文章编号: 1000−8152(2009)11−1261−06

自校正信息融合Wiener预报器及其收敛性

邓自立, 王伟玲, 王 强

(黑龙江大学 自动化系, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 对带相关观测噪声和未知噪声统计的多传感器系统, 用相关方法得到噪声统计在线估值器. 在按分量标量加权线性最小方差最优信息融合准则下, 用现代时间序列分析方法, 基于滑动平均(moving average)新息模型的辨识, 提出了自校正解耦融合Wiener预报器. 用动态误差系统分析(dynamic error system analysis)方法证明了自校正融合Wiener预报器收敛于最优融合Wiener预报器, 因而它具有渐近最优性. 它的精度比每个局部自校正Wiener预报器精度都高. 它的算法简单, 便于实时应用. 一个目标跟踪系统的仿真例子说明了其有效性.

关键词: 多传感器信息融合; 相关观测噪声; 噪声统计估计; Lyapunov方程; 自校正Wiener预报器; 收敛性; 现代时间序列分析方法

中图分类号: O211.64 **文献标识码**: A

Self-tuning information fusion Wiener predictor and its convergence

DENG Zi-li, WANG Wei-ling, WANG Qiang

(Department of Automation, Heilongjiang University, Harbin Heilongjiang 150080, China)

Abstract: For the multisensor systems with correlated measurement noises and unknown noise statistics,the on-line noise statistics estimators are obtained by the correlation method. Under the linear minimum variance optimal information fusion criterion weighted by scalars for components,by the modern time series analysis method,a self-tuning decoupled fusion Wiener predictor is presented based on the identification of the moving average(MA) innovation models. By using the dynamic error system analysis(DESA) method,it is proved that the self-tuning fusion Wiener predictor converges to the optimal fusion Wiener predictor,so that it has the asymptotic optimality. Its accuracy is higher than that of each local self-tuning Wiener predictor. Its algorithm is simple,and is suitable for real time applications. A simulation example for a target tracking system shows its effectiveness.

Key words: multisensor information fusion; correlated measurement noises; noise statistics estimation; Lyapunov equation;self-tuning Wiener predictor;convergence; modern time series analysis method

1 引言(Introduction)

多传感器信息融合技术广泛应用于国防、军事、目标跟踪、制导、通讯、信号处理、GPS定位、机器人等领域, 成为许多高科技领域的关键技术, 目前已成为倍受人们关注的热门领域[1]. 在信息融合估计领域, 新近, 对带未知噪声方差和带不相关观测噪声的多传感器系统, 文献[2,3]提出了自校正解耦融合Wiener状态滤波器和预报器, 其中用带死区的迭代法求解Lyapunov方程[3], 计算量大且影响估计精度. 在许多实际应用问题中, 各传感器的观测噪声是相关的, 例如系统含有公共的背景噪声或公共的干扰源[4]. 本文考虑带相关观测噪声的多传感器系统, 其中各传感器观测噪声方差和互协方差都是未知的. 用相关方法解决了噪声统计在线辨识问题, 提出了自校正Lyapunov方程, 在计算量和精度上都优于用带死区的迭代法求解Lyapunov方程[3]. 用现代时间序列分析方法, 基于Gevers-Wouters[5]算法辨识滑动平均(MA)新息模型, 提出了具有渐近最优性和便于实时应用的自校正分布式解耦状态融合Wiener预报器, 但它是渐近全局次优的[6]. 它不同于文献[7]的自校正解耦观测融合Wiener预报器, 其中避免了Lyapunov方程, 且预报器是渐近全局最优的[8]. 用动态误差系统分析(DESA)方法[2]证明了自校正Lyapunov方程的收敛性, 进而证明了自校正融合Wiener预报器的收敛性. 问题归结为差分方程和Lyapunov方程的稳定性问题, 提出了Lyapunov方程稳定性新的判据, 发展了DESA方法. 而文献[2,3]是用隐函数定理和函数连续性证明

收稿日期: 2008−10−21; 收修改稿日期: 2009−01−07.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60874063); 黑龙江大学自动控制重点实验室资助项目(F04–01).

带死区的Lyapunov方程迭代解的收敛性.

2 最优融合Wiener预报器(Optimal fusion Wiener predictor)

考虑带L个传感器的多传感器系统:

$$x(t+1)=\varPhi x(t)+\varGamma w(t), \tag{1}$$

$$y_i(t)=H_i x(t)+v_i(t), i=1,\cdots,L. \tag{2}$$

其中: 状态$x(t)\in\mathbb{R}^n$, 观测$y_i(t)\in\mathbb{R}^{m_i}$且假设它以概率1有界, $w(t)\in\mathbb{R}^r$与$v_i(t)\in\mathbb{R}^{m_i}$是零均值、方差阵各为$Q$和$R_{ii}$的不相关白噪声, 而$v_i(t)$和$v_j(t)$是相关观测噪声, 且$R_{ij}=\mathrm{E}[v_i(t)v_j^{\mathrm{T}}(t)]$, 其中E为均值号, T为转置号, $\varPhi$, $\varGamma$和H_i为常阵. 设$(\varPhi,H_i)$为完全可观对, 可观性指数为β_i, 且设$(\varPhi,\varGamma)$为完全可控对. 由式(1)和式(2)有

$$y_i(t)=H_i(I_n-q^{-1}\varPhi)^{-1}\varGamma q^{-1}w(t)+v_i(t), \tag{3}$$

其中: q^{-1}为单位滞后算子, $q^{-1}w(t)=w(t-1)$, I_n为$n\times n$单位阵. 引入左素分解

$$H_i(I_n-q^{-1}\varPhi)^{-1}\varGamma q^{-1}=A_i^{-1}(q^{-1})B_i(q^{-1}), \tag{4}$$

