸约束).

假设干扰加速度有界, 其量级可通过分析相对大

气阻力干扰、相对地球扁率摄动干扰等的量级确定。此外, 推力误差也可以看作是干扰。

借助集合矩阵映射^[6], 可由干扰加速度计算出干扰集 $\mathcal{W} = \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^3 | H\mathbf{w} \leq \mathbf{h}\}$, $H \in \mathbb{R}^{m_2 \times 3}$ 为常值矩阵, $\mathbf{h} \in \mathbb{R}^{m_2}$ 为常值列向量, m_2 为线性约束个数。

上述前两个约束为输入约束, 构成输入集 $\mathcal{U}$; 第4个约束为状态约束, 构成状态集 $\mathcal{X}$ 。状态约束和输入约束可统一成输出约束: $\mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k) + D\mathbf{u}(k) \in \mathcal{Y} \subset \mathbb{R}^{m_3}$, $\mathcal{Y}$ 为输出集, C, D 为常值矩阵, m_3 为线性约束的个数。

3 控制器设计(Controller design)

3.1 鲁棒可变时域MPC(Robust variable horizon MPC)^[1]

将进入目标集 $\mathcal{T}$ 所需的时间步长数 $N(k)$ 作为决策变量, 定义MPC优化问题 $P_{\text{VH}}(\mathbf{x}(k), \mathcal{Y}, \mathcal{T}, \mathcal{W})$, 简记为 $P_{\text{VH}}(k)$:

$$\begin{cases} J^*(\mathbf{x}(k)) = \min_{\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, N(k)} \sum_{j=0}^{N(k)} (1 + \gamma \|\mathbf{u}(k+j|k)\|_1), \\ \text{s.t. } \forall j \in \{0, \dots, N(k)\}, \\ \quad \mathbf{x}(k+j+1|k) = A\mathbf{x}(k+j|k) + B\mathbf{u}(k+j|k), \\ \quad \mathbf{y}(k+j|k) = C\mathbf{x}(k+j|k) + D\mathbf{u}(k+j|k), \\ \quad \mathbf{x}(k|k) = \mathbf{x}(k), \quad \mathbf{y}(k+j|k) \in \mathcal{Y}(j), \\ \quad \mathbf{x}(k+N(k)|k) \in \mathcal{T}(N(k)). \end{cases} \quad (7)$$

式中: $N(k)$ 表示在第 k 步预测的进入目标集所需的时间步长数; $\mathcal{Y}(j), \mathcal{T}(N(k))$ 分别为经过约束压缩处理的输出集和目标集, $\mathcal{Y}(0) = \mathcal{Y}$, $\mathcal{Y}(j+1) = \mathcal{Y}(j) \sim (C+DK(j))L(j)\mathcal{W}$, $\mathcal{T}(0) = \mathcal{T}$, $\mathcal{T}(j+1) = \mathcal{T}(j) \sim L(j)\mathcal{W}$, “ $\sim$ ”表示Pontryagin差^[6], $L(j)$ 为候选控制律 $\mathbf{u}(k+j|k) = K(j)\mathbf{x}(k+j|k)$ 作用下闭环系统的状态转移矩阵, $L(0) = I$, $L(j+1) = (A+BK(j))L(j)$ 。

算法 鲁棒可变时域MPC: 1) 若 $\mathbf{x}(k) \in \mathcal{T}$, 停止(到达目标集); 2) 求解 $P_{\text{VH}}(k)$; 3) 应用控制 $\mathbf{u}(k) = \mathbf{u}^*(k|k)$; 4) $k = k+1$, 返回1)。

1) 鲁棒可行。

假设系统初始状态下的MPC优化问题可以求解, 如果对所有将来的干扰 $\mathbf{w}(k) \in \mathcal{T} (\forall k \geq 0)$, 在每个后续时间步长, 优化问题都可以求解, 则称系统是鲁棒可行的。若 $P_{\text{VH}}(0)$ 存在可行解, 则系统鲁棒可行。

$P_{\text{VH}}(0)$ 解的可行性可通过鲁棒可控集^[6]进行分析。记 i -步鲁棒可控集 $\tilde{\mathcal{K}}_i(\mathcal{X}, \mathcal{T})$, 若 $\exists i$, 使得 $\mathbf{x}(0) \in \tilde{\mathcal{K}}_i(\mathcal{X}, \mathcal{T})$, 则 $P_{\text{VH}}(0)$ 存在可行解。

2) 鲁棒完成。

如果 $P_{\text{VH}}(0)$ 存在可行解, 且加权系数 γ 满足

$$\lambda = 1 - \gamma \min_{\mathbf{w} \in \mathcal{W}} \sum_{i=0}^{\infty} \|K(i)L(i)\mathbf{w}\| > 0, \quad (8)$$

