

特征个体有界交互作用构成的集群模型

陈世明

(华东交通大学 电气与电子工程学院, 江西 南昌 330013)

摘要: 研究了个体与其吸引域内特征个体有界吸引力作用所构成集群模型的位置一致性问题, 特征个体定义为吸引域或排斥域内对个体运动起主导作用的个体. 期间的交互作用的有界性符合实际物理个体间交互作用的物理意义. 随后进一步研究了增加个体与其排斥域内特征个体有界排斥力作用下的集群行为, 特征个体的有界排斥力作用可避免个体位置重合, 能够保证各个个体位置的独立性, 可满足实际多智能体系统应用中的避碰要求, 仿真结果表明, 在群体初始分布满足任意两个个体之间存在可观测链的条件时, 群体系统在特征个体有界交互作用下能够实现稳定收敛的集群行为.

关键词: 特征个体; 有界作用; 集群行为; 一致性问题

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Swarm composed through bounded interactions of characteristic individuals

CHEN Shi-ming

(School of Electrical & Electronic Engineering, East China Jiaotong University, Nanchang Jiangxi 330013, China)

Abstract: We investigate the position-consensus problem of a swarm composed through bounded interactions between characteristic individuals within their attractive regions. The characteristic individuals are defined as the individuals having decisive effects on the motions of other individuals in the attractive and repulsive regions; the interactions among which are rationally assumed to be bounded as for other physical agents. Next, we consider the swarming behavior of a newly added individual under the interactions from neighboring characteristic individuals. The bounded repulsions from characteristic individuals can avoid the position-coincidence and the motion-collision for the added individual, ensuring its independence as in other real multi-agent system. Simulation results show that the stable and convergent swarming behavior is achieved as long as there is a mutual observable chain between any two individuals in the initial swarm distribution.

Key words: characteristic individual; bounded interaction; swarming behavior; consensus problem

1 引言(Introduction)

以集群现象为研究对象的群体系统是一个由大量自治个体组成的集合, 在无集中式控制和全局模型的情况下, 一般通过个体的局部感知作用和相应的反应行为使得整体呈现出复杂的涌现行为. 如何对这种集群行为进行数学建模, 并将其应用于人工世界, 如一组机器人的协调编队控制等, 是目前复杂性科学的前沿课题. V.Gazi及王龙教授等学者分别研究了各向同性和各向异性集群行为的建模及其稳定性问题, 其中V. Gazi及其合作者的贡献在于在文献[1]中他们将群体集结行为模型的研究推广到 n 维连续空间中, 并基于李亚普诺夫稳定性理论分析了由该群体集结模型描述的群体动态集结行为的稳定性. 文献[2]中他们进一步讨论了一组吸引力/排斥

力函数作用下的群体集结模型的稳定性问题. 北京大学王龙教授主导的研究团队研究了个体之间吸引力/排斥力作用为各向异性情形下的群体集结模型^[3,4], 讨论了线性吸引力函数和受约束排斥力函数联合作用下的群体集结行为的稳定性问题.

Vicsek等学者提出基于最近邻域个体规则的群体模型^[5], 在集群行为演化过程中出现个体之间不能完全相互可观测时, 集群全局行为的收敛性能将得不到保证, 同时对于全局集群行为方向同步的稳定性证明也是建立在假设群体位置保持集结的基础之上. Jadbabaie等学者对Vicsek模型所表现的一致性行为给出了理论分析^[6], 其中个体的邻域集合随系统演化而改变. 中科院郭雷院士领导的研究小组以Vicsek模型为对象, 讨论了集群行为的同步机制

与群体拓扑结构连通的关系并给出了集群行为同步的充分条件^[7].

Olfati-Saber和Murray分析了固定和切换拓扑结构下的动态智能群体网络的一致性问题^[8]. 王龙教授和肖峰博士研究了具有定常时延的离散多智能体系统的一致性问题, 并给出了求解多智能体系统状态一致性问题的必要和充分条件^[9]. 关新平等学者研究了非平衡拓扑结构的多智能体网络系统连续状态和离散状态下的一致性协议^[10].

本文提出基于局部特征个体有界交互作用的集群模型, 个体的运动方程仅由若干特征个体信息组成, 首先研究了群体系统在个体与其吸引域内特征个体有界吸引力作用下所形成集群行为的位置一致性问题, 随后进一步分析增加个体与其排斥域内特征个体有界排斥力作用下的集群行为.