其中多项式矩阵$A_i(q^{-1})$和$B_i(q^{-1})$有形式

$$X_i(q^{-1})=X_{i0}+X_{i1}q^{-1}+\cdots+X_{n_{xi}}q^{-n_{xi}}, \tag{5}$$

其中规定$X_j=0(j>n_{xi})$, 且有$A_{i0}=I_{m_i}$, $B_{i0}=0$. 将式(4)代入式(3)引出局部MA新息模型

$$z_i(t)=D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t),\ i=1,2,\cdots,L, \tag{6}$$

其中新息$\varepsilon_i(t)\in\mathbb{R}^{m_i}$是零均值、方差阵为$Q_{\varepsilon i}$的白噪声

$$z_i(t)=A_i(q^{-1})y_i(t), \tag{7}$$

$$D_i(q^{-1})\varepsilon_i(t)=B_i(q^{-1})w(t)+A_i(q^{-1})v_i(t). \tag{8}$$

其中: $D_i(q^{-1})$是稳定的, 且$D_{i0}=I_{m_i}$, $D_i(q^{-1})=I_{mi}+D_{i1}q^{-1}+\cdots+D_{i,di}q^{-di}$和$Q_{\varepsilon i}$可用Gevers-Wouters[5]算法求得. 由式(6)和式(8)得

$$z_i(t)=B_i(q^{-1})w(t)+A_i(q^{-1})v_i(t), \tag{9}$$

它的互相关函数$R_{ij}(k)=\mathrm{E}[z_i(t)z_j^{\mathrm{T}}(t-k)]$的采样估值为

$$\widehat{R}_{ij}^{(t)}(k)=\frac{1}{t}\sum_{j=1}^{t}z_i(j)z_j^{\mathrm{T}}(j-k), \tag{10}$$

它有递推公式为

$$\widehat{R}_{ij}^{(t)}(k)=\widehat{R}_{ij}^{(t-1)}(k)+\frac{1}{t}[z_i(t)z_j^{\mathrm{T}}(t-k)-\widehat{R}_{ij}^{(t-1)}(k)]. \tag{11}$$

引理 1[2] 第i个传感器系统式(1)和式(2)有局部稳态最优Wiener预报器$\hat{x}_i(t+1|t)$为

$$\psi_i(q^{-1})\hat{x}_{ij}(t+1|t)=K_{ij}(q^{-1})y_i(t), \tag{12}$$

$$\psi_i(q^{-1})=\det(I_n-q^{-1}\varPsi_{pi}),$$

$$\varPsi_{pi}=\varPhi-K_{pi}H_i, \tag{13}$$

$$\hat{x}_i(t+1|t)=[\hat{x}_{i1}(t+1|t),\cdots,\hat{x}_{in}(t+1|t)], \tag{14}$$

$$K_{ij}(q^{-1})=e_j\mathrm{adj}(I_n-q^{-1}\varPsi_{pi})K_{pi}. \tag{15}$$

其中: $e_j=[0\cdots0\ \ 1\ \ 0\cdots0]$, 它的第$j$个元素为1, $\varPsi_{pi}$是稳定矩阵, K_{pi}为稳态预报增益阵:

$$K_{pi}=\begin{bmatrix}H_i\\ H_i\varPhi\\ \vdots\\ H_i\varPhi^{\beta_i-1}\end{bmatrix}^{+}\begin{bmatrix}M_{i,1}\\ M_{i,2}\\ \vdots\\ M_{i,\beta_i}\end{bmatrix}, \tag{16}$$

其中: 伪逆X^+定义为$X^+=(X^{\mathrm{T}}X)^{-1}X^{\mathrm{T}}$, 系数阵$M_{i,k}$可递推计算为

$$M_{i,k}=-A_{i1}M_{i,k-1}-\cdots-A_{in_{ai}}M_{i,k-n_{ai}}+D_{i,k}, \tag{17}$$

其中规定$M_{i,k}=0(k<0)$. 稳态局部预报误差互协方差阵P_{ij}满足稳态Lyapunov方程

$$\varSigma_{ij}=\varPsi_{pi}\varSigma_{ij}\varPsi_{pj}^{\mathrm{T}}+\varDelta_{pij},\ i,j=1,\cdots,L, \tag{18}$$

$$\varDelta_{pij}=\varGamma Q\varGamma^{\mathrm{T}}+K_{pi}R_{ij}K_{pj}^{\mathrm{T}}. \tag{19}$$

引理 2[2] 多传感器系统式(1)和式(2)有按分量标量加权最优解耦融合稳态Wiener预报器为

$$\hat{x}_0(t+1|t)=[\hat{x}_{01}(t+1|t),\cdots,\hat{x}_{0n}(t+1|t)]^{\mathrm{T}}, \tag{20}$$

$$\hat{x}_{0i}(t+1|t)=\sum_{j=1}^{L}\alpha_{ji}\hat{x}_{ji}(t+1|t), i=1,\cdots,n. \tag{21}$$

其中最优加权系数向量$\alpha_i=[\alpha_{1i},\cdots,\alpha_{Li}]$为

$$\alpha_i=[e^{\mathrm{T}}(\varSigma^{ii})^{-1}e]^{-1}e^{\mathrm{T}}(\varSigma^{ii})^{-1},\ i=1,\cdots,n. \tag{22}$$