则系统到达目标集的时间不超过 $\lfloor J^*(\mathbf{x}(0))/\lambda \rfloor$ 个时间步长, $J^*(\mathbf{x}(0))$ 为 $P_{\text{VH}}(0)$ 对应的目标函数, “ $\lfloor \cdot \rfloor$ ”表示取整。

3.2 导航误差处理(Estimation error disposal)

考虑未知有界导航误差 $\mathbf{e} \in \mathcal{E}$, 则系统估计状态 $\hat{\mathbf{x}}$ 为实际状态 $\mathbf{x}$ 与导航误差之和, 从而

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k) &= \mathbf{x}(k) + \mathbf{e}(k), \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1) &= \mathbf{x}(k+1) + \mathbf{e}(k+1), \end{aligned}$$

估计动力学模型为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}(k+1) &= A\hat{\mathbf{x}}(k) + B\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k) + \\ &\quad \mathbf{e}(k+1) - A\mathbf{e}(k). \end{aligned}$$

令 $\hat{\mathbf{w}}(k) = \mathbf{w}(k) + \mathbf{e}(k+1) - A\mathbf{e}(k)$, 则估计状态动力学模型和实际状态动力学模型一致, 仍可采用3.1节的理论设计控制器, 只是要对于干扰集和输出集进行作如下处理:

$$\begin{cases} \hat{\mathcal{W}}(k) \in \hat{\mathcal{W}} = \mathcal{W} \oplus \mathcal{E} \oplus (-A)\mathcal{E}, \\ \hat{\mathcal{Y}}(k) = C\hat{\mathbf{x}}(k) + D\mathbf{u}(k) \in \hat{\mathcal{Y}} = \mathcal{Y} \sim (-C)\mathcal{E}, \end{cases} \quad (9)$$

式中 “ $\oplus$ ” 表示Minkowski和^[6]。

3.3 控制器实现(Controller implementation)

优化模型中的可变时间采用MILP处理, 将可变时域MPC转化为固定时域MPC^[1]:

$$\begin{cases} J^*(\mathbf{x}(k)) = \\ \min_{\mathbf{u}, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{b}} \sum_{j=0}^{\bar{N}} (jb(j) + \gamma \|\mathbf{u}(k+j|k)\|_1), \\ \text{s.t. } \sum_{j=0}^{\bar{N}} b(j) = 1, \end{cases} \quad (10)$$

式中 $\bar{N}$ 为任务时间的上限。这样一来, 必须对约束进行相应地处理。对多面体形式的目标集 $\mathcal{T}(j) = \{\mathbf{x} | \mathbf{p}_i^T \mathbf{x} \leq q_i(j)\}$, $i \in \{1, \dots, m_1\}$ 应表示为

$$\mathbf{p}_i^T \mathbf{x}(k+j|k) \leq q_i(j) + M(1-b(j)). \quad (11)$$

式中: $b(j)$ 为二进制决策变量, M 为大数(大于问题中的任何状态)。若 $N(k) = j$, 则 $b(j) = 1$; 否则, $b(j) = 0$ 。

对多面体形式的操作约束 $\mathcal{Y}(j) = \{\mathbf{y} | \mathbf{r}_i^T \mathbf{y} \leq s_i(j)\}$, $i \in \{1, \dots, m_3\}$ 应表示为

$$\mathbf{r}_i^T \mathbf{y}(k+j|k) \leq s_i(j) + M \sum_{n=0}^j b(n). \quad (12)$$

采用两步修正策略处理约束压缩^[7,8], 其原理如

图1所示, 则

$$\begin{cases} L(1) = A - B[I \quad 0][AB \quad B]^{-1}A^2, \\ L(j) = 0, j \geq 2, \\ K(0)L(0) = -[I \quad 0][AB \quad B]^{-1}A^2, \\ K(1)L(1) = -[0 \quad I][AB \quad B]^{-1}A^2, \\ \mathcal{Y}(1) = \mathcal{Y}(0) \sim (C + DK(0))L(0)\mathcal{W}, \\ \mathcal{Y}(j) = \mathcal{Y}(1) \sim (C + DK(1))L(1)\mathcal{W}, j \geq 2, \\ \mathcal{T}(1) = \mathcal{T}(0) \sim L(0)\mathcal{W}, \\ \mathcal{T}(j) = \mathcal{T}(1) \sim L(1)\mathcal{W}, j \geq 2. \end{cases} \quad (13)$$

对于线性时不变系统, Pontryagin 差、矩阵映射、Minkowski和以及鲁棒可控集的计算可借助 Kerrigan^[6]开发的求解不变集的MATLAB工具箱。

4 数值仿真(Numerical simulation)

数值仿真综合应用AMPL建模语言和CPLEX软件, 在MATLAB环境下进行。由于面内运动与面外运动相互独立, 所以可分别进行控制。这里以面内相对运动控制为例进行数值仿真。