2 基于特征个体有界作用的群体模型(Swarm model based on bounded interaction of characteristic individuals)

首先模型的假设条件和几个定义如下:

假设 1 考虑二维空间中由 m 个个体组成的群体系统, 每个个体视作一个质点, 不考虑每个个体的尺寸, 每个个体执行相同的运动控制算法, 时间上表述为离散时间序列 t_0, t_1, t_2, \dots , 假设所有个体重复执行感知、计算以及运动的循环过程, 在每一个时刻 t_i , 个体通过当前感知的其它个体之间的位置信息计算其下一步运动的目标位置, 并向该目标位置运动, 相比于运动过程的时间($\Delta t = t_{i+1} - t_i$)而言, 用于感知和计算的时间可以忽略不计, 在 t 时刻个体 i 的位置由 $x^i(t) \in \mathbb{R}^2$ 表示, 为简化表达形式, 若非特殊时刻说明, t 时刻的位置信息使用 x^i 表示, 以下定义中涉及位置信息的量都是 t 时刻的相应量, 同样做简化处理. 假定个体的检测能力相同, 即若个体 i 能检测到 j 的位置, 则 j 必能检测到 i 的位置, 同时个体之间保持同步运动, 无时间延迟.

定义 1 $S = \{1, 2, \dots, m\}$ 描述群体中所有个体的集合, 个体 i 的吸引域内个体的集合定义为 $At_i = \{j : r \leq \|x^i - x^j\| \leq \varepsilon, \forall j \in S, j \neq i\}$, 其中 ε 描述个体所能检测的最远距离, r 描述个体间排斥力作用的最大距离, 且有 $\varepsilon \geq r \geq 0$, 2范数 $\|x^i - x^j\| = \sqrt{(x^i - x^j)^T(x^i - x^j)}$ 描述个体之间的距离.

定义 2 个体 i 的排斥域内个体的集合为: $Re_i = \{j : \rho \leq \|x^i - x^j\| \leq r, \forall j \in S, j \neq i\}$, 其中 r 描述个体间排斥力作用的最大距离, ρ 描述个体间排斥力作用的最小距离, 且有 $r \geq \rho \geq 0$.

定义 3 个体 i 的吸引域内最远的个体集合为:

$O_i^+ = \{k : \|x^i - x^k\| = \xi_i, k \in At_i, r \leq \xi_i \leq \varepsilon\}$, 其中 ξ_i 描述个体 i 与吸引域内距其最远的个体之间的距离.

定义 4 个体 i 的排斥域内最近的个体集合为: $O_i^- = \{k : \|x^i - x^k\| = \zeta_i, k \in Re_i, \rho \leq \zeta_i < r\}$, 其中 ζ_i 描述个体 i 与排斥域内距其最近的个体之间的距离.

在满足假设1的前提下, 假设个体运动的最大速度为 v_{\max} , 则每个个体在运动过程的时间 Δt 内所运动的最大距离为 $d_{\max} = v_{\max} \cdot \Delta t$, 为实际应用中的安全性考虑, 应设计 $d_{\max} < \rho$. 在运动过程的时间 Δt 内个体的运动控制方程如下:

$$\dot{x}^i = \begin{cases} \sum_{l=1}^u \omega_a f_a(x^i - p_a^l) + \sum_{z=1}^v \omega_r f_r(x^i - p_r^z), \\ u = 0, 1, 2; v = 0, 1, 2, \\ 0, u = 3 \text{ 或 } v = 3. \end{cases} \quad (1)$$

其中吸引域内特征个体确定的算法流程如下(排斥域内特征个体的确定流程同理可推):

1) 首先确定 O_i^+ 中个体的数目num, 当num = 0时, 即个体的吸引域内无个体; 当num = 1时, 假设为个体 k , 即 $O_i^+ = \{k\}$, 该个体即为特征个体, 此时 $u = 1$ 且 $p_a^1 = x^k$;

2) 当num = 2时, 假设为个体 j, k , 这两个个体即为特征个体, 此时 $u = 2$, 可取 $p_a^1 = x^j, p_a^2 = x^k$;

3) 当num ≥ 3 时, 假设为个体 j, k, \dots, n , 以个体 i 的当前位置 x^i 为起点, 以 O_i^+ 中num个个体的位置为终点分别构成有向线段表示的向量 $x^i x^j, x^i x^k, \dots, x^i x^n$. 随后操作步骤如下:

Step 1 从中选取任意一个向量作为参考向量, 假设选中向量 $x^i x^j$, 记其它向量与参考向量的夹角分别为 $\angle x^i x^j, \dots, \angle x^i x^n$, 其取值在区间 $[0, 2\pi)$ 之内, 且角度值按逆时针方向依次增大.