其中: $e^{\mathrm{T}}=[1,1,\cdots,1]$, $L\times L$矩阵$\varSigma^{ii}$为$\varSigma^{ii}=(\varSigma_{kj}^{(ii)})$, $\varSigma_{kj}^{(ii)}$为$\varSigma_{kj}$的第(i,i)对角元素, $\varSigma_{kj}$由式(18)计算. 各分量的最优融合预报误差的方差$\varSigma_{0i}$为

$$\varSigma_{0i}=[e^{\mathrm{T}}(\varSigma^{ii})^{-1}e]^{-1},\ i=1,\cdots,n, \tag{23}$$

且有精度关系$\varSigma_{0i}\leqslant\varSigma_{jj}^{ii}$, $i=1,\cdots,n$, $j=1,\cdots,L$, 即融合分量预报器精度高于每个局部分量预报器精度.

3 自校正融合Wiener预报器(Self-tuning fusion Wiener predictor)

当噪声统计未知时, 即假设Q和$R_{ij}(i,j=1,\cdots,L)$完全未知或它们含有部分未知参数, 辨识它们的基本原理是求解相关函数方程组.

定理 1 对于多传感器系统式(1)和式(2), 未知噪声统计Q和R_{ij}可通过求解如下方程组求得:

$$R_{ij}(k)=\sum_{\alpha=k}^{n_{0ij}}B_{i\alpha}QB_{j,\alpha-k}^{\mathrm{T}}+\sum_{\alpha=k}^{n_{0ij}}A_{i\alpha}R_{ij}A_{j,\alpha-k}^{\mathrm{T}},\quad k=0,1,\cdots n_{0ij},\ i,j=1,\cdots,L. \tag{24}$$

其中: $n_{0ij}=\max(n_{ai},n_{aj},n_{bi},n_{bj})$, $A_{i\alpha}$, $B_{i\alpha}$是已知的.

证 由式(9)得式(24). 记Q和R_{ij}中所有未知元素所组成的列向量为θ_{ij}, 对固定的i, j将式(24)按矩阵元素展开写成关于θ_{ij}的线性方程组

$$\Omega_{ij}\theta_{ij}=\delta_{ij},\ i,j=1,\cdots,L. \tag{25}$$

其中: 系数阵Ω_{ij}已知, 而列向量δ_{ij}的元素由$R_{ij}(k)$的一个元素加一个常数给出, 设Ω_{ij}列满秩, 则

$$\theta_{ij}=(\Omega_{ij}^{\mathrm{T}}\Omega_{ij})^{-1}\Omega_{ij}^{\mathrm{T}}\delta_{ij}, \tag{26}$$

将估值$\widehat{R}_{ij}^{(t)}(k)$代入式(26)可得$\theta_{ij}$在时刻$t$处的估值

$$\widehat{\theta}_{ij}(t)=(\Omega_{ij}^{\mathrm{T}}\Omega_{ij})^{-1}\Omega_{ij}^{\mathrm{T}}\widehat{\delta}_{ij}(t). \tag{27}$$

其中$\widehat{\delta}_{ij}(t)$为在δ_{ij}中用估值$\widehat{R}_{ij}^{(t)}(k)$代替相应的$R_{ij}(k)$所得到的$\delta_{ij}$的估值. 证毕.

自校正解耦融合Wiener预报器由如下3步组成:

Step 1 基于采样估值$\widehat{R}_{ij}^{(t)}(k)$, 由式(27)得到估值$\widehat{\theta}_{ij}(t)$, 即$\widehat{Q}_{ij}(t)$和$\widehat{R}_{ij}(t)$, 定义融合估值$\widehat{Q}(t)=\dfrac{1}{L^2}\sum\limits_{i,j=1}^{L}\widehat{Q}_{ij}(t)$.

Step 2 基于采样估值$\widehat{R}_{ii}^{(t)}(k)$用Gevers-Wouters[5]算法辨识MA新息模型式(6), 得到在时刻t处的估值$\widehat{D}_{ij}(t)$和$\widehat{Q}_{\varepsilon i}(t)$. 将$\widehat{Q}(t),\widehat{R}_{ij}(t),\widehat{D}_{ij}(t)$和$\widehat{Q}_{\varepsilon i}(t)$代入式(13)~式(17)可得估值$\widehat{M}_{i,k}(t)$, $\widehat{K}_{pi}(t)$, $\widehat{\varPsi}_{pi}(t)$, $\widehat{K}_{ij}(q^{-1})$, $\widehat{\psi}_i(q^{-1})$, 再将有关估值代入式(12)得自校正局部Wiener预报器

$$\widehat{\psi}_i(q^{-1})\widehat{x}_{ij}^{s}(t+1|t)=\widehat{K}_{ij}(q^{-1})y_i(t). \tag{28}$$

Step 3 将有关估值代入式(18)~式(22), 自校正按分量标量加权解耦融合Wiener预报器为

$$\widehat{x}_{0i}^{s}(t+1|t)=\sum_{j=1}^{L}\widehat{\alpha}_{ji}(t)\widehat{x}_{ji}^{s}(t+1|t), \tag{29}$$

$$\widehat{\alpha}_i(t)=[e^{\mathrm{T}}(\widehat{\varSigma}^{ii}(t))^{-1}e]^{-1}e^{\mathrm{T}}(\widehat{\varSigma}^{ii}(t))^{-1},\quad i=1,\cdots,n. \tag{30}$$