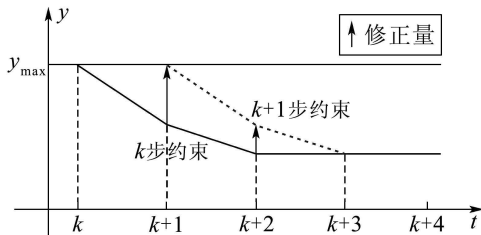


图1 约束压缩示意图

Fig. 1 Constraint tightening for robustness

仿真算例: 目标航天器运行在高度为450 km的圆轨道上, 追踪航天器在 x - y 平面内, 所能提供的最大控制加速度 $u_{\max_i} = 5 \times 10^{-3} \text{ m/s}^2$, 初始状态

$$\mathbf{x}(0) = [x_0 \ y_0 \ \dot{x}_0 \ \dot{y}_0]^T = [0 \ -100 \ 0 \ 0]^T,$$

目标集

$$\mathcal{T} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^4 | P\mathbf{x} \leq \mathbf{q}_0\}, P = [I_{4 \times 4} \quad -I_{4 \times 4}]^T, \\ \mathbf{q}_0 = [1 \ 21 \ 0.002 \ 0.004 \ 1 \ -19 \ 0.002 \ 0.004]^T.$$

不考虑最小脉冲比特限制, 考虑未知有界干扰、推力误差和导航误差的影响, 由式(9)可以计算出考虑导航误差后的有界干扰集合 $\hat{\mathcal{W}} = \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^2 | H\mathbf{x} \leq \mathbf{h}\}$. 飞行禁区(安全包络)以正 N 边形近似, $x \sin(2\pi n/N) + y \cos(2\pi n/N) \leq r, n \in [1, \dots, N]$.

给定最大任务时间540 s, 采样周期30 s, $N = 6$, $r = 12$, $\gamma = 300$, $H = [I_{2 \times 2} \quad -I_{2 \times 2}]^T$, $\mathbf{h} = 2.0 \times 10^{-5} [1 \ 2 \ 1 \ 2]^T$, 则 $P_{\text{VH}}(0)$ 存在可行解, 系统鲁棒可行, $J^*(\mathbf{x}(0)) = 34.6$; 系统到达目标集的

时间不超过 $N_{\max} = 36$ 个时间步长。

$P_{\text{VH}}(0)$ 对应的控制输入如图2所示, 其优化轨迹(规划轨迹)参见图3. 采用鲁棒可变时域MPC控制器, 每次仿真均在有限时间内到达目标区域, 验证了鲁棒可行和鲁棒完成. 图3给出了前5次仿真的实际运行轨迹(控制轨迹), 下图是对上图的局部放大。

初始状态所对应的优化轨迹也就是文献中常见的规划轨迹, 从图3可以看出, 在导航误差和未知干扰作用下, 尽管整个任务时间很短, 规划轨迹与控制轨迹之间还是存在很大的偏差, 所以常规的反馈控制会引起较高的燃料消耗。

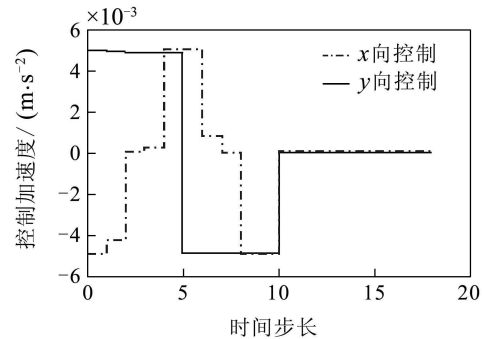


图2 初始状态对应的优化轨迹和控制输入

Fig. 2 Initial optimal trajectory and control input

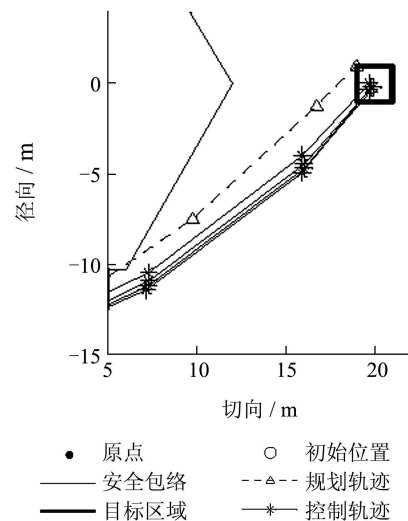
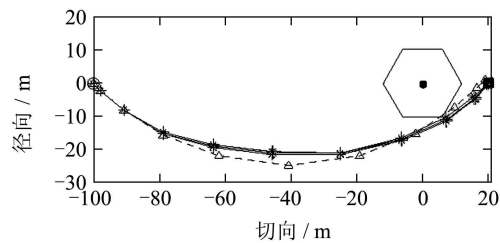


图3 鲁棒MPC的控制轨迹

Fig. 3 Trajectories for robust MPC

(下转第1281页)