Step 2 通过比较夹角的角度值, 寻找与参考向量构成的夹角角度值在不超过 π 的同时相对最大的向量, 若不存在这种向量, 则转Step 3; 若存在, 则假设找到满足上述条件的向量为 $x^i x^k$, 与此同时, 若其它向量与参考向量的夹角角度值都小于这个最大值, 则 $u = 2$, 向量 $x^i x^j$ 和 $x^i x^k$ 的终点位置即为两个特征个体的位置, 可取 $p_a^1 = x^j, p_a^2 = x^k$; 若其它向量中存在与参考向量的夹角角度值大于 π 的情况, 则转Step 4.

Step 3 比较夹角的角度值, 寻找与参考向量构成的夹角角度值在不小于 π 的同时相对最小的向量, 由于num ≥ 3 , 若不存在与参考向量构成的夹角角度值在不超过 π 的同时相对最大的向量, 则必存在与参考向量构成的夹角角度值在不小于 π 的同时

相对最小的向量, 假设该向量为 $x^i x^k$, 则 $u = 2$, 向量 $x^i x^j$ 和 $x^i x^k$ 的终点位置即为两个特征个体的位置, 可取 $p_a^1 = x^j, p_a^2 = x^k$, 算法终止.

Step 4 以 $x^i x^k$ 为新的参考向量, 记其它向量与参考向量的夹角分别为 $\angle x^j x^i x^k, \dots, \angle x^n x^i x^k$, 其取值在区间 $[0, 2\pi)$ 之内, 且角度值按逆时针方向依次增大. 比较夹角的角值, 寻找与新参考向量构成的夹角角值在不小于 π 的同时相对最小的向量, 假设为 $x^i x^l$, 若其它向量与新参考向量的夹角角值都大于这个最小值, 则 $u = 2$, 向量 $x^i x^l$ 和 $x^i x^k$ 的终点位置即为两个特征个体的位置, 可取 $p_a^1 = x^l, p_a^2 = x^k$, 若存在与新参考向量的夹角角值小于这个最小值的向量, 则 $u = 3$, 算法终止.

当 O_i^+ 中个体个数不为零时 $\omega_a = 1$, 否则 $\omega_a = 0$; 同理当 O_i^- 中个体个数不为零时 $\omega_r = 1$, 否则 $\omega_r = 0$.

吸引力/排斥力函数采用如下形式:

$$f_a(y) = \begin{cases} -ay, & r \leq \|y\| \leq \varepsilon \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

$$f_r(y) = \begin{cases} by \exp(-\|y\|^2/c), & \rho \leq \|y\| < r, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

其中 a, b, c 为正常数, 由定义1及定义2, 吸引力有界, 且 $\|f_a(y)\| \leq a\varepsilon$, 选取参数 a, b, c 使得排斥力最大作用产生在 ρ 处, 最小作用产生在 r 处(具体参数在仿真部分给出), 可得排斥力有界, 且 $\|f_r(y)\| \leq b\rho \exp(-\rho^2/c)$.

由个体运动方程可知, 个体所受吸引力或排斥力作用最多分别由两个吸引域或排斥域特征个体的作用叠加而成, 而不是由所有邻域个体的叠加作用, 因此考虑单一特征个体最大排斥力作用大于由两个特征个体叠加的最大吸引力作用, 选择参数 a, b, c 满足 $2a\varepsilon \leq b\rho \exp(-\rho^2/c)$, 可避免个体位置间的重合, 实现避碰需求.