其中$\widehat{\varSigma}^{ii}(t)=(\widehat{\varSigma}_{ij}^{(ii)}(t))$, 由式(18)和式(19), $\widehat{\varSigma}_{ij}(t)$可用如下自校正Lyapunov方程递推计算:

$$\widehat{\varSigma}_{ij}(t)=\widehat{\varPsi}_{pi}(t)\widehat{\varSigma}_{ij}(t-1)\widehat{\varPsi}_{pj}^{\mathrm{T}}(t)+\widehat{\varDelta}_{pij}(t),\quad i,j=1,\cdots,L, \tag{31}$$

$$\widehat{\varDelta}_{pij}(t)=\varGamma\widehat{Q}(t)\varGamma^{\mathrm{T}}+\widehat{K}_{pi}(t)\widehat{R}_{ij}(t)\widehat{K}_{pj}^{\mathrm{T}}(t). \tag{32}$$

上述3步在每时刻t处重复进行.

引理 3[2] 考虑动态系统

$$\widehat{\varLambda}(q^{-1})\delta(t)=u(t), \tag{33}$$

其中: $t\geqslant 0$, 输入$u(t)\in\mathbb{R}^m$是有界的, 且

$$\widehat{\varLambda}(q^{-1})=I_m+\widehat{\varLambda}_1(t)q^{-1}+\cdots+\widehat{\varLambda}_{n_\lambda}(t)q^{-n_\lambda}, \tag{34}$$

$$\varLambda(q^{-1})=I_m+\varLambda_1q^{-1}+\cdots+\varLambda_{n_\lambda}q^{-n_\lambda}. \tag{35}$$

假设当$t\to\infty$时$\widehat{\varLambda}_i(t)\to\varLambda_i$, $i=1,\cdots,n_\lambda$, 而$\varLambda(q^{-1})$是稳定的多项式矩阵, 则输出$\delta(t)$是有界的.

引理 4[2] 考虑一个稳定的动态系统

$$\varLambda(q^{-1})\delta(t)=u(t), \tag{36}$$

其中: $t\geqslant 0$, $u(t)\in\mathbb{R}^m$, $\delta(t)\in\mathbb{R}^m$. 假设$\varLambda(q^{-1})$是一个由式(35)定义的稳定多项式矩阵. 若$u(t)$有界, 则$\delta(t)$有界的. 若$u(t)\to 0(t\to\infty)$, 则$\delta(t)\to 0$.

引理 5 设$n\times n$矩阵$P(t)$满足Lyapunov方程

$$P(t)=F_1(t)P(t-1)F_2^{\mathrm{T}}(t)+\varDelta(t), \tag{37}$$

其中: $F_1(t)\to F_1$, $F_2(t)\to F_2(t\to\infty)$, F_1和F_2为稳定矩阵, 若$\varDelta(t)$有界, 则$P(t)$有界.

证 见附录A.

引理 6 设$n\times n$矩阵$P(t)$满足Lyapunov方程

$$P(t)=F_1P(t-1)F_2^{\mathrm{T}}+\varDelta(t), \tag{38}$$

其中: F_1和F_2为稳定矩阵, 若$\varDelta(t)\to 0$, 则$P(t)\to 0$.

证 见附录A.

定理 2 噪声统计和MA新息模型的估计是一致的, 即以概率 1 (w.p.1)有

$$\widehat{Q}(t)\to Q,\widehat{R}_{ij}(t)\to R_{ij},\ \text{w.p.1}, \tag{39}$$

$$\widehat{D}_{ij}(t)\to D_{ij},\widehat{Q}_{\varepsilon i}(t)\to Q_{\varepsilon i},\ \text{w.p.1}. \tag{40}$$

证 由平稳过程的遍历性[9]及式(10)有

$$\widehat{R}_{ij}^{(t)}(k)\to R_{ij}(k),t\to\infty,\ \text{w.p.1}. \tag{41}$$

由式(26)知Q及R_{ij}的元素是$R_{ij}(k)$的元素的连续函数, 于是由式(26)(27)和式(41)引出式(39)成立. MA新息模型式(6)的相关函数为

$$R_{zii}(k)=\sum_{j=k}^{n_{di}} D_{ij}Q_{\varepsilon i}D_{i,j-k}^{\mathrm{T}},\ k=0,\cdots,n_{di}. \quad (42)$$

由隐函数存在定理[10], 在$R_{zii}(k)$的元素的充分小区域内, D_{ij}和$Q_{\varepsilon i}$的元素是$R_{zii}(k)$的元素的连续函数, 于是由式(41)引出式(40)成立. 证毕.

定理 3 自校正Lyapunov方程式(31)的解收敛于稳态Lyapunov方程式(18)的解, 即当$t\to\infty$时有

$$\widehat{\varSigma}_{ij}(t)\to\varSigma_{ij},\ i,j=1,\cdots,L,\ \text{w.p.1}. \quad (43)$$

证 由式(39)(40)和式(13)~式(16)有$\widehat{K}_{pi}(t)\to K_{pi}$, $\widehat{\varPsi}_{pi}(t)\to\varPsi_{pi}$, 以下省略$t$, 置

$$\widehat{K}_{pi}=K_{pi}+\Delta\widehat{K}_{pi}, \widehat{\varPsi}_{pi}=\varPsi_{pi}+\Delta\widehat{\varPsi}_{pi}, \quad (44)$$

则有$\Delta\widehat{K}_{pi}\to 0$, $\Delta\widehat{\varPsi}_{pi}\to 0$. 将式(44)代入式(31)后减式(18), 记$E_{ij}(t)=\widehat{\varSigma}_{ij}(t)-\varSigma_{ij}$, 则有Lyapunov方程

$$E_{ij}(t)=\varPsi_{pi}E_{ij}(t-1)\varPsi_{pj}^{\mathrm{T}}+\Delta_e(t), \quad (45)$$

$$\Delta_e(t)=\Delta\widehat{\varPsi}_{pi}\widehat{\varSigma}_{ij}(t-1)\widehat{\varPsi}_{pj}^{\mathrm{T}}+\varPsi_{pi}\widehat{\varSigma}_{ij}(t-1)\Delta\widehat{\varPsi}_{pj}^{\mathrm{T}}+\Delta\widehat{\varPsi}_{pi}\widehat{\varSigma}_{ij}(t-1)\Delta\varPsi_{pj}^{\mathrm{T}}+\widehat{\Delta}_{pij}-\Delta_{pij}. \quad (46)$$

由$\widehat{K}_{pi}\to K_{pi}$和式(39)(32)知$\widehat{\Delta}_{pij}\to\Delta_{pij}$, 即$\widehat{\Delta}_{pij}$有界. 又因为$\varPsi_{pi},\varPsi_{pj}$是稳定矩阵, 且$\widehat{\varPsi}_{pi}\to\varPsi_{pi}$, $\widehat{\varPsi}_{pj}\to\varPsi_{pj}$, 则对式(31)应用引理5引出$\widehat{\varSigma}_{ij}(t)$有界, 进而可推出$\Delta_e(t)\to 0$. 对式(45)应用引理6引出$E_{ij}(t)\to 0$, 即式(43)成立. 证毕.

定理 4 若观测过程$y_i(t)$以概率1有界, 则自校正局部Wiener预报器以概率1收敛于稳态最优局部Wiener预报器, 即当$t\to\infty$时,

$$[\hat{x}_{ij}^s(t+1|t)-\hat{x}_{ij}(t+1|t)]\to 0,\ \text{w.p.1}. \quad (47)$$

证 置

$$\widehat{\psi}_i(q^{-1})=\psi_i(q^{-1})+\Delta\widehat{\psi}_i(q^{-1}),$$
$$\widehat{K}_{ij}(q^{-1})=K_{ij}(q^{-1})+\Delta\widehat{K}_{ij}(q^{-1}),$$

则$\Delta\widehat{\psi}_i(q^{-1})\to 0, \Delta\widehat{K}_{ij}^{(}q^{-1})\to 0$. 记

$$\delta_{ij}(t)=\hat{x}_{ij}^s(t+1|t)-\hat{x}_{ij}(t+1|t),$$

式(28)减式(12)得

$$\psi_i(q^{-1})\delta_{ij}(t)=u_{ij}(t), \quad (48)$$

$$u_{ij}(t)=\Delta\widehat{K}_{ij}^{(}q^{-1})y_i(t)-\Delta\widehat{\psi}_i(q^{-1})\hat{x}_{ij}^s(t+1|t). \quad (49)$$

由$y_i(t)$有界知$\widehat{K}_{ij}^{(}q^{-1})y_i(t)$有界. 由$\varPsi_{pi}$为稳定矩阵引出$\widehat{\psi}_i(q^{-1})$是稳定多项式, 将引理3应用到式(28)有$\hat{x}_{ij}^s(t+1|t)$有界. 由式(49)知$u_{ij}(t)\to 0(t\to\infty)$. 进而将引理4应用到式(48)得到$\delta_{ij}(t)\to 0(t\to\infty)$, 即式(47)成立. 证毕.

定理 5 自校正解耦融合Wiener预报器收敛于稳态最优解耦融合Wiener预报器, 即$t\to\infty$时,

$$[\hat{x}_{0i}^s(t+1|t)-\hat{x}_{0i}(t+1|t)]\to 0,\ \text{w.p.1}. \quad (50)$$

证 定理3已证明$\widehat{\varSigma}_{ij}^{(}t)\to\varSigma_{ij}$, 由式(30)可知$\hat{\alpha}_{ji}\to\alpha_{ji}$, 置$\hat{\alpha}_{ji}=\alpha_{ji}+\Delta\hat{\alpha}_{ji}$则$\Delta\hat{\alpha}_{ji}\to 0$. 由式(29)减式(21)引出

$$\hat{x}_{0i}^s(t+1|t)-\hat{x}_{0i}(t+1|t)]=\sum_{j=1}^{L}\alpha_{ji}[\hat{x}_{ji}^s(t+1|t)-\hat{x}_{ji}(t+1|t)]+\sum_{j=1}^{L}\Delta\hat{\alpha}_{ji}\hat{x}_{ji}^s(t+1|t). \quad (51)$$

应用式(47), $\Delta\hat{\alpha}_{ji}\to 0$以及$\hat{x}_{ji}^s(t+1|t)$的有界性引出式(50). 证毕.

注 1 定理4中假设观测过程$y_i(t)$以概率1有界的条件有一定的局限性. 这一条件可减弱为假设观测数据是有界的, 即观测过程的一个实现是有界的, 平行于定理4的证明, 可证明自校正融合Wiener预报器按实现收敛于稳态最优融合Wiener预报器. 按实现收敛性概念是由文献[2]提出的.