3 集群行为仿真(Simulation of swarming behavior)

本节将给出在MATLAB的仿真环境下得到的一些仿真结果, 如图1, 2所示, 首先以群体系统所有个体的位置一致性为例, 将描述个体间排斥力作用最大距离的参数设置为 $r = 0$, 描述个体间排斥力作用的最小距离参数设置为 $\rho = 0$, 其它仿真参数如下:

$$a = 0.045; b = 0; c = 0.05; \varepsilon = 8,$$

其中 $\varepsilon = 8$ 使得以下仿真中的初始位置分布满足任意两个个体间存在可观测链的条件; 随后给出考虑个体间排斥力作用情况下群体在实现避碰的同时完成集聚的仿真结果, 其仿真参数设置如下:

$$a = 0.045; b = 1; c = 0.05; \rho = 0.15; r = 0.5; \varepsilon = 8.$$

其中图1给出了 20×20 区域内30个个体在排斥力作用为零时的初始分布、运动轨迹及最终分布图, 图2给出排斥力作用不为零时的初始分布、运动轨迹及最终分布图. 从图1(c)中可以看出在没有排斥力作用时群体会集聚到一点, 图2(c)中看到加入排斥力作用时也能相互集聚到相对密集的区域.

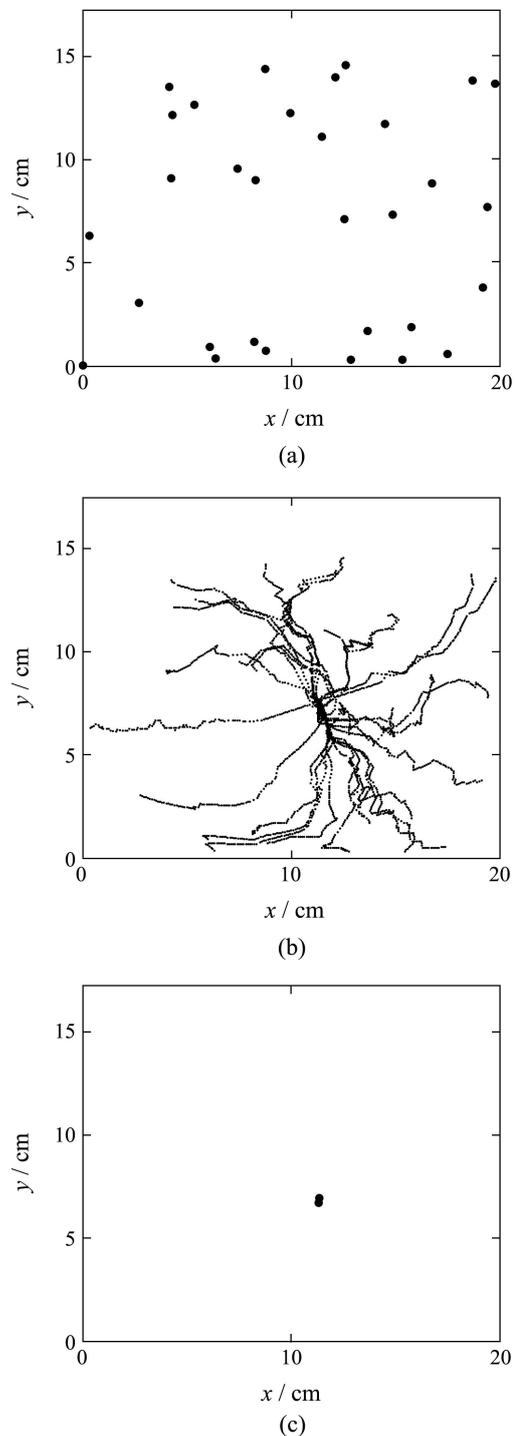


图 1 群体初始分布、运动轨迹及最终分布图($r = 0, m = 30$)

Fig. 1 Initial distribution, trace and final distribution of swarm($r = 0, m = 30$)