4 仿真例子(Simulation example)

考虑3传感器雷达跟踪系统

$$x(t+1)=\begin{bmatrix}1 & T_0\\ 0 & 1\end{bmatrix}x(t)+\begin{bmatrix}0.5T_0^2\\ T_0\end{bmatrix}w(t), \quad (52)$$

$$y_i(t)=[1\quad 0]x(t)+v_i(t),\ i=1,2,3, \quad (53)$$

$$v_i(t)=\xi(t)+e_i(t). \quad (54)$$

其中: T_0为采样周期, $x(t)=[x_1(t),x_2(t)]^{\mathrm{T}}$, $x_1(t)$和$x_2(t)$各为运动目标(飞机、导弹、车辆等)在时刻tT_0的位置、速度, $\xi(t)$是公共干扰噪声, $w(t)$和$\xi(t)$和$e_i(t)$是零均值、未知方差各为$\sigma_w^2,\sigma_\xi^2,\sigma_{ei}^2$的相互独立的高斯白噪声, 易知$R_{ij}=\sigma_\xi^2(i\neq j)$, $R_{ii}=\sigma_\xi^2+\sigma_{ei}^2$. 问题是求最优和自校正融合Wiener预报器$\hat{x}_0(t+1|t)$和$\hat{x}_0^s(t+1|t)$. 仿真中取$T_0=1$, $\sigma_w^2=0.01$, $\sigma_\xi^2=0.016$, $\sigma_{e1}^2=0.02$, $\sigma_{e2}^2=0.036$, $\sigma_{e3}^2=0.064$. 仿真结果如图1至图6所示, 其中直线代表真实值, 曲线代表估值. 图1和图2说明噪声统计是一致的. 图3以传感器2为例说明MA新息模型的参数估计是一致的. 图4以传感器2为例说明自校正Lyapunov方程的解收敛于真实解. 图5和图6表明自校正Wiener融合器收敛于最优Wiener融合器.

注 2 由图1和图2看到, 用相关方法估计噪声统计的收敛速度较慢, 但在$t=2000$步后达到稳态, 接近真实值. 在实际应用中辨识可分为两段: 先离线辨识噪声统计, 待达到稳态后切换为在线辨识, 进而在线求自校正融合Wiener预报器.

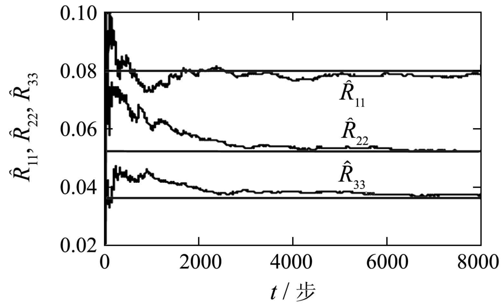

图 1　观测噪声方差估值收敛性

Fig. 1　The convergence of the measurement noise variance estimators

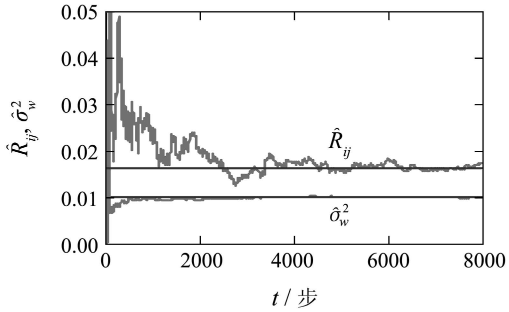

图 2　噪声统计估值器$\widehat{\sigma}_w^2$ 和$\widehat{R}_{ij}$的收敛性

Fig. 2　The convergence of the noise statistics estimators $\widehat{\sigma}_w^2$ and $\widehat{R}_{ij}$

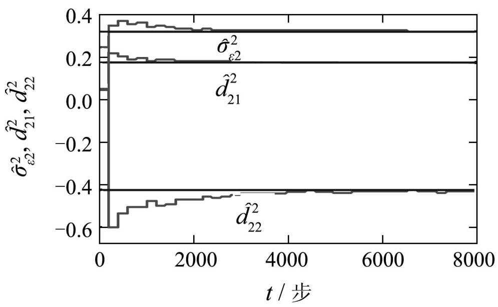

图 3　传感器2 的MA新息模型参数估值的收敛性

Fig. 3　The convergence of the parameter estimators of the MA innovation model for sensor 2 estimators

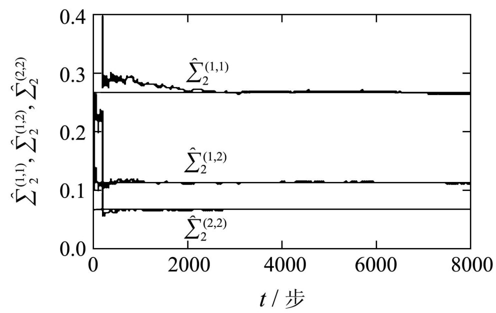

图 4　传感器2的预报误差方差阵元素估值的收敛性

Fig. 4　The convergence of the estimators of the predictor error variance matrix elements for sensor 2

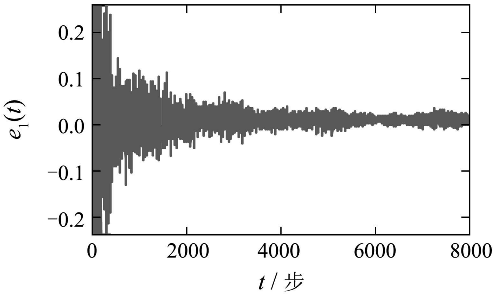

图 5　最优与自校正融合位置Wiener预报器误差曲线

Fig. 5　The curve of the errors between optimal and self-tuning fused position Wiener predictors

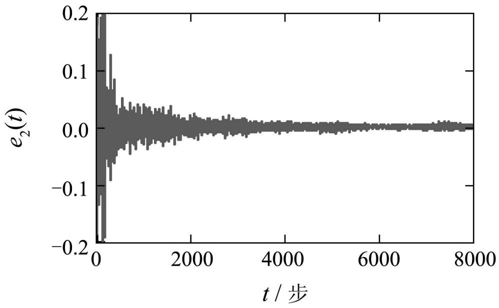

图 6　最优融合与自校正融合速度Wiener预报器误差曲线

Fig. 6　The curve of the errors between optimal and self-tuning fused velocity Wiener predictors

5　结论(Conclusion)

对带相关观测噪声和未知噪声统计的多传感器系统, 用相关方法可得未知噪声方差和互协方差的一致估计. 应用Gever-Wouters算法可得MA新息模型参数和噪声方差的一致估计. 提出了自校正Lyapunov方程, 克服了带死区的Lyapunov方程迭代法计算负担大的缺点, 适用于实时应用. 应用按分量标量加权最优融合准则提出了自校正分量解耦融合Wiener预报器. 用动态误差系统分析(DESA)方法证明了自校正Lyapunov方程的收敛性, 进而证明了自校正融合Wiener器收敛于最优融合稳态Wiener预报器. 发展了收敛性分析的DESA方法, 引理5和引理6提出了Lyapunov方程稳定性新的判据.

参考文献(References):

[1] 韩崇明, 朱洪艳, 段战胜. 多源信息融合[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
(HAN Chongming, ZHU Hongyan, DUAN Zhansheng. *Multi-source Information Fusion*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.)

[2] DENG Z L, GAO Y, Li C B, et al. Self-tuning decoupled information fusion Wiener state component filters and their convergence[J]. *Automatica*, 2008, 41: 685 – 695.

[3] 邓自立, 李春波. 自校正解耦信息融合Wiener状态预报器[J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(5): 805 – 809.
(DENG Zili, LI Chunbo. Self-tuning decoupled information Wiener state predictor[J]. *System Engineering and Electronics*, 2007, 29(5): 805 – 809.)

[4] ROY S, ILTSS R A. Decentralized linear estimation in cottelated measurement noise[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1991, 27(6): 939 – 941.

[5] GEVERS M, WOUTERS W R E. An innovation appoach to the discrete-time realization problem[J]. *Quarterly Journal on Automatic*, 1978, 19(2): 90 – 109.

[6] DENG Z L, GAO Y, MAO L, et al. New approach to information fusion steady-state Kalman filtering[J]. *Automatica*, 2005, 41(10): 1695 – 1707.

[7] 陈红, 邓自立. 自校正观测融合解耦Wiener状态预报器[J]. 科学技术与工程, 2007, 7(1): 6285 – 6290.
(CHEN Hong, DENG Zili. Self-tuing measurement fusion decoupled Wiener state predicor[J]. *Science Technology and Engineering*, 2007, 7(1): 6285 – 6290.)

[8] GAN Q, HARRIS CJ. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman filter-based mutisensor data fusion[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systens*, 2001, 37(1): 273 – 280.

[9] LJUNG L. *System Identification: Theory for the User*[M]. 2nd edition. Prentice Hall PTR, Beijing: Tsinghua University Press, 2002.

[10] RUDIN W. *Principles of Mathematical Analysis*[M]. Mc Graw-Hill Companies Inc, Beijing: China Machine Press, 2005.

附录 A(Appendix A)

引理5的证明

因F_1为稳定矩阵, 则它的谱半径ρ_0小于1, 由矩阵理论, 存在矩阵范数$||\cdot||$使$||F_1|| = \rho_0 + \mu = \rho_1 < 1$, $\mu > 0$. 因F_2为稳定矩阵, 则F_2^{T}亦为稳定矩阵. 存在矩阵范数$||\cdot||_T$使$||F_2^{\mathrm{T}}||_T = \rho_2 < 1$. 由矩阵范数之间的等价关系, 存在常数$c > 0$, 对任意$n\times n$矩阵$X$有关系$||X|| \leqslant c||X||_T$. 由$F_1(t) \to F_1$, $F_2^{\mathrm{T}}(t) \to F_2^{\mathrm{T}}$引出$||F_1(t)|| \to ||F_1|| = \rho_1$, $||F_2^{\mathrm{T}}(t)||_T \to ||F_2^{\mathrm{T}}||_T = \rho_2$. 于是取$0<\rho<1$使$\rho_1<\rho$, $\rho_2<\rho$, 取$\varepsilon = \rho-\rho_1>0$, 存在$t_1$当$t>t_1$有$||F_1(t)|| < \rho_1+\varepsilon = \rho$. 同理取 $\varepsilon = \rho-\rho_2 > 0$, 存在 t_2 当 $t > t_2$ 有 $||F_2^{\mathrm{T}}(t)||_T < \rho$, 故存在$t_0 = \max(t_1, t_2)$, 当$t > t_0$有

$$||F_1(t)|| < \rho, ||F_2^{\mathrm{T}}, (t)|| < \rho. \tag{A1}$$

由式(37)迭代有关系

$$P(t) = F_1(t,t_0)P(t_0)F_2^{\mathrm{T}}(t,t_0) + \sum_{i=t_0+1}^{t} F_1(t,i)\Delta(i)F_2^{\mathrm{T}}(t,i), \tag{A2}$$