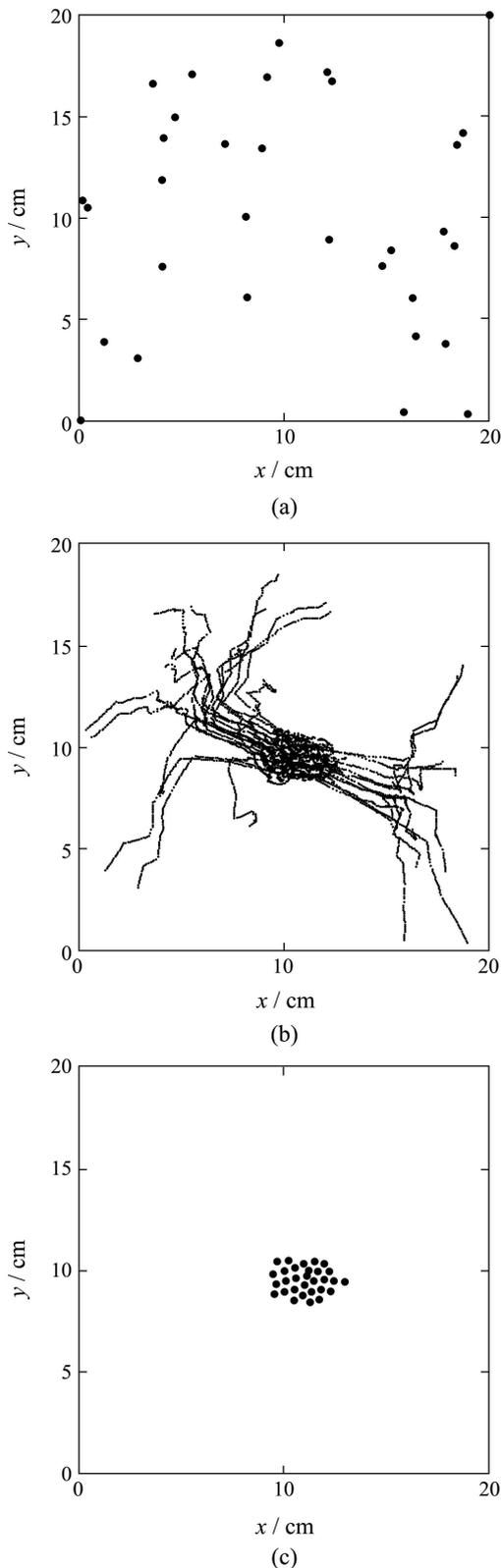


图2 群体初始分布、运动轨迹及最终分布图($r = 0.5, m = 30$)

Fig. 2 Initial distribution, trace and final distribution of swarm ($r = 0.5, m = 30$)

4 结论(Conclusion)

学习利用控制生物集群行为的优化规则,是工程群体系统研究的关键,本文讨论了有界作用力形式下的集群模型,在单独吸引力作用下,基于有限个特征个体的交互作用可实现群体位置一致性,从而保证群体演化过程中(位置)拓扑结构的连通性,随后在考虑个体间的排斥力作用时,以有限个特征个体的作用代替所有成员个体的叠加作用,可避免由于群体效应造成的位置重合或碰撞,实现大规模群体系统的集群行为。

参考文献(References):

- [1] GAZI V, PASSINO K M. Stability analysis of swarms[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(3): 692 – 697.
- [2] GAZI V, PASSINO K M. A class of attractions/repulsion functions for stable swarm aggregations[J]. *International Journal of Control*, 2004, 77(18): 1567 – 1579.
- [3] CHU T G, WANG L, CHEN T. Self-organized motion in anisotropic swarms[J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2003, 1(1): 77 – 81.
- [4] SHI H, WANG L, CHU T G. Swarming behavior of multi-agent systems[J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2004, 2(4): 313 – 318.
- [5] VICSEK T, CZIROK A, BEN-JACOB E. Novel type of phase transition in a system of self-driven particles[J]. *Physical Review Letters*, 1995, 75(6): 1226 – 1229.
- [6] JADBABAIE A, LIN J, MORSE A S. Coordination of groups of mobile autonomous agents using nearest neighbor rules[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(9): 988 – 1001.
- [7] 刘志新, 郭雷. Vicsek模型的连通与同步[J]. *中国科学E辑*, 2007, 37(8): 979 – 988.
(LIU Zhixin, GUO Lei. Connectivity and synchronization of Vicsek model[J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2007, 37(8): 979 – 988.)
- [8] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520 – 1533.
- [9] WANG L, XIAO F. A new approach to consensus problems in discrete-time multiagent systems with time-delays[J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2007, 50(4): 625 – 635.
- [10] 谭拂晓, 关新平, 刘德荣. 非平衡拓扑结构的多智能体网络系统一致性协议[J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(10): 1087 – 1092.
(TAN Fuxiao, GUAN Xinping, LIU Derong. Consensus protocol in networked multi-agent systems with non-balanced topology[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(10): 1087 – 1092.)

作者简介:

陈世明 (1977—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向是群体系统的建模及控制、复杂网络理论及应用、多机器人协调控制、群体智能优化算法等, E-mail: c1977318@hotmail.com.