其中定义$F_i(t,k) = F_i(t)\cdots F_i(k+1)$, $F_i(t,t) = I_n$, $i=1,2$. 当$t>t_0$时, 应用矩阵范数性质和(A1)引出

$$\begin{aligned}&||P(t)|| \leqslant \\ &||F_1(t,t_0)||||P(t_0)||||F_2^{\mathrm{T}}(t,t_0)|| + \\ &\sum_{i=t_0}^{t} ||F_1(t,i)||||\Delta(i)||||F_2^{\mathrm{T}}(t,i)|| \leqslant \\ &\rho^{t-t_0}||P(t_0)||c\rho^{t-t_0} + \sum_{i=t_0+1}^{t}\rho^{t-i}||\Delta(i)||c\rho^{t-i} \leqslant \\ &c||P(t_0)|| + bc\sum_{j=0}^{t-t_0-1}\rho^{2j} \leqslant \\ &c||P(t_0)|| + \frac{bc}{1-\rho^2} = \gamma,\end{aligned} \tag{A3}$$

其中由$\Delta(i)$的有界性有$||\Delta(i)|| \leqslant b$. 于是有

$$||P(t)|| < \gamma + \max(||P(1)||, \cdots, ||P(t_0)||), \forall t, \tag{A4}$$

即$P(t)$有界. 证毕.

引理6的证明

由式(38)迭代有关系

$$P(t) = F_1^t P(0) F_2^{\mathrm{T}t} + \sum_{j=0}^{t-1} F_1^j \Delta(t-j) F_2^{\mathrm{T}j}, \tag{A5}$$

因F_1, F_2^{T}为稳定矩阵, 则存在矩阵范数$||\cdot||$和$||\cdot||_T$使$||F_1|| = \rho_1 < 1$, $||F_2^{\mathrm{T}}||_T = \rho_2 < 1$, 且由不同范数的等价关系, 对任意$n\times n$矩阵$X$有关系$||X|| \leqslant c||X||_T$, $c>0$. 于是有

$$\begin{aligned}||P(t)|| \leqslant\ & ||F_1^t||||P(0)||||F_2^{\mathrm{T}t}|| + \\ & \sum_{j=0}^{t-1}||F_1^j||||\Delta(t-j)||||F_2^{\mathrm{T}j}|| \leqslant \\ & c\rho_m^t||P(0)|| + c\sum_{j=0}^{t-1}\rho_m^j||\Delta(t-j)||,\end{aligned} \tag{A6}$$

其中: 定义$\rho_m = \rho_1\rho_2$, 则有$0 < \rho_m < 1$, 因$\rho_m^t \to 0, t\to\infty$, 于是对任意$\varepsilon > 0$, 存在$t_\rho > 0$使当$t > t_\rho$有$\rho_m^t < \varepsilon$. 又由$\Delta(t) \to 0$有$||\Delta(t)|| \to 0$, 于是同样$\varepsilon > 0$, 存在$t_\delta > 0$, 当$t > t_\delta$有$||\Delta(t)|| < \varepsilon$. 引入分解

$$\begin{aligned}&\sum_{j=0}^{t-1}\rho_m^j||\Delta(t-j)|| = \\ &\sum_{j=0}^{t_\rho}\rho_m^t||\Delta(t-j)|| + \sum_{j=t_\rho+1}^{t-1}\rho_m^t||\Delta(t-j)||,\end{aligned} \tag{A7}$$

由$\Delta(t) \to 0$引出$||\Delta(t)||$有界, 即$||\Delta(t)|| < b$, $b > 0$, $\forall t$. 当$t > t_0 = t_\rho + t_\delta$时有

$$\begin{aligned}&\sum_{j=0}^{t_\rho}\rho_m^j||\Delta(t-j)|| < \\ &\varepsilon\sum_{j=0}^{t_\rho}\rho_m^j < \varepsilon\sum_{j=0}^{\infty}\rho_m^j = \frac{\varepsilon}{1-\rho_m},\end{aligned} \tag{A8}$$

$$\begin{aligned}&\sum_{j=t_\rho+1}^{t-1}\rho_m^j||\Delta(t-j)|| < \\ &b\sum_{j=t_\rho+1}^{t-1}\rho_m^j = \frac{b\rho_m^{t_\rho+1}(1-\rho_m^{t-t_\rho-1})}{1-\rho_m} < \frac{b\varepsilon}{1-\rho_m}.\end{aligned} \tag{A9}$$

于是当$t > t_0$时有$||P(t)|| < \gamma\varepsilon$, $\gamma = c||P(0)|| + \dfrac{c(1+b)}{1-\rho_m}$. 因$\varepsilon > 0$可取任意小, 而$\varepsilon$与常数$\gamma$无关, 故$||P(t)||$可任意小, 即$P(t) \to 0$, $t\to\infty$. 证毕.

作者简介:

邓自立 (1938—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为多传感器信息融合估计、状态估计、系统辨识等, E-mail: dzl@hlju.edu.cn;

王伟玲 (1983—), 女, 硕士研究生, 研究方向为自校正信息融合滤波, E-mail: wangweiling0459@yahoo.com.cn;

王 强 (1982—), 男, 硕士研究生, 研究方向为自校正信息融合滤波, E-mail: W_Q_@163.